

**REPÚBLICA DE CUBA
UNIVERSIDAD DE CIENCIAS PEDAGÓGICAS
CONRADO BENÍTEZ GARCÍA
CIENFUEGOS**

**ESTRATEGIA DIDÁCTICA PARA EL DESARROLLO DE HABILIDADES GEOMÉTRICAS EN EL
PRIMER CICLO DE LA EDUCACIÓN PRIMARIA**

**TESIS PRESENTADA EN OPCIÓN AL GRADO CIENTÍFICO DE DOCTOR EN CIENCIAS
PEDAGÓGICAS**

JORGE LUIS LEÓN GONZÁLEZ

CIENFUEGOS

2011

**REPÚBLICA DE CUBA
UNIVERSIDAD DE CIENCIAS PEDAGÓGICAS
CONRADO BENÍTEZ GARCÍA
CIENFUEGOS**

**ESTRATEGIA DIDÁCTICA PARA EL DESARROLLO DE HABILIDADES GEOMÉTRICAS EN EL
PRIMER CICLO DE LA EDUCACIÓN PRIMARIA**

**TESIS PRESENTADA EN OPCIÓN AL GRADO CIENTÍFICO DE DOCTOR EN CIENCIAS
PEDAGÓGICAS**

AUTOR: LIC. JORGE LUIS LEÓN GONZÁLEZ, PROF. ASIST., MSC.

TUTOR: PROF. ROBERT BARCIA MARTÍNEZ, PROF. TIT., DRC.

CONSULTANTE: LIC. TERESA LEÓN ROLDÁN, PROF. AUX., DRC.

CIENFUEGOS

2011

A mi esposa, mi abuela, mis padres, y hermanos por su apoyo.

A la Universidad de Ciencias Pedagógicas: “Conrado Benítez García”, donde me formé como profesional.

Al Dr.C. Robert Barcia Martínez, por ser mi tutor.

A la Dra., del ICCP, Teresa León Roldán, por servirme de consultante.

A todos mis compañeros, por su apoyo siempre.

A aquellos que sembraron en mí sus dudas, por impulsarme a buscar soluciones en nuevos horizontes.

Por último, especialmente a aquel que, aunque no aparezca en la lista, ocupa el lugar más importante dentro de mí; pues, hoy, todo lo que soy, y lo que espero ser lo debo solo a él.

*A mi hijo, que al mirarme me recuerda que el fin
corona la obra.*

*“Será deseable en la enseñanza de la Geometría aquello que sea útil con rango
futurible y pueda motivarse desde la actualidad: razonar correctamente
(deductivamente e inductivamente), representar, abstraer, relacionar, y clasificar son
verbos claves en el abanico de lo deseable”.*

(Alsina Catalá, y otros, 1989)

SÍNTESIS

En el proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática en la Educación Primaria una de las principales dificultades que se presenta está relacionada con el desarrollo de habilidades geométricas en los escolares del primer ciclo. Por esta razón, en la investigación se centra el estudio en las habilidades geométricas: reconocer objetos geométricos, trazar y/o construir y argumentar proposiciones geométricas. Para darle solución a la anterior problemática se elaboró una estrategia didáctica que le permite al docente, mediante un grupo de acciones y sugerencias didácticas, organizar y dirigir el proceso de enseñanza-aprendizaje de la geometría, en esos grados. En la tesis se aportan los fundamentos teóricos para el desarrollo de habilidades geométricas en el primer ciclo de la Educación Primaria: principios, acciones, operaciones, niveles e indicadores. Se incluyen, además, los materiales docentes necesarios para la puesta en práctica de la propuesta y facilitar su aplicación. La investigación se desarrolló con un enfoque dialéctico materialista, apoyada en el uso de métodos cualitativos y cuantitativos. Se aplican diferentes instrumentos para la evaluación de la viabilidad de los fundamentos teóricos propuestos y de la estrategia didáctica, a partir del método Delphi y un cuasiexperimento de series cronológicas, en una de las escuelas primarias (Juan Suárez del Villar), del municipio de Cienfuegos, que pertenece al proyecto de investigación “El aprendizaje de las asignaturas priorizadas del escolar primario”. Los resultados manifestaron una influencia significativa en el desarrollo de las habilidades geométricas de los escolares del primer ciclo de la Educación Primaria.

-Palabras clave : Habilidades geométrica, educación primaria, matemáticas

ÍNDICE

INTRODUCCIÓN.....	1
CAPÍTULO I. EL PROCESO DE ENSEÑANZA-APRENDIZAJE DE LA GEOMETRÍA EN LOS PRIMEROS GRADOS DE LA EDUCACIÓN PRIMARIA.....	11
1.1. Concepciones teórico-metodológicas del proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática en los primeros grados de la Educación Primaria.....	11
1.2. Tendencias del proceso de enseñanza-aprendizaje de la geometría en los primeros grados de la Educación Primaria en otros países	20
1.3. El proceso de enseñanza-aprendizaje de la geometría en el primer ciclo de la escuela primaria cubana.....	24
1.4. El proceso de desarrollo de habilidades geométricas en el primer ciclo de la Educación Primaria	30
1.4.1. Una aproximación a las habilidades en la enseñanza	31
1.4.2. El desarrollo de habilidades geométricas en el primer ciclo de la Educación Primaria....	37
CAPÍTULO II. PROPUESTA DE ESTRATEGIA DIDÁCTICA PARA EL DESARROLLO DE HABILIDADES GEOMÉTRICAS EN EL PRIMER CICLO DE LA EDUCACIÓN PRIMARIA.....	46
2.1. Fundamentos para el desarrollo de habilidades geométricas en el primer ciclo de la Educación Primaria.....	46
2.1.1. Principios para el proceso de enseñanza-aprendizaje de la geometría en el primer ciclo de la Educación Primaria	49
2.1.2. Propuesta de acciones y operaciones para el desarrollo de las habilidades geométricas en el primer ciclo de la Educación Primaria	65
2.1.3. Niveles e indicadores para orientar y evaluar el proceso de desarrollo de habilidades geométricas en el primer ciclo de la Educación Primaria.....	68
2.2. Estructura de la estrategia didáctica para el desarrollo de habilidades geométricas en el primer ciclo de la Educación Primaria.....	74
2.3. Sugerencias para el empleo de la estrategia didáctica	80

CAPÍTULO III. EVALUACIÓN DE LA VIABILIDAD DE LA ESTRATEGIA DIDÁCTICA PARA EL DESARROLLO DE HABILIDADES GEOMÉTRICAS EN EL PRIMER CICLO DE LA EDUCACIÓN PRIMARIA.....	86
3.1. Resultados de la aplicación del método Delphi.....	86
3.2. Diseño del cuasiexperimento de series cronológicas	91
3.3. Desarrollo del cuasiexperimento de series cronológicas.....	94
3.4. Análisis del desarrollo del cuasiexperimento de series cronológicas	109
CONCLUSIONES	114
RECOMENDACIONES	115
BIBLIOGRAFÍA.....	116
PRINCIPALES PUBLICACIONES Y PARTICIPACIÓN EN EVENTOS QUE SE RELACIONAN CON EL TEMA.....	130
ÍNDICE DE ANEXOS	

“Saber Geometría es más que reconocer figuras y cuerpos por sus nombres: es resolver problemas geométricos apoyándose en propiedades conocidas de figuras y cuerpos; en situaciones que, generalmente, son intramatemáticas, geométricas y que cuentan o no con apoyo gráfico.

Su solución es lo que da sentido a la enseñanza de la Geometría”.

(Bronzina, y otros, 2009)

INTRODUCCIÓN

Los cambios socioeconómicos de los últimos años exigen que se encamine la educación de manera que se les permita a todos los individuos ser miembros activos de su comunidad, con un proceso de enseñanza-aprendizaje que no solo se adapte a las necesidades del mundo actual; sino que vaya de la adquisición de conocimientos, hasta el desarrollo de las habilidades imprescindibles para la vida. En este contexto, la enseñanza de la Matemática debe encaminarse a proporcionar que cada escolar, adquiera una noción del mundo clara y profunda, y lo prepare para integrarse en la sociedad como un ciudadano responsable. Esto significa que las situaciones de aprendizaje que se presenten en el contexto educativo tienen que sobrepasar los límites del salón de clase.

De acuerdo con lo anterior, enseñar Matemática en la Educación Primaria, incluye los contenidos de aritmética, que tiene como objeto de estudio los números y las operaciones básicas realizadas con ellos; álgebra, que particulariza en las relaciones y cantidades; estadística, que procesa e interpreta los datos obtenidos en investigaciones de las diferentes esferas sociales; pero también geometría, que es la parte de las matemáticas que ayuda a analizar, organizar y sistematizar los conocimientos espaciales.

Una de las razones fundamentales para la enseñanza de la geometría (Martínez Recio, y otros, 1989), desde la Educación Primaria, está dada en su presencia en múltiples ámbitos del sistema productivo y su contribución al estudio de los elementos de la naturaleza. Otras de las razones es que constituye un componente de las artes; su conocimiento básico es esencial para orientarse reflexivamente en el espacio; hacer estimaciones y cálculos sobre distancias.

En la comunidad internacional de Educación Matemática diferentes autores, que tienen como fundamento teórico el modelo de Van Hiele (1957), le han otorgado importancia al proceso de enseñanza-aprendizaje de la geometría y al desarrollo de habilidades geométricas, desde los

primeros grados de la Educación Primaria. Entre estos se encuentran: Alsina Catalá, y otros (1989) (1991); Hoffer (1990), citado por Galindo (1996); Canals Tolosa (1997); Bressan, y otros (2000); Aparecido Parpineli (2001); Díaz Godino, y otros (2002); Ponce (2003); Guillén, y otros (2004); Brihuega Nieto (2006); González Quiza, y otros (2009); y Xhevdet (2009).

En sus trabajos se identifican dos concepciones teóricas, que se asocian en dos grupos de investigaciones: uno que sigue la perspectiva constructivista para la enseñanza de la geometría y otro la socioconstructivista (interaccionista). De estos autores, solamente, Hoffer (1990) analiza el proceso de desarrollo de habilidades geométricas (visual, verbal, para dibujar, lógica y para modelar) y propone acciones para contribuir a ello, a partir de los cinco niveles de razonamiento de Van Hiele (1957).

En Cuba, también se han realizado estudios relacionados con el proceso de enseñanza-aprendizaje de la geometría y el desarrollo de habilidades geométricas (reconocer objetos geométricos, trazar y/o construir y argumentar proposiciones geométricas) en la Educación Primaria. Entre ellos se destacan: Rizo Cabrera (1987); Sabina Fuentes (1996); López Pérez, y otros (1998); Cabrera Bon (2001); Proenza Garrido (2002); y León Roldán (2007). Sus trabajos han sido consultados como antecedentes obligados de esta investigación.

Los aspectos que abordan estos investigadores se encuentran relacionados con el tratamiento de los contenidos geométricos, la preparación de los docentes, el desarrollo del pensamiento geométrico, la utilización de la tecnología y la concepción del proceso con un enfoque dinámico; pero no profundizan, de manera explícita, en el proceso de desarrollo de habilidades geométricas de los primeros grados.

En el estudio realizado a estas concepciones, se identificó que los fundamentos del proceso de enseñanza-aprendizaje de la geometría en la Educación Primaria son limitados en relación con el

desarrollo de habilidades geométricas, desde los primeros grados. No se pudo constatar en ella, además, una propuesta de estructura interna para las habilidades geométricas que se ajuste a los fines y objetivos de la escuela primaria cubana y a las características psicopedagógicas de los escolares de su primer ciclo.

Constituyen elementos a considerar los resultados de los operativos del Sistema de Estudios de la Calidad de la Educación (SECE), efectuados a nivel nacional (Cuba. Ministerio de Educación, 2005, 2006) (León Roldán, 2005) (Torres Fernández, 2010) y en el Segundo Estudio Regional Comparativo y Explicativo (SERCE) (Bronzina, y otros 2009), llevado a cabo por el Laboratorio Latinoamericano de Evaluación de la Calidad de la Educación (LLECE), de la oficina regional de la Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura (UNESCO).

En estos operativos las principales dificultades que influyen en el desarrollo de las habilidades geométricas en los escolares se encuentran en el dominio de las propiedades, el establecimiento de relaciones entre conceptos y el reconocimiento de figuras compuestas; mientras que los resultados alcanzados en el sexto grado evidencian como persisten estos problemas al culminar la Educación Primaria.

El análisis realizado de la situación descrita manifiesta la necesidad de continuar profundizando en el proceso de desarrollo de las habilidades geométricas, que se inicia en los primeros grados de la Educación Primaria, con el fin de permitirle a los escolares transitar, de manera eficiente, por los diferentes subsistemas educativos.

En estudios realizados por el investigador se comprobó (León González, 2008), con la aplicación de una prueba pedagógica a escolares, del primer ciclo de dos escuelas primarias (Juan Suárez del

Villar y Armando Mestre Martínez), que pertenecen al proyecto de investigación¹ “El aprendizaje de las asignaturas priorizadas del escolar primario”, de la Facultad de Educación Infantil, de la Universidad de Ciencias Pedagógicas “Conrado Benítez García”, en el curso escolar: 2005-2006, que el nivel de desarrollo de las habilidades geométricas alcanzado no se corresponde con las exigencias del modelo de escuela primaria en Cuba, planteado por Rico Montero, y otros (2008).

En estas pruebas pedagógicas las principales dificultades en el desarrollo de las habilidades geométricas en los escolares del primer ciclo de la Educación Primaria están dadas en: reconocer figuras geométricas incluidas dentro de otras; argumentar proposiciones geométricas, mediante el dominio y aplicación de las propiedades de los conceptos; reconocer figuras y cuerpos geométricos, a partir de la denominación de un concepto; y formas geométricas en objetos del medio. Estos resultados se confirmaron con la aplicación de una encuesta a docentes del primer ciclo, incluidos en el estudio; lo cual evidencia que existe relación entre lo planteado por los docentes y las dificultades presentadas por los escolares en las habilidades geométricas.

Al profundizar en el estudio de las causas asociadas a esta situación, durante las observaciones a clases, se evidenció que las insuficiencias, en la dirección de este proceso, están dadas por la brecha que existe entre el tratamiento de los contenidos geométricos y el entorno. Con frecuencia no se parte en el tratamiento de los conceptos y procedimientos geométricos del diagnóstico real de los escolares; no se reconoce, además, la importancia de los medios de enseñanza en los contenidos geométricos que se imparten, pues existe una ausencia total de ellos en cada aula.

Se constató también como dificultad que los ejercicios que se utilizan en clases solo son los que aparecen en los libros de textos; no se planifican las actividades suficientes para el desarrollo de las

¹ El proyecto de investigación “El aprendizaje de las asignaturas priorizadas del escolar primario” se encuentra asociado al programa ramal N° 3 “Educación Primaria”, de la Dirección de Ciencia y Técnica del Ministerio de Educación (MINED) de la República de Cuba.

habilidades geométricas en cada contenido impartido, ni se orientan actividades de experimentación para descubrir las propiedades geométricas y establecer relaciones entre conceptos.

*Esta situación permitió determinar el siguiente **problema científico**: **¿Cómo contribuir al desarrollo de habilidades geométricas en los escolares del primer ciclo de la Educación Primaria?***

El objeto de investigación lo constituye **el proceso de enseñanza-aprendizaje de la geometría en el primer ciclo de la Educación Primaria** y se considera como **campo de acción el desarrollo de habilidades geométricas**.

Con vista a darle solución al problema científico y transformar el objeto de estudio se plantea como **objetivo: Proponer una estrategia didáctica para contribuir al desarrollo de habilidades geométricas en los escolares del primer ciclo de la Educación Primaria**.

Se declara como **idea a defender** la que sigue: **Para contribuir al desarrollo de habilidades geométricas en los escolares del primer ciclo de la Educación Primaria puede utilizarse una estrategia didáctica sustentada en un conjunto de principios, que toman el carácter contextual de los contenidos geométricos como núcleo; acciones y operaciones, que concretan la estructura interna de estas habilidades; y niveles e indicadores, que facilitan el diagnóstico y seguimiento**.

Con la intención de organizar el proceso de investigación se formularon las siguientes **tareas científicas**:

1. Precisión de las concepciones teórico-metodológicas que sustentan el proceso de enseñanza-aprendizaje de la geometría y el desarrollo de habilidades geométricas en los primeros grados de la Educación Primaria.

2. Determinación de los fundamentos para el desarrollo de habilidades geométricas en el primer ciclo de la Educación Primaria.
3. Elaboración de una estrategia didáctica que contribuya al desarrollo de habilidades geométricas en los escolares del primer ciclo de la Educación Primaria.
4. Evaluación de la estrategia didáctica para el desarrollo de habilidades geométricas en el primer ciclo de la Educación Primaria.

Se asumió una **metodología de investigación**, desde un enfoque dialéctico materialista (Nocedo de León, y otros, 2002), sobre la base del principio de la unidad entre la teoría de la educación, el método y la praxis; apoyada en el empleo de métodos teóricos, empíricos y matemático-estadísticos. De esta manera existe complementación, combinación e integración de paradigmas de investigación cualitativa y cuantitativa (Cruz Ramírez, y otros, 2008).

La investigación se llevó a cabo desde el curso escolar 2005-2006 hasta el 2010-2011 y transitó por las siguientes etapas:

- 1. Estudio inicial:** en ella se precisaron las concepciones teórico-metodológicas del proceso de enseñanza-aprendizaje de la geometría y el desarrollo de habilidades geométricas en los primeros grados de la Educación Primaria; se analizó, también, cómo se desarrolla en la práctica este proceso, desde el curso escolar 2005-2006 hasta el 2007-2008.
- 2. Propuesta de solución:** los estudios realizados a la teoría y la situación existente en la práctica educativa manifestaron la necesidad de concebir el proceso de enseñanza-aprendizaje de la geometría en el primer ciclo de la Educación Primaria, desde un punto de vista estratégico. Por eso se determinaron los fundamentos teóricos para el desarrollo de habilidades geométricas en estos grados y se elaboró una estrategia didáctica, en los cursos escolares 2006-2007 y 2007-2008.

3. Evaluación de la propuesta: en ella se demuestra la viabilidad² de los fundamentos teóricos y la estrategia didáctica elaborada, desde el curso escolar 2007-2008 hasta el 2010-2011, con la aplicación del método Delphi y un cuasiexperimento de series cronológicas; lo anterior permitió obtener el nivel de consenso de los expertos y comparar el proceso de enseñanza-aprendizaje de la geometría, en estos grados, antes y después de su introducción.

En el proceso de investigación se empleó, de los **métodos del nivel teórico**, el **histórico-lógico**, para estudiar los conceptos, nexos y leyes generales del proceso de enseñanza-aprendizaje de la geometría; lo que contribuyó a precisar las concepciones teórico-metodológicas del objeto y el campo de acción. Se utilizó, además, en el análisis efectuado al desarrollo del cuasiexperimento de series cronológicas.

Los métodos: **inductivo-deductivo**, **analítico-sintético** se utilizaron para resumir, sintetizar y procesar la información recopilada en la literatura cubana y extranjera. Resultaron, además, de utilidad para establecer las acciones y operaciones para el desarrollo de las habilidades geométricas del primer ciclo de la Educación Primaria. De igual manera, se emplearon en análisis e inferencias, derivados de los resultados de la evaluación de la estrategia didáctica.

Los **métodos sistémico estructural-funcional** y **modelación** se emplearon al determinar, representar y explicar las etapas de la estrategia didáctica para el desarrollo de habilidades geométricas en el primer ciclo de la Educación Primaria y los fundamentos en que se sustenta.

De los del **nivel empírico**, se utilizó el **análisis crítico de las fuentes**, en función de la precisión de las concepciones teórico-metodológicas de la enseñanza de la geometría en la Educación Primaria,

² Cruz Ramírez, y otros (2008 pág. 28), definen la viabilidad como *“el conjunto de potencialidades inherentes a los resultados científicos para transformar la realidad escolar, para resolver en cierta medida el problema científico que generó la investigación. Por tanto, viabilidad comprende pertinencia en un contexto, flexibilidad y sostenibilidad en la implementación y también capacidad para resolver las situaciones expresadas en los hechos empíricos que condujeron al problema”*. En esta investigación expresa la posibilidad que tiene de utilizarse en la práctica los elementos propuestos.

con énfasis en su primer ciclo, para lograr un conocimiento profundo del objeto y campo de investigación.

Las **encuestas** a los docentes permitieron comprobar la preparación que tenían los docentes de la ENU “Juan Suárez del Villar” para abordar los contenidos geométricos del ciclo y la aceptación de la estrategia didáctica.

Se aplicaron **pruebas pedagógicas**, para la determinación del nivel de desarrollo de habilidades geométricas en los escolares, durante todo el proceso experimental.

La **observación** facilitó analizar el proceso de enseñanza-aprendizaje de la geometría en el primer ciclo de la Educación Primaria antes y después de la introducción de la estrategia didáctica.

El **método Delphi** se utilizó para obtener toda la información posible acerca de la pertinencia de los fundamentos teóricos que sustentan la estrategia didáctica elaborada.

La **experimentación** permitió confirmar la viabilidad de la estrategia didáctica, al comparar los resultados que existían y los alcanzados, a partir de un diseño cuasiexperimental de series cronológicas, de un solo grupo, con prepruebas y postpruebas.

Los métodos **matemático-estadísticos** se emplearon para el procesamiento y comparación de la información recogida tras la aplicación de los instrumentos concebidos. Se utilizaron, de la estadística descriptiva, el **cálculo porcentual**, la **distribución de frecuencias** de los valores obtenidos en cada una de las mediciones, la **mediana** y la **moda**.

Con el fin de contrastar los resultados se emplearon los **gráficos de barras** y el de **secuencia**, en la serie cronológica. La distribución de los escolares por niveles, en el proceso experimental, se procesó con el **Paquete Estadístico para las Ciencias Sociales** (en inglés Statistical Package for the Social Sciences, SPSS), versión 15.0; mientras que en la aplicación del **método Delphi** se utilizó

la hoja de cálculo del tabulador electrónico Microsoft Office Excel 2003, elaborada por Crespo Borges (2006b) y facilitada en una conferencia, por su autor.

Se trabajó con una **muestra** de expertos, para determinar la viabilidad de los fundamentos que sustentan la estrategia didáctica, de 30 docentes, de la provincia de Cienfuegos y otras provincias de Cuba; mientras que en la evaluación práctica de la estrategia, de una **población** de 190 escolares y nueve docentes, de la ENU “Juan Suárez del Villar”, del Consejo Popular “Las Minas”, del municipio de Cienfuegos, se seleccionó una intencional, no probabilística, de 106 escolares y cinco docentes.

La **novedad científica** de esta tesis está dada en que integra las concepciones teórico-metodológicas fundamentales del proceso de enseñanza-aprendizaje de la geometría en la Educación Primaria, al sintetizar los aspectos esenciales que han sido expuestos, desde diferentes puntos de vista, en la literatura especializada y tener en cuenta las características psicopedagógicas de los escolares de su primer ciclo; para determinar, reconociendo las potencialidades del entorno y la realización de actividades experimentales, los principios para el proceso de enseñanza-aprendizaje de la geometría; junto a la estructura interna de las habilidades geométricas que se desarrollan en estos grados: sus acciones y operaciones; niveles e indicadores.

Las principales **contribuciones a la teoría** de la investigación radican en principios, acciones, operaciones, niveles e indicadores para el desarrollo de habilidades geométricas en el primer ciclo de la Educación Primaria. Se hace **otra contribución** al contextualizar el término habilidad, según las características y particularidades de la geometría en estos grados. Estas contribuciones enriquecen las concepciones teórico-metodológicas de la didáctica de la geometría.

El principal **aporte práctico** de la investigación se encuentra en la estrategia didáctica para el desarrollo de habilidades geométricas en el primer ciclo de la Educación Primaria. Existen **otros aportes prácticos** en:

1. Orientaciones metodológicas complementarias para el tratamiento de los contenidos geométricos en el primer ciclo de la Educación Primaria, que explican cómo utilizar todas las acciones de la estrategia didáctica en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la geometría.
2. Folletos en los que se ejemplifican, por nivel, los indicadores para el desarrollo de habilidades geométricas y sugerencias para su empleo.

La tesis está estructurada en una introducción, tres capítulos, conclusiones, recomendaciones, bibliografía y anexos. En el **capítulo I** aparecen las concepciones teórico-metodológicas del proceso de enseñanza-aprendizaje de la geometría y el desarrollo de habilidades en los primeros grados de la Educación Primaria, las cuales se asumen en la elaboración de la estrategia didáctica.

El **capítulo II** presenta la estrategia didáctica para el desarrollo de habilidades geométricas en el primer ciclo de la Educación Primaria; describe su estructura, muestra las principales contribuciones a la teoría de la investigación y ofrece recomendaciones para su implementación en el contexto escolar.

Se destina el **capítulo III** a la evaluación de la viabilidad de los fundamentos teóricos propuestos y de la estrategia didáctica, a partir del análisis de los resultados obtenidos en la aplicación del método Delphi y la realización de un cuasiexperimento de series cronológicas de un solo grupo. Al concluir la exposición de los capítulos se formulan las **conclusiones** y **recomendaciones**, que le dan continuidad a la investigación.

Las citas y asientos bibliográficos se realizan a partir de la Norma Internacional ISO 690-2 (International Organization for Standardization, 2007), adoptada por muchas instituciones universitarias de prestigio, que incluye la forma de referenciar publicaciones y otros documentos en formato electrónico. Se añaden anexos que muestran los instrumentos aplicados, los procesamientos estadísticos realizados y otros que sirven de apoyo al cuerpo del informe.

CAPÍTULO I. EL PROCESO DE ENSEÑANZA-APRENDIZAJE DE LA GEOMETRÍA EN LOS PRIMEROS GRADOS EN LA EDUCACIÓN PRIMARIA

“La tarea esencial de la enseñanza de la Geometría en la escuela consiste en enseñar al alumno a razonar lógicamente, argumentar sus afirmaciones y demostrarlas. Pocos de los egresados de la escuela serán matemáticos y mucho menos geómetras. También habrá los que no utilicen ni una vez en su actividad práctica el teorema de Pitágoras. Sin embargo, difícilmente hallárase uno sólo que no deba razonar, analizar o demostrar”.

(Pogorélov, 1974)

CAPÍTULO I. EL PROCESO DE ENSEÑANZA-APRENDIZAJE DE LA GEOMETRÍA EN LOS PRIMEROS GRADOS DE LA EDUCACIÓN PRIMARIA

En este capítulo se precisan las concepciones teórico-metodológicas del proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática, desde los primeros grados de la Educación Primaria; se presentan las tendencias del proceso de enseñanza-aprendizaje de la geometría en otros países y se analiza el proceso de desarrollo de habilidades geométricas en la escuela primaria cubana. Recoge, además, el sustento psicopedagógico que se sigue en la investigación, sobre la base del análisis del objeto y campo, en programas, orientaciones metodológicas y libros de texto.

1.1. Concepciones teórico-metodológicas del proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática en los primeros grados de la Educación Primaria

En la comunidad internacional de educadores matemáticos el término “Educación Matemática” se utiliza, con frecuencia, según Díaz Godino (2010), como sinónimo de “Didáctica de la Matemática”, para referirse a la disciplina científica, que desde el punto de vista teórico y práctico, estudia los problemas que surgen en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática y propone nuevas teorías para su transformación.

La Educación Matemática como sistema social, heterogéneo y complejo (Díaz Godino, 2010) tiene entre sus componentes o campos: la acción práctica y reflexiva sobre el proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas; la tecnología que se propone elaborar y utilizar, junto al resto de los materiales y recursos; y la investigación científica, que analiza el funcionamiento del proceso, en su conjunto.

En la Educación Matemática se identifican, de acuerdo con Castillo, y otros (2006), tres perspectivas: la constructivista, que tiene en los escritos de Piaget su principal fuente; la sociocultural, cuyo marco teórico se fundamenta en las ideas de Vigotsky; y la interaccionista, que

parte de las ideas de Blumer. Sin embargo, una y otra se complementan cuando pretenden una Educación Matemática centrada en la adquisición de capacidades, habilidades y valores que le permitan al individuo la actualización constante de sus conocimientos para aplicarlos en el mundo que les rodea.

La Educación Matemática, desde la perspectiva *constructivista* destaca como se construye el conocimiento matemático, a través de la relación del sujeto con el medio y la organización de sus acciones mentales; en la *sociocultural* es considerado un proceso social, que transita, en la actividad, de lo interpsicológico a lo intrapsicológico, apoyado por mediadores e instrumentos; mientras que en la *interaccionista*, desde un punto de vista socioconstructivista, se hace énfasis tanto en los procesos individuales como en los sociales, a través de la participación y negociación.

D'Ambrosio (2005) al observar el futuro, con respecto a la Educación Matemática, reconoce como se dirige hacia su integración con el resto de las áreas del conocimiento, principalmente en los países más desarrollados con tradición matemática fuerte y economía creciente; lograda, inicialmente, a partir de la relación intramateria.

Desde la concepción pedagógica la Educación Matemática en la escuela primaria valoriza el papel de la sensación y la percepción, como base del conocimiento matemático; y las posibilidades de su utilización en la interpretación, comprensión y explicación del contexto social e histórico, que se convierte en contenido de su actividad cognoscitiva. Tal consideración advierte la orientación formativa de las actividades que se organizan, desde el currículo, para la Educación Matemática; las cuales deberán ajustarse a las características del escolar, el nivel educativo y la naturaleza del contenido matemático en cuestión.

En este contexto los principios que declara Ruiz de Ugarrio (1965) para la enseñanza de la Matemática en la Educación Primaria destacan la importancia de las representaciones, en el paso de

la percepción al pensamiento abstracto; el papel de la comprensión, la reflexión y el desarrollo del lenguaje, en la actividad racional; y la práctica, como principio y fin de toda actividad cognoscitiva, pues a partir de ella, el individuo aplica en la vida aquello que ha obtenido como resultado del pensamiento.

En la dirección del proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática a nivel internacional, desde la década del 90 del siglo XX, existe influencia de las orientaciones curriculares elaboradas por el Consejo Estadounidense de Profesores de Matemática (en inglés National Council of Teachers of Mathematics), conocidas como “Principios y estándares para las matemáticas escolares” (NCTM, 2000). Estos principios, no se refieren a contenidos o procesos matemáticos específicos; solo describen aspectos relacionados con los programas e influyen en el desarrollo del currículo, en la planificación de las clases, en el diseño de evaluaciones, entre otras cuestiones.

Dentro de sus preceptos se significa la necesidad de lograr igualdad en la Educación Matemática, altas expectativas y apoyo a todos los escolares; un currículo coherente y centrado en las matemáticas de todos los niveles educativos; enseñanza que requiera comprensión del conocimiento previo de los escolares y del nuevo contenido que necesitan aprender; aprendizaje que propicie la construcción activa de los contenidos matemáticos; evaluación con el fin de apoyar el aprendizaje de las matemáticas, para proporcionar información útil, tanto a docentes como a escolares; y considerar la tecnología como un recurso esencial, para estimular el aprendizaje.

Por otra parte, en los estándares (NCTM, 2000) los bloques de contenido que se reconocen son: número y operación; patrones; funciones y álgebra; geometría y sentido espacial; medidas; análisis de datos; estadística y probabilidad; resolución de problemas; entre otros.

Al hilo de estas concepciones tomó auge la utilización del método de enseñanza por resolución de problemas en el tratamiento de los contenidos matemáticos, desde puntos de vistas (García Cruz,

2009) diferentes e interrelacionados: enseñar para resolver problemas, sobre la resolución de problemas y vía resolución de problemas.

El primero propone a los escolares solucionar problemas que promueven la búsqueda y sus aplicaciones en la vida; el segundo a utilizar la heurística en la enseñanza, para que aprendan a utilizar estrategias de solución; y el tercero a enseñar la matemática a través de problemas y desarrollar la capacidad de razonamiento.

Esta situación permitió que docentes e investigadores incorporaran a sus prácticas este método, a partir de propuestas y metodologías contextualizadas en las que pretendían transmitir a sus estudiantes estrategias heurísticas adecuadas para la resolución de problemas en general. Entre las propuestas se destaca la planteada por De Guzmán (1993), a partir de las ideas de Polya y Schoenfeld, en la que se concibe la Educación Matemática como un proceso de inculturación, con variedad de formas de enfocar su enseñanza. Este método destaca la importancia de que el escolar sea capaz de manipular los objetos matemáticos (conceptos fundamentales), activar la capacidad mental y ejercitar la creatividad.

De Guzmán (1993) también considera que el escolar debe seleccionar la estrategia adecuada; luego reflexionar sobre el proceso de solución del problema, a fin de mejorarlo de manera consciente y hacer transferencias de las actividades realizadas a otros aspectos del trabajo mental; desarrollar confianza en sí mismo; divertirse a partir de la actividad mental ejecutada; implicarse en la solución de otros problemas de la ciencia, de la vida cotidiana y prepararse para los retos de la tecnología.

Díaz Godino, y otros (2009), le reconocen un papel fundamental a la utilización del método de enseñanza por resolución de problemas, en función del desarrollo de competencias en la actividad matemática, teniendo en cuenta algunos aspectos del enfoque ontosemiótico. Desde su punto de vista, el docente debe seleccionar y reelaborar los problemas matemáticos idóneos para los

escolares, usando los recursos apropiados; definir, enunciar y justificar los conceptos y procedimientos, teniendo en cuenta las nociones previas; implementar configuraciones didácticas (sistema de acciones entre docente y escolares), que permitan optimizar el aprendizaje; reconocer el sistema de normas sociales y disciplinares que posibilitan el desarrollo del proceso; conocer las aportaciones teóricas realizadas a la Educación Matemática; valorar la idoneidad didáctica de los procesos de estudio planificados o implementados en sus distintas dimensiones (epistémica, cognitiva, afectiva, interaccional, mediacional y ecológica); y desarrollar una actitud positiva hacia la enseñanza de las matemáticas, de modo que se valore tanto su papel formativo como su utilidad.

A partir de estas concepciones se infiere la necesidad de que los docentes desarrollen el proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática con un enfoque estratégico, que facilite que los escolares, con autonomía y autodeterminación, se apropien de los conocimientos y habilidades necesarias en su contexto social y cultural, para incidir sobre él y transformarlo.

El predominio del método de enseñanza por resolución de problemas y el enfoque ontosemiótico en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática, desde los primeros grados, avala algunas teorías de la Escuela Francesa de Didáctica de la Matemática, como es el caso de las *situaciones didácticas*, de Brousseau (1986), citada por Panizza (2003) y Sadovsky (2005); y la de *transposición didáctica*; formulada por Chevallard (2005).

Desde la concepción de Brousseau (1986), la situación didáctica consiste en “*un conjunto de relaciones establecidas explícita y/o implícitamente entre un alumno o un grupo de alumnos, un cierto medio (que comprende eventualmente instrumentos u objetos) y un sistema educativo (representado por el profesor) con la finalidad de lograr que estos alumnos se apropien de un saber constituido o en vías de constitución*”. (Panizza, 2003 pág. 4)

Por tanto, las situaciones didácticas propician que los conocimientos matemáticos sean construidos por el sujeto en un contexto que resulte problemático para él. Luego, según la tipología, reconocida por Díaz Godino, y otros (2004), estas se basan en problemas reales que motiven y atraigan la atención de los escolares. En su resolución se debe ofrecer la oportunidad de investigar posibles soluciones, individualmente o en grupos; favorecer el desarrollo del lenguaje matemático; comprobar y demostrar que la solución alcanzada es correcta; y utilizar el conocimiento adquirido en común.

Por su parte, la teoría de la transposición didáctica de Chevallard (2005) explica la forma en que son transformados los contenidos matemáticos (saberes sabios) en contenidos enseñables a los escolares (saberes a enseñar) y puestos en práctica en la enseñanza (saberes enseñados).

De lo anterior se asume que en este proceso el docente realiza acciones como la simplificación, modificación y reducción de la complejidad del saber original, de acuerdo con las particularidades de cada escolar y el contexto social en que se desarrolla el proceso de enseñanza-aprendizaje.

Un elemento importante a tener en cuenta es lo planteado por Arrieta (1998), citado por Barcia Martínez (2000), quien hace referencia a que en varios congresos internacionales de matemática educativa se ha manifestado, en el proceso de enseñanza-aprendizaje, que a cada etapa escolar le corresponde su rigor; el apoyo continuo en lo concreto, en la realidad; atender a la historia de la ciencia y respetarla; extender la Educación Matemática como un “saber hacer” y destacar la importancia de la inducción y el empirismo.

A estas concepciones se agregan los aportes de Krutetskii (1968), mencionados por Wielewski (2005) y Giorgion (2010), quien propone una clasificación de estilos cognitivos, como referentes para establecer niveles de desarrollo del aprendizaje matemático, relacionados con los componentes: verbal-lógico y visual-pictórico; lo cual supone utilizar, como apoyo del proceso de enseñanza-aprendizaje, objetos concretos, para el desarrollo del lenguaje y el pensamiento lógico.

Al decir de Wielewski (2005), los estilos cognitivos de los escolares, pueden tipificarse, en relación con el predominio de uno u otro componente. En el *analítico* prevalece el componente verbal-lógico; en este caso existe un dominio de conceptos espaciales débil; los escolares no pueden y no sienten necesidad de usar apoyo visual. En el *geométrico* predomina el componente visual-pictórico; se aprecia un mejor dominio de los conceptos espaciales; los escolares tienden a usar apoyos visuales y sienten necesidad de hacerlo. Mientras que en el *armónico* existe un equilibrio entre los componentes verbal-lógico y visual-pictórico; el dominio de los conceptos espaciales es bueno; se divide en dos subtipos: *armónico abstracto*, que corresponde a aquellos escolares que pueden usar apoyos visuales pero prefiere no hacerlo; y *armónico pictórico*, que corresponde a los que pueden usar apoyos visuales y prefiere hacerlo.

Vista la Educación Matemática desde estas tres perspectivas se ratifica la necesidad de integrar los aspectos esenciales desde una concepción histórico-cultural del proceso de enseñanza-aprendizaje. En este sentido se identifica la actividad externa, como punto de partida, para la interiorización de los conocimientos y habilidades; la relación que existe entre aprendizaje y desarrollo; el papel que juegan los mediadores al servir de orientadores en este proceso; y el lugar que se le otorga en ellas al lenguaje.

Esta posición cobra un significado esencial en esta tesis al asumirla como concepción para fundamentar el proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática en el primer ciclo de la escuela primaria cubana, a partir de los principios, leyes y categorías de la didáctica general; concretados en el modelo de escuela primaria (Rico Montero, y otros 2008), que constituye la base para el logro de un aprendizaje desarrollador, pues intenta promover (Castellanos Simons, y otros 2002) el desarrollo integral de la personalidad del educando; activar la apropiación de conocimientos, destrezas y capacidades intelectuales; garantizar la unidad de lo cognitivo y lo afectivo-valorativo en los

aprendices; potenciar el tránsito progresivo de la dependencia a la independencia, así como el desarrollo de la capacidad de conocer, controlar, transformar creadoramente la realidad; realizar aprendizajes a lo largo de la vida, a partir del dominio de habilidades para aprender a aprender y la necesidad de una autoeducación constante.

El modelo asume como referente el enfoque histórico-cultural de Vigotsky (1979) y las tradiciones pedagógicas cubanas, desde el cual se configura una concepción humanista, que le otorga valor al papel del sujeto en la participación activa, directa y comprometida de su propio crecimiento personal y social.

Desde los aportes de estos investigadores, junto a los de Puig Unzueta (2003), se proyecta la renovación del proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática; estableciendo como referente la teoría de niveles de desempeño cognitivo, derivada de teorías de evaluación del aprendizaje.

Los niveles de desempeño cognitivo, según Puig Unzueta (2003 pág. 4), *“expresan el grado de complejidad con que se quiere medir el desempeño cognitivo y la magnitud de los logros del aprendizaje alcanzados por el alumno en una asignatura determinada”*. Este concepto guarda estrecha relación con los niveles de asimilación (Álvarez de Zayas, 1999), pues en ambos se considera el proceso de enseñanza-aprendizaje como vía mediante la cual se logra la apropiación de conocimientos y habilidades.

Los niveles de desempeño tienen un carácter sistémico, permiten dinamizar el control de todo el proceso de enseñanza-aprendizaje, medir su calidad y reorientarlo, de los resultados alcanzados hasta los deseados. De la misma forma, facilitan, al evaluar la calidad de los conocimientos y las habilidades de los escolares, establecer diferentes jerarquías y obtener un proceso cognoscitivo diferenciador, flexible y diverso.

En su trabajo Puig Unzueta (2003) considera tres niveles de desempeño cognitivo en Matemática. En el *reproductivo* los escolares son capaces de resolver ejercicios formales (saben leer y escribir números; establecen relaciones de orden en el sistema decimal, reconocen figuras planas y utilizan algoritmos rutinarios usuales); también están presentes aquellos contenidos y habilidades que conforman la base para la comprensión matemática.

En el *aplicativo*, pueden resolver situaciones problemáticas, enmarcadas en los llamados problemas rutinarios, que tienen una vía de solución conocida, al menos para la mayoría de ellos, que sin llegar a ser propiamente reproductivos, tampoco pueden ser considerados completamente productivos; constituye un primer paso en el desarrollo de la capacidad para aplicar estructuras matemáticas a la resolución de problemas.

Por su parte, en el *creativo*, resuelven problemas, donde la vía de solución no es conocida para la mayoría y el nivel de producción es elevado; son capaces de reconocer estructuras matemáticas complejas y resolver problemas que no implican el uso de estrategias, procedimientos y algoritmos rutinarios; sino que posibilitan la puesta en escena de estrategias, razonamientos y planes no rutinarios, que exigen poner en juego su conocimiento matemático.

Dentro de los preceptos del modelo de escuela primaria en Cuba (Rico Montero, y otros, 2008), se destaca que los niveles de desempeño cognitivo, sirven de utilidad para conocer el desarrollo logrado por los escolares; pero cuando el docente va a planificar una clase debe orientarse, también, por los objetivos y los tres niveles de asimilación.

La esencia de estas concepciones subyace en la tesis de la psicología marxista-leninista de que todas las cualidades psíquicas del hombre se desarrollan mediante la relación del sujeto con la realidad histórica-social-cultural y en la unidad de lo concreto y lo abstracto, como exigencia; constituye esta relación un elemento importante en la dirección del proceso de enseñanza-

aprendizaje de la Matemática, desde los primeros grados de la Educación Primaria, pues reconocen el papel del docente para la orientación de los contenidos y que los escolares puedan aplicarlos en la práctica.

1.2. Tendencias del proceso de enseñanza-aprendizaje de la geometría en los primeros grados de la Educación Primaria en otros países

Las concepciones teórico-metodológicas del proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática en la Educación Primaria, en las últimas décadas, han generado tendencias que sirven de base para desarrollar transformaciones en el tratamiento metodológico de la geometría, desde los primeros grados de la Educación Primaria; criterio este con el cual coincide Proenza Garrido (2002), cuando señala que la enseñanza de la geometría se ha visto influenciada por modelos didácticos, difundidos en varios países; dirigidos, algunos de ellos, a favorecer el desarrollo de habilidades geométricas específicas en los escolares.

Entre los modelos didácticos de mayor trascendencia en la enseñanza de la geometría, se encuentra el de Van Hiele; propuesto por Pierre Marie Van Hiele y Dina Van Hiele-Geldof, en 1957 (Alsina Catalá, y otros, 1989; Jaime Pastor, y otros, 1996; Afonso Martín, 2003; Díaz Godino, y otros, 2004), a partir de su experiencia docente, estudios de Piaget y la psicología de la Gestalt. De acuerdo con sus autores (anexo 1), la finalidad del modelo es desarrollar en los escolares la comprensión o razonamiento (insight) geométrico. Por tal razón, los niveles, así como las fases de aprendizaje, están orientados para alcanzar este propósito.

Los cinco niveles (reconocimiento, análisis, deducción informal, deducción formal y rigor) explican la manera en que ocurre la comprensión geométrica en los escolares, desde las formas intuitivas del pensamiento hasta las deductivas. No es posible alterar el orden de adquisición de los niveles; cada

uno sirve de base para el siguiente, lleva asociado su lenguaje específico; y su paso por ellos, depende más de la instrucción recibida por el escolar que de la maduración biológica.

Se estructura cada nivel de comprensión en cinco fases de aprendizaje (información, orientación dirigida, explicitación, orientación libre e integración), que le permiten al docente organizar el proceso de enseñanza-aprendizaje de la geometría, de manera que los escolares adquieran los conocimientos geométricos básicos, para después centrar la actividad en utilizarlos y combinarlos.

Van Hiele (1957) asegura que para que cada escolar avance en la construcción activa del conocimiento y alcance un nivel de comprensión superior, debe superar estas fases.

Es opinión del investigador que este modelo puede ser utilizado para orientar la comprensión de los escolares del primer ciclo de la Educación Primaria, puesto que las formas intuitivas del pensamiento geométrico comienzan a desarrollarse en los primeros grados hasta el tercer nivel y continúa su ascenso en el resto de las enseñanzas del sistema educacional; sin embargo una desventaja que presenta es que le otorga demasiada importancia al papel de los procesos de instrucción para el desarrollo del pensamiento, en vez del desarrollo integral de la personalidad del escolar, a partir de la unidad que existe entre lo biológico, lo social y cultural.

Jaime Pastor, y otros (1996), afirman que los estudios iniciados por Van Hiele (1957) han dado lugar a nuevas investigaciones dirigidas a confirmar si esos niveles, en los escolares, describen exactamente el pensamiento geométrico; su distribución, de manera simultánea, en dos de ellos; la globalidad en todos los conceptos geométricos; la jerarquía, secuencialidad y el que más predomina en el proceso de enseñanza-aprendizaje; la existencia única de esos cinco; y otras investigaciones, relacionadas con la aplicación de esta teoría en diferentes aspectos de la geometría, como de la Matemática; así como la combinación con algunas, que explican la manera en que ocurre y se desarrolla la comprensión de los conceptos geométricos.

Es en este último caso que han promovido tendencia en la enseñanza de la geometría, de acuerdo con Proenza Garrido (2002), algunos modelos didácticos como *el de ubicación espacial*, planteado por Saiz (1997), donde se proponen situaciones, en las que son necesarias la realización de acciones espaciales, en el entorno; *el del aprendizaje acerca del espacio*, propuesto por Bishop (1997), el cual insiste en mostrar que las ideas geométricas espaciales que se enseñan en la escuela no son ajenas al mundo real; *el de manipulaciones geométricas*, expuesto por Brenes (1997), en el que se destaca la importancia de la utilización de figuras y cuerpos geométricos para desarrollar la percepción espacial y una mejor comprensión del mundo; y *el del uso de materiales concretos*, formulado por Castro (1997), que consiste en utilizar modelos geométricos para la construcción de los conceptos geométricos básicos.

Por otra parte, en estudios realizados (León González, 2008) se evidencia como tendencia, en países como: Italia, España, Panamá y Venezuela, que el proceso de enseñanza-aprendizaje de la geometría, comienza en los primeros grados de la Educación Primaria y se extiende a lo largo de la enseñanza general; incide, en su tratamiento, como fundamento psicológico, la teoría de Piaget, Vigotsky y Ausubel.

Se constató, además, que existen diferencias de criterios en cuanto a la enseñanza de la geometría; en algunas de estas naciones, se enseña como una materia aparte, al finalizar el resto de los contenidos matemáticos; y en otras, se vincula con contenidos matemáticos como la numeración y la medida. En las concepciones curriculares analizadas se relacionan los contenidos geométricos con la vida, debido a la repercusión que tiene su estudio en diversas áreas y materias de la actividad social.

Al respecto, Canals Tolosa (1997 pág. 31), apunta: *“la Geometría hemos de vivirla en la escuela y en toda la vida, ha de ser, tanto para nosotros como para nuestros alumnos, una oportunidad de*

aumentar nuestra capacidad de descubrimiento, nuestra iniciativa y creatividad y nuestra sensibilidad por la belleza de las formas, apreciado tanto en el arte como en la naturaleza y en la globalidad del medio que nos rodea. Es necesario que junto aprendamos a mirar nuestro entorno con unos ojos más geométricos, y que tanto en la calle como en la clase seamos más felices haciendo Geometría”.

Tal punto de vista es compartido por Alsina Catalá, y otros (1989 pág. 28), quienes precisan que *“el entorno, en su sentido más amplio, ha sido y seguirá siendo, el gran reto, el gran manantial y fuente de los estudios geométricos, no sólo para motivar descripciones y modelos sino, lo más interesantes, para que con dichos resultados geométricos pueda incidirse en la transformación de la realidad”.*

A partir de estas ideas es que se inicia el estudio de la geometría con contenidos de orientación espacial, a partir de actividades lúdicas y más tarde con el de figuras, movimientos y cuerpos geométricos; sin embargo en algunos países se parte del estudio de los cuerpos geométricos y más tarde se introducen las figuras planas.

Se aboga por una enseñanza orientada al desarrollo de las habilidades geométricas: visual, verbal, para dibujar, lógica y para modelar; se utiliza, también, el método de resolución de problemas, de manera explícita o implícita, para su desarrollo en los escolares, mediante actividades de manipulación, creación, generalización y aplicación de los contenidos.

La enseñanza de los contenidos geométricos se realiza de forma intuitiva para asegurar la imaginación espacial y la formación de los conceptos básicos con el uso de objetos concretos, como modelos, para que el escolar descubra las propiedades de los objetos geométricos y desarrolle su vocabulario.

Al referirse al uso de los modelos Junquera Muné (1961 pág. 512) advierte: *“no crea el educador que basta la intuición en el sentido de mostrar los cuerpos. No debe tenerlos a la vista de los niños, sino*

ponerlos en sus manos, para que los tengan y los retengan, observándolos. Debe de haber varias series de cuerpos ya cualesquiera, ya geométricos, y dentro de estas series de cada clase, variando el tamaño, el número de caras, etc. Empeñarse en “hacer” Geometría con un cubo, un prisma, una pirámide, etc., es vanidad”.

Por su parte, Piaget, citado por Brihuega Nieto (2006 pág. 2), considera que los escolares “*cuanto más tiempo se dediquen al estudio de lo concreto, cuanto más tiempo empleen en la observación, tanto mejor pasarán, entonces, a la comprensión de las formas abstractas*”.

Por último, se utilizan herramientas tecnológicas como videos y aplicaciones informáticas; se aplica, tanto en países europeos como latinoamericanos, el modelo de Van Hiele para orientar la comprensión geométrica en los escolares y existe influencia de investigaciones nacionales e internacionales en el tratamiento metodológico de la geometría en estos grados.

Las tendencias analizadas destacan, como ideas rectoras, para la dirección del proceso de enseñanza-aprendizaje de la geometría en el primer ciclo de la Educación Primaria, la importancia de vincular los contenidos geométricos con la vida; la utilización de objetos concretos y otros medios de enseñanza, para desarrollar habilidades geométricas; y el desarrollo del pensamiento geométrico abstracto.

1.3. El proceso de enseñanza-aprendizaje de la geometría en el primer ciclo de la escuela primaria cubana

El proceso de enseñanza-aprendizaje de la geometría en Cuba ha atravesado por profundas transformaciones en su diseño y desarrollo curricular; se ha encontrado influenciado por las perspectivas de Educación Matemática y las diferentes tendencias que se han gestado a nivel internacional.

El desarrollo histórico del proceso de enseñanza-aprendizaje de la geometría en la escuela cubana, según Rizo Cabrera (1987), se resume en tres etapas: una tradicional, determinada por la utilización de las ideas euclidianas, que concluye en el siglo XIX; otra influenciada por la reestructuración axiomática realizada por Hilbert a los postulados de Euclides y las propuestas de Klein, que llega hasta la década de 1950; y la última, de la segunda mitad del siglo XX hasta la defensa de su tesis, caracterizada por dos momentos importantes: la introducción de la teoría de conjuntos en el currículo matemático y las ideas de la Comisión Internacional para el Estudio y la Mejora de la Enseñanza de las Matemáticas (CIEAEM) de poner fin a la enseñanza de la Matemática pura y aproximarla a otras ciencias, de acuerdo con la realidad social y la práctica.

A partir de la defensa de la tesis doctoral de Rizo Cabrera (1987) comienza una nueva etapa en la concepción del proceso de enseñanza-aprendizaje de la geometría en la escuela cubana, en la que se estructuran los contenidos geométricos en tres momentos fundamentales: uno inicial o propedéutico, que abarca la enseñanza preescolar y hasta el cuarto grado; otro de estudio deductivo, que comienza en los grados quinto y sexto de la escuela primaria y se extiende hasta la Secundaria Básica; y el último de complementación. Debe destacarse que en ninguno de esos momentos se hace una construcción axiomática rigurosa de la geometría, aunque sí se incluyen elementos intuitivos de los axiomas que aparecen en los sistemas de Euclides y de Hilbert.

En el primer ciclo de la escuela primaria cubana la enseñanza de la geometría tiene un carácter intuitivo-operativo-perceptual-práctico, pues todas las propiedades de las figuras y cuerpos geométricos elementales se obtienen, a partir de percepciones visuales y táctiles. Este carácter está dado por las particularidades psicológicas que tienen los escolares en estos grados; las cuales han sido estudiadas por especialistas cubanos como Rico Montero, y otros (2008), para brindar una

mejor atención pedagógica y dirigir las acciones educativas con mayor efectividad en el proceso de enseñanza-aprendizaje.

De esta manera, se subdivide el primer ciclo de la Educación Primaria, por la variedad de sus edades, en dos momentos o etapas de desarrollo: uno que comprende de 6 a 7 años (primero y segundo grado) y otro de 8 a 10 años (tercero y cuarto grado).

De acuerdo con los programas de Matemática (Cuba. Ministerio de Educación, 2007) y estudios de los investigadores consultados (Rico Montero, y otros 2008), en el *primer y segundo grado*, la formación de los conceptos se realiza con objetos concretos o su materialización. En estos grados se procede al desarrollo de operaciones mentales como el análisis, la síntesis, la abstracción y la generalización³; con acciones, que favorecen la formación de nociones y habilidades en los escolares, como la observación, la descripción, la comparación, la clasificación, entre otras.

El *tercer y cuarto grado*, es el momento de desarrollo en el que se culmina el primer ciclo. En estos grados se continúa con las formas de organización y dirección de una actividad de aprendizaje reflexiva, sobre la base de los requerimientos señalados para los grados iniciales. Es posible lograr al terminar el cuarto grado, niveles superiores en el desarrollo de habilidades en los escolares y un control valorativo de la actividad realizada.

La enseñanza de la geometría en el primer ciclo, según indica el modelo de escuela primaria en Cuba, planteado por Rico Montero, y otros (2008 pág. 31), que constituye la base para un aprendizaje desarrollador, debe contribuir, de manera general, a que el escolar, al finalizar el cuarto grado, pueda *“identificar en el medio y en modelos, figuras y cuerpos geométricos elementales,*

³ Talízina (1988 pág. 82), al abordar las formas de generalización en los niños de edad preescolar y primaria, señala que si el proceso de generalización se desarrolla de manera espontánea o según el material se obtiene una *generalización empírica*, pero si este proceso se dirige puede obtenerse, con los niños de dicha edad, una *generalización completa o teórica*.

realizar algunos de ellos con diferentes instrumentos y construir objetos con esas formas, así como argumentar algunas proposiciones a partir del conocimiento de sus propiedades y características”.

Por otro lado, en el programa de Matemática, de primero a sexto grado, de la Educación Primaria (Cuba. Ministerio de Educación, 2007) se precisan los objetivos para la enseñanza de la geometría, por grados; se reflejan en el anexo 2 solo los de los primeros cuatro grados. Estos objetivos, en sentido general, destacan la necesidad de que los escolares desarrollen la capacidad de representación e imaginación espacial (vista geométrica), mediante actividades perceptuales, de la forma y el tamaño de los objetos; dominen las propiedades esenciales de los objetos geométricos y desarrollen habilidades al reconocerlos, trazarlos y/o construirlos, describirlos y argumentar proposiciones geométricas dadas.

En el primer ciclo de la Educación Primaria se abordan los conceptos de objetos geométricos fundamentales de figuras, cuerpos y movimientos geométricos o transformaciones en el plano; los cuales se muestran en la tabla que aparece en el anexo 3. Estos conceptos tratados son resultado de un proceso progresivo de abstracción, pues las figuras y cuerpos geométricos no pueden percibirse, solo existen en la conciencia como un reflejo mental. Se debe señalar que en estos grados hay conceptos que se inician y otros, que sirven de base a nuevos conceptos, se continúan profundizando.

Ballester Pedroso, y otros (2001), señalan que la formación de conceptos tiene gran importancia en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática, pues contribuye a la comprensión de las relaciones matemáticas; el desarrollo de la capacidad de aplicar lo aprendido, de forma segura y creativa; el adiestramiento lógico-verbal; la transmisión de importantes nociones ideológicas, relacionadas con la teoría del conocimiento; y el desarrollo de numerosas propiedades del carácter.

Para el trabajo metodológico con la formación de conceptos se consideran tres etapas o fases (Ballester Pedroso, y otros 2001), en las cuales el escolar realiza diferentes acciones; estas son: identificar el concepto, realizarlo y aplicarlo. Lo esencial de la primera etapa radica en presentar una serie de objetos para que los escolares determinen si cumplen o no con las propiedades del concepto; en la segunda se comprueban esas propiedades en los objetos, y finaliza con la explicación del concepto; mientras que la tercera se realiza en relación con otras situaciones de la enseñanza, los cuales sirven de condiciones previas para definir nuevos conceptos.

Otro elemento a tener en cuenta en la obtención de conceptos son sus vías de formación. Para ello se sigue la *inductiva*, que va de lo particular (contenido) a lo general (extensión), porque a partir de ejemplos, se elabora la definición, paso a paso; y la *deductiva*, que lo hace de lo general a lo particular (de la extensión al contenido del concepto), pues se parte de la definición del concepto y su contenido es descubierto, mediante ejemplos.

En el primer ciclo de la Educación Primaria las relaciones fundamentales (anexo 3) que se trabajan, unidas a estos conceptos de objetos, son de posición entre puntos, rectas y plano (“...pasa por...” o “...está situado en...”); entre puntos que están situados en una recta (“... se encuentra entre... y...”); entre rectas (“...se cortan” o “...no se cortan”), para indicar paralelismo, en el caso de las que no se cortan en el plano o perpendicularidad, aquellas que al cortarse coinciden con los lados cortos del cartabón; y de *congruencia o igualdad geométrica* (“...igual que...”), entre segmentos, que posteriormente es utilizada, a partir de actividades de superposición, en otras figuras.

Esto se logra con la realización de operaciones como el reconocimiento de figuras y cuerpos geométricos en objetos del medio, el trazado de figuras geométricas, la comparación de segmentos, la medición de la longitud de un segmento, el desarrollo de cuerpos geométricos, la superposición de figuras, entre otras.

El tratamiento de los conceptos de relación y operación, unidos a los de objetos, en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la geometría, señala Proenza Garrido (2002 pág. 59), “*se transforman en procedimientos*”. De esta manera, los procedimientos geométricos son aquellos procedimientos típicos del tratamiento de la geometría que guardan relación con los propios del proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática: algorítmicos y heurísticos.

Un procedimiento geométrico es *algorítmico* cuando ofrece una secuencia de pasos finitos que permiten la solución de la situación problémica dada, a partir del cual se obtienen Sucesiones de Indicaciones con Carácter Algorítmico (SICA); por ejemplo, las construcciones geométricas: elementales⁴, fundamentales y formales.

Mientras que los procedimientos geométricos *heurísticos* son aquellos que orientan hacia la búsqueda y descubrimiento de vías de solución a partir de la analogía, la inducción, la reducción de un problema a otro ya resuelto, la generalización, etcétera. Ejemplos de situaciones donde se aplica este tipo de procedimiento geométrico se encuentran en algunos ejercicios de reconocimiento de figuras compuestas y de argumentación de proposiciones, en los que se establezca relación entre conceptos.

La enseñanza de los conceptos y procedimientos geométricos en el primer ciclo de la escuela primaria cubana tiene como antecedentes los trabajos intuitivos que se realizan en el programa “Nociones elementales de la Matemática”, que se incluye en los círculos infantiles, vías no institucionales y el grado preescolar; además de los contenidos de orientación en el espacio y en la hoja de trazado, que se inicia en el primer grado.

⁴ En la geometría plana, las construcciones geométricas elementales son aquellas construcciones (punto y recta), que junto a las fundamentales (rectas paralelas y perpendiculares, etcétera), sirven de base para realizar construcciones geométricas formales (circunferencia, paralelogramo, rectángulo, etcétera), donde se aplican esas nociones geométricas.

La etapa que abarca el primer ciclo de la Educación Primaria tiene una gran importancia en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la geometría, pues es en ella cuando se comienza a desarrollar en los escolares la capacidad de interiorizar las propiedades geométricas observadas y la formación de su vocabulario geométrico.

El dominio de estos conceptos y procedimientos se logra en los escolares, del primer ciclo, a partir de actividades experimentales de dibujo, modelado, manipulación, superposición composición y descomposición, en las cuales se desarrollan, paulatinamente, un conjunto de habilidades geométricas.

En relación con el dominio de los conceptos y procedimientos geométricos, por parte de los escolares de los primeros grados de la Educación Primaria, Rizo Cabrera (1987) reconoce la existencia de niveles de pensamiento en geometría, que coinciden con los tres iniciales expuestos por Van Hiele (1957)⁵. En el primero, los objetos geométricos se perciben en su totalidad y se diferencian mediante formas; en el segundo, se reconocen las propiedades; y en el tercero, se definen mediante algunas propiedades, las demás se deducen.

Tal consideración advierte la influencia que ejerce el dominio de los conceptos y procedimientos geométricos en el pensamiento geométrico de los escolares y en el desarrollo de habilidades geométricas.

1.4. El proceso de desarrollo de habilidades geométricas en el primer ciclo de la Educación Primaria

Uno de los objetivos fundamentales de la enseñanza de la geometría en la Educación Primaria es el desarrollo de habilidades; categoría psicológica que le permite a un individuo ejecutar determinada

⁵ Aparecido Parpineli (2001) declara que la teoría de Van Hiele (1957) llegó a Cuba cuando se adoptaron, en 1975, en la enseñanza de la Matemática, los programas elaborados en la antigua República Democrática Alemana (RDA), que estaban estructurados de acuerdo con el desarrollo de la "matemática moderna", donde se incluía la teoría de conjuntos, como base, para la obtención de los conocimientos y puntos de vista matemáticos.

actividad con éxito, en dependencia de los conocimientos alcanzados; conocer e interpretar, como se señala en las exigencias del modelo de escuela primaria en Cuba (Rico Montero, y otros, 2008), los componentes de la naturaleza, las relaciones que existen entre ellos, la sociedad y a sí mismo. Teniendo en cuenta las particularidades que tiene el proceso de desarrollo de habilidades, desde el punto de vista psicopedagógico y las especificidades que adquiere en la enseñanza de la geometría en el primer ciclo de la Educación Primaria, el investigador considera prudente abordar este epígrafe en dos apartados.

1.4.1. Una aproximación a las habilidades en la enseñanza

Entre los autores que han definido el término habilidad, desde una perspectiva psicopedagógica, se encuentran Savin (1972); Danilov, y otros (1981); Petrovski (1986); Brito Fernández, y otros (1987b); Fariñas León (1999); y Álvarez de Zayas (1999).

Estos autores, adscritos al enfoque histórico-cultural de Vigotsky (1979), asumen, de una forma u otra, la habilidad como un sistema de acciones y operaciones que se desarrolla en un individuo, dentro de los marcos de la actividad⁶, sobre la base de los conocimientos adquiridos y las capacidades intelectuales.

Se asume en esta investigación la definición propuesta por Álvarez de Zayas (1999 pág. 71), quien considera desde el punto de vista psicológico la habilidad como *“la dimensión del contenido que muestra el comportamiento del hombre en una rama del saber propio de la cultura de la humanidad. Es (...) el sistema de acciones y operaciones dominado que responde a un objetivo”*.

⁶ Leontiev (1981) fundamenta la teoría de la actividad en la tesis de que todas las cualidades psíquicas del hombre se desarrollan a partir de la interacción del sujeto con objetos y fenómenos de la realidad. Este autor reconoce como componentes estructurales de la actividad: el sujeto, el objeto, su objetivo, el motivo, las acciones y operaciones.

Según el citado autor, las habilidades de cada disciplina se clasifican, de acuerdo con su nivel de sistematicidad, de la siguiente forma: las propias de la ciencia específica; las habilidades lógicas (tanto formal como dialécticas), también llamadas intelectuales o teóricas, que se aplican en cualquier ciencia, tales como la inducción-deducción, análisis-síntesis, generalización, abstracción, concreción, clasificación y definición. Añade, además, que *“al igual que los conocimientos las habilidades más generales se tienen que formar y desarrollar mediante la actuación conjunta de todas las disciplinas que forman parte del plan de estudio”*. (Álvarez de Zayas, 1999 pág. 72)

Vista la habilidad desde la teoría de la actividad (Leontiev, 1981), y tomando los conocimientos como base gnoseológica, se reconocen en su estructura componentes inductores y ejecutores. Los *inductores* son los motivos y objetivos; por su parte los *ejecutores* son las acciones y operaciones. Los componentes inductores se encuentran relacionados con las formaciones afectivo-volitivas y los rasgos psicológicos; mientras que en los ejecutores, las acciones se relacionan con el objetivo de la actividad que se trate (Leontiev, 1981) (Silvestre Oramas, y otros, 2002) y las operaciones con las condiciones y la forma en que se realizan las acciones.

En cuanto a las acciones y operaciones, como componentes estructurales de la habilidad, especialistas cubanos (IPLAC, 1997) los consideran como invariantes funcionales de la ejecución; mientras que Talízina (1988) y Ortiz Ocaña (2006) a estos componentes ejecutores, que conllevan al desarrollo paulatino de una habilidad en el escolar, le llaman estructura interna. De esta manera, esta estructura debe ser dominada por los escolares para decirse que han desarrollado la habilidad.

Galperin (1987), seguidor de las ideas de Vigotsky (1979) y Leontiev (1981), formula la teoría de la formación por etapas de las acciones mentales, enriquecida posteriormente por Talízina (1988), que se corresponde con la forma de orientar, ejecutar y controlar el desarrollo de una habilidad; la cual transita desde acciones materiales externas hasta el plano mental; estas etapas son: motivación,

elaboración del esquema de la Base Orientadora de la Actividad (BOA), formación de la acción en forma material o materializada, verbal externa, lenguaje externo “para sí” y lenguaje interno.

Talízina (1988 pág. 58), citando a Galperin (1987), señala que la Base Orientadora de la Actividad es *“el sistema de condiciones en que realmente se apoya el hombre al cumplir la acción”*. En sus investigaciones aborda ocho tipos de base orientadora, pero apunta que son cuatro de ellas las más utilizadas. Resulta más productivo el tercer tipo, donde las orientaciones se reciben todas por métodos generales; se utilizan las invariantes; existe un avance rápido y con pocos errores, pues es muy eficiente; propicia las transferencias a otras situaciones; es la vía hacia la formación del pensamiento teórico. Según su opinión, es necesario dirigir la actividad con este tipo de BOA para elevar la eficacia de la enseñanza hacia un nuevo nivel.

Al respecto añade: *“en toda acción humana hay partes orientadora, de ejecución y control. La parte orientadora de la acción está relacionada con la utilización por el hombre del conjunto de condiciones concretas, necesarias para el exitoso cumplimiento de la acción dada, que entran en el contenido de la base orientadora de la acción. La parte ejecutora-parte de trabajo de la acción-asegura las transformaciones dadas en el objeto de la acción (ideales o materiales). La parte de control de la acción está dirigida a seguir la marcha de la acción, a confrontar los resultados obtenidos con los modelos dados. Con su ayuda se hace la corrección necesaria tanto en la parte orientadora como ejecutora de la acción”*. (Talízina 1988 pág. 59)

El desarrollo de habilidades exige del entrenamiento y para ello deben tenerse en cuenta algunos requisitos como: frecuencia, periodicidad, flexibilidad y complejidad. Silvestre Oramas, y otros (2002 pág 81), advierten que *“debe desarrollarse con una concepción sistémica, estableciendo las mutuas interdependencias que existen entre ellas, entre sus acciones y operaciones”*.

Brito Fernández, y otros (1987b), sugieren que se debe llevar a cabo este proceso de forma gradual y que transite por un sistema de etapas en el cual las acciones adquieran las cualidades idóneas que las caracterizan como habilidad, con un alto nivel de asimilación y generalización. Lo anterior permite comprender que el proceso de desarrollo de habilidades se realiza partir de diferentes niveles.

Por otra parte, en el modelo de escuela primaria en Cuba (Rico Montero, y otros, 2008) se evidencia que la sistematización y consolidación de los contenidos, a partir de ejercicios en que se le exija al escolar clasificar, comparar, etcétera, le permite al docente conocer el nivel de logros en el desarrollo de las habilidades y los niveles de generalización alcanzados.

Para que el proceso de desarrollo de habilidades fluya, con la mejor calidad posible, se deben tener presente, además, elementos que facilitan la proyección del docente (IPLAC, 1997) y garantizan la eficiencia de dicho proceso. Estos son: determinar cuáles son las habilidades que se quieren formar y sus invariantes funcionales (acciones necesarias, imprescindibles y esenciales), a partir del diagnóstico real de cada escolar; motivar y orientar tareas que conlleven al desarrollo de la habilidad; y controlar durante la ejecución el proceso de desarrollo.

En el desarrollo de habilidades, un aspecto a tener en cuenta es la estrecha relación que existe, en el proceso de enseñanza-aprendizaje, entre los conceptos hábitos-habilidades, conocimientos-habilidades y capacidades-habilidades. Los hábitos y las habilidades se desarrollan a partir de la sistematización; los hábitos constituyen la asimilación de un conjunto de operaciones que se automatizan, mientras que las habilidades son un conjunto de acciones y operaciones que se desarrollan constantemente en el proceso de enseñanza-aprendizaje. La relación existente entre conocimientos-habilidades, entre el “saber” y el “saber hacer”, permite la aplicación de los contenidos curriculares en la solución de situaciones más complejas y en la adquisición de nuevas habilidades y contenidos.

Por otra parte, el desarrollo de capacidades depende de la adquisición de habilidades, junto a la asimilación de conocimientos y hábitos. Las capacidades son predominantemente ejecutivas, no se forman con la rapidez con que se desarrollan las habilidades y “*son tanto condición previa, como también resultado de la formación de habilidades*”. (Geissler, y otros, 1977 pág. 77)

El conjunto de acciones y operaciones que llevan a la solución de tareas de determinados contenidos, por parte de los escolares, se le denomina procedimiento de la actividad cognoscitiva. Para su modelación, es necesario separar las acciones que la componen y las relaciones que existen entre ellas, para elaborar una prescripción general que asegure la utilización de ese procedimiento en la solución de las tareas propuestas.

Talízina (1988), siguiendo la teoría de la formación por etapas de las acciones mentales y los conceptos de Galperin (1987), propone dos modos de modelar la actividad cognoscitiva y caracteriza a los procedimientos, para esto, según funciones, contenido y vías de formación. Al modelarse la actividad cognoscitiva, a partir del *procedimiento teórico-experimental*, se comienza con la estructuración del modelo, basado en el análisis teórico de la solución de problema y las dificultades que presentan los escolares en la práctica. La modelación de esta acción indica el objetivo final y los medios para su logro; es decir se debe incluir el objeto en el concepto y establecer la existencia en los objetos dados de las características (propiedades) necesarias y suficientes.

La segunda etapa consiste en la verificación experimental del modelo obtenido; la tercera en la elaboración complementaria sobre la base de los datos obtenidos en la práctica y la cuarta en la verificación experimental del modelo perfeccionado, tantas veces como resulte necesario.

La actividad cognoscitiva formada por el modo *análisis de los tipos formados de actividad mental* es reducida, generalizada y automatizada. Con él se le enseña al escolar que elabore por sí solo la zona de búsqueda. Se proponen problemas que medien la elaboración de un concepto, a partir de la

percepción de la situación y la reproducción del correspondiente sistema de propiedades que parecen relacionarse directamente.

En los procedimientos de la actividad cognoscitiva, conforme con las funciones, se destacan dos tipos generales: *los que permiten analizar independientemente todos los fenómenos particulares que son objeto de estudio y los que permiten restablecer un sinnúmero de fenómenos particulares con respecto a un aspecto dado.*

De acuerdo con los contenidos estos procedimientos se pueden dividir en *lógicos y específicos*; mientras que en cuanto a las vías de formación se siguen dos: *la que al comienzo forma acciones aisladas, que posteriormente se unen y la que desde un inicio el procedimiento se forma como un todo.*

El primero de los procedimientos, unido a la primera de las vías, es aplicable en todas las esferas de la actividad cognoscitiva, pues se asocian en él las operaciones del pensamiento lógico (comparación, clasificación, identificación); puede ser independiente de una materia determinada, a pesar de que se realiza con la utilización de los conocimientos específicos.

A los *procedimientos específicos* se asocian las habilidades que se utilizan solamente en un área determinada del saber. De esta manera, la particularidad de este procedimiento, al decir de Talízina (1988 pág. 216), consiste en que es *“servible para su utilización solo en la esfera dada”*.

La formación de los métodos generales de la actividad cognoscitiva debe llevarse a vías de hecho según BOA de tercer o cuarto tipo. En esta investigación se prefiere seguir la de tercer tipo, pues las acciones con ella *“se caracterizan por la rapidez y asimilación prácticamente sin errores, la estabilidad frente al cambio de las condiciones y la amplitud de la transferencia”*. (Talízina 1988 pág. 96)

1.4.2. El desarrollo de habilidades geométricas en el primer ciclo de la Educación Primaria

Las habilidades matemáticas, para Krutetskii (1968), citado por Wielewski (2005 pág. 32), son aquellas *“características psicológicas individuales (principalmente de actividad mental) que responden a exigencias de la actividad matemática escolar y que influyen (...) con éxito en el dominio creativo de la Matemática como asignatura escolar”*.⁷

Por su parte, Geissler, y otros (1977 pág. 75), plantean que son *“aquellos componentes automatizados que surgen en el desarrollo de acciones con contenido preferentemente matemático y finalmente contribuyen decisivamente, mediante su aplicación, al nivel de poder en Matemática”*.

Las habilidades matemáticas son desarrolladas solamente en actividades relacionadas con la Matemática. De acuerdo con Wielewski (2005), esto significa que cada uno de los componentes de esta asignatura puede contribuir al desarrollo de habilidades relacionadas y/o diferentes. Las estudiadas por Krutetskii (1968) son: percepción, generalización, lógica-raciocinio, reducción, flexibilidad, analítico-sintética, memoria matemática y conceptos espaciales. Entre estas habilidades matemáticas se encuentran implícitas las geométricas básicas planteadas por Hoffer (1990) (anexo 4), citadas por Galindo (1996), quien las abarca en cinco áreas: visual, verbal, para dibujar, lógica y para modelar.

El desarrollo de la habilidad *visual* posibilita que los escolares asimilen las propiedades geométricas, a partir de lo que observan, ya sean objetos reales o representaciones; la *verbal*, que empleen apropiadamente el vocabulario geométrico; la de dibujo, que interpreten y representen; la *lógica*, que adquieran los argumentos necesarios para reconocer la validez de una proposición geométrica; y la de *modelar*, describir y explicar fenómenos de la vida real, por medio de modelos.

⁷ Traducción realizada por el autor.

Un estudio de los programas de Matemática de la escuela primaria cubana (Cuba. Ministerio de Educación, 2007), y otros materiales de necesaria consulta (Rizo Cabrera, 1987) (León Roldán, 2007), permitió valorar el proceso de desarrollo de habilidades geométricas en su primer ciclo. Estas habilidades son: reconocer objetos geométricos, trazar y/o construir y argumentar proposiciones geométricas, que se encuentran muy relacionadas con las señaladas por Hoffer (1990), citadas por Galindo (1996), y las analizadas por Krutetskii (1968), mencionadas por Wielewski (2005) y Giorgion (2010); aunque muchas de esta última clasificación, constituyen acciones para su desarrollo.

De manera seguida, en la figura 1, se muestra un resumen de las habilidades geométricas que se desarrollan en el primer ciclo de la Educación Primaria y posteriormente se explica cómo se le ofrece tratamiento a cada una de ellas.

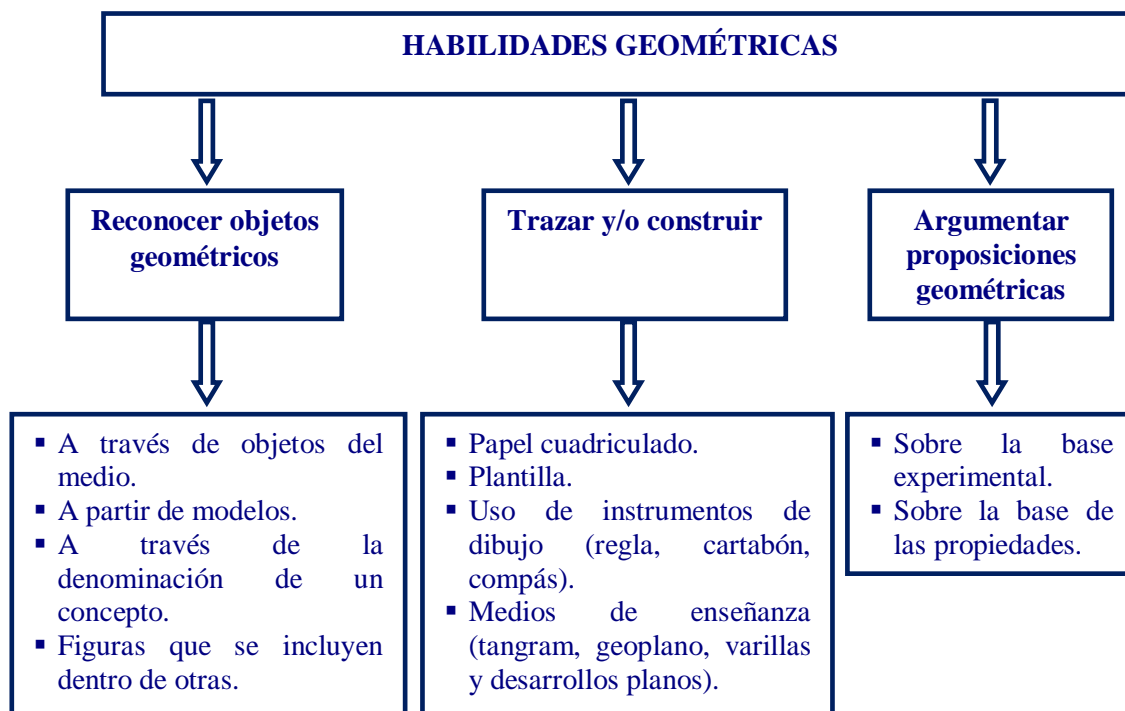


Figura 1. Habilidades geométricas a desarrollar en el primer ciclo de la Educación Primaria.

El desarrollo de la habilidad reconocer objetos geométricos en el primer ciclo de la Educación

Primaria

La habilidad reconocer, que se desarrolla desde los primeros grados de la Educación Primaria, es considerada básica, puesto que se manifiesta como acción indispensable (Ortiz Ocaña, 2006) para el desarrollo de otras habilidades. En el primer ciclo de la Educación Primaria se dirige el aprendizaje geométrico de forma tal que los escolares puedan reconocer objetos geométricos en el medio, a partir de modelos, mediante la denominación de un concepto y en figuras compuestas.

Desde el punto de vista psicológico para reconocer debe existir una familiarización entre el sujeto y el objeto, a partir de percepciones visuales y/o táctiles. *“Cuando aparece en nuestra conciencia este objeto, se establece una correspondencia tal, que se produce el conocimiento de que ya antes ese objeto había sido concientizado”.* (Ponce Solozábal, 1988 pág. 61)

De hecho, el reconocimiento es el último de los niveles de acciones perceptivas junto al descubrimiento, la diferenciación y la identificación (Petrovski, 1986). Los dos primeros se catalogan entre las acciones perceptivas y la identificación junto al reconocimiento entre las acciones de reconocimiento.

Se entiende por percepción, *“la imagen de los objetos o fenómenos que se crea en la conciencia del individuo al actuar directamente sobre los órganos de los sentidos, proceso durante el cual se realiza el ordenamiento y la asociación de las distintas sensaciones en imágenes integrales de cosas y hechos”.* (Petrovski, 1986 pág. 223)

Alsina Catalá, y otros (1989), significan que el correcto desarrollo de la percepción visual es fundamental para alcanzar el conocimiento de las relaciones espaciales, pues mediante ella el sujeto puede analizar la forma, el tamaño y la distribución de los objetos en el entorno, con respecto a la ubicación de su propio cuerpo.

Al respecto, la literatura consultada (Alsina Catalá, y otros, 1989) cita tres tipos de espacio donde se puede desarrollar esta y otras habilidades: *microespacio*, área reducida donde el escolar puede realizar actividades experimentales (mesa); *mesoespacio*, parte que está al alcance de la vista, donde se pueden realizar pequeños desplazamientos y en el que los objetos fijos funcionan como puntos de referencia (aula, patio); y *macroespacio*, zona enmarcada al aire libre (ciudad, campo).

El desarrollo de la percepción visual *exige de “una serie de habilidades, entre las que se destacan el “saber ver” y el “saber interpretar”* (Alsina Catalá, y otros, 1989 pág. 61); se considera que estas acciones se relacionan con los niveles de acciones perceptivas, abordados por Petrovski (1986). Para este autor, el descubrimiento constituye la base inicial de todo proceso sensorial; mientras que la diferenciación tiene como resultado final la formación de la imagen perceptiva.

Por otro lado, el reconocimiento puede realizarse (Petrovski, 1986) una vez que se forma la imagen de percepción. Son indispensables para ello, las operaciones de comparación e identificación. Esta última, es la parte intermedia entre la diferenciación y el reconocimiento, quien siempre trae implícito la identificación, donde el estímulo o imagen que se percibe se registra en la memoria. En el reconocimiento también se incluye la clasificación en clases de objetos, la elección del modelo correspondiente entre ellos y la comparación, a partir de las propiedades esenciales del objeto, guardadas en la memoria de larga duración.

En esta investigación se asume que aunque reconocer, según Silvestre Oramas, y otros (2002), no está señalada como una habilidad intelectual puede considerarse como tal; puesto que, de acuerdo con Petrovski (1986), reconocer siempre lleva consigo identificar, que es considerada, por estos autores, una habilidad intelectual.

Las habilidades intelectuales, según Álvarez de Zayas (1999), Silvestre Oramas, y otros (2002) y Ortiz Ocaña (2006), son habilidades que se aplican, de manera general, tanto en el proceso de

enseñanza-aprendizaje como en la vida y se desarrollan a partir de habilidades específicas; ellas constituyen condición previa para el desarrollo de otras habilidades y para el resto de la actividad cognoscitiva del hombre.

Un elemento a tener en cuenta para el desarrollo de la habilidad reconocer objetos geométricos es el algoritmo propuesto por Talízina (1988), que consta de los siguientes pasos: (1) denominar la primera característica; (2) establecer si el objeto tiene la primera característica; (3) anotar el resultado obtenido; y (4) comprobar si la respuesta es acertada.

De acuerdo con esta autora, en el primer paso se expresa una de las características de un objeto geométrico; en el segundo se determina si ese objeto cumple con esa característica dada; en el tercero se anota ese resultado y se continúa analizando si el objeto sigue cumpliendo con el resto de las características; y en el cuarto se llega a la conclusión si cumple o no con todas las expuestas.

Se considera que este procedimiento, que es para la formación de los conceptos, de manera general, puede aplicarse en el desarrollo de la habilidad reconocer objetos geométricos. Sin embargo, no se declara en él, de manera explícita, los fenómenos psíquicos que intervienen en el desarrollo de habilidades como la percepción visual y táctil, necesarios para la enseñanza de la geometría en estos grados. En esta propuesta de Talízina (1988) no se plantea como paso que se llegue a establecer nexos entre los objetos; lo que permitiría establecer las diferencias y semejanzas que existen entre ellos.

El desarrollo de la habilidad geométrica trazar y/o construir en el primer ciclo de la Educación

Primaria

La habilidad geométrica trazar y/o construir tiene importantes funciones en la clase de geometría, pues con su desarrollo se les permite a los escolares obtener figuras y cuerpos geométricos como representantes de cualquier concepto de la materia, para comprender sus propiedades o a partir de

su dominio: en papel cuadriculado, con instrumentos de dibujo u otros materiales como el tangram, el geoplano, varillas y desarrollos planos.

En el primer ciclo de la Educación Primaria, se familiarizan los escolares con instrumentos de dibujo como la plantilla de trazado, para representar círculos y otros polígonos; la regla, para trazar rectas y otras figuras; el cartabón, que permite en combinación con una regla o un segundo cartabón trazar rectas paralelas y perpendiculares y el compás, para trazar circunferencias.

Los primeros grados constituyen la base para las construcciones geométricas formales que se comienzan a desarrollar en cuarto grado. Por lo general, las construcciones geométricas van acompañadas de un procedimiento que inicialmente es ejemplificado por el docente en la pizarra, y más tarde, asimilado, por los escolares con su ejercitación.

Geissler, y otros (1978), presentan una serie de pasos que el maestro tiene que tener presente para desarrollar esta habilidad en sus escolares, que se encuentran relacionados con la teoría de la formación por etapas de las acciones mentales y los conceptos, puesto que estos autores aplicaron las ideas de Galperin (1987) en la formación de todos los conceptos matemáticos, de primero a cuarto grado, pero se corresponden solamente con la etapa de la acción de forma material o materializada, de la fase de ejecución. Estos pasos metodológicos se resumen a continuación:

1. Demostrar en la pizarra, o mediante el uso de otro tipo de medio de enseñanza cómo se realiza la construcción.
2. Realizar en la pizarra la construcción apoyado en los pasos que expone un escolar. En esta etapa el escolar comienza a apropiarse del vocabulario geométrico necesario para realizar la construcción; paulatinamente se va perfeccionando.
3. Describir el procedimiento, mientras que un escolar sigue los pasos de la descripción. En este paso no se aconseja una demostración en la pizarra por parte de los escolares, pues los

instrumentos para trazar en la pizarra son difíciles de manipular (aunque a partir de cuarto grado estos ya están en condiciones de manipularlos).

4. Brindar textualmente el procedimiento a seguir para realizar la construcción; los escolares lo leen e inmediatamente siguen las instrucciones para realizar la construcción.

En el primer ciclo de la Educación Primaria para desarrollar la habilidad geométrica trazar y/o construir los escolares reproducen los objetos geométricos con diversos materiales e instrumentos, mediante la observación de modelos; los representan siguiendo un conjunto de pasos (SICA), sus propiedades esenciales y las relaciones entre conceptos; finalmente se encuentran en condiciones de obtener otros objetos geométricos, a partir de actividades de composición y descomposición.

El desarrollo de la habilidad argumentar proposiciones geométricas en el primer ciclo de la Educación Primaria

Argumentar es una habilidad de carácter intelectual (Silvestre Oramas, y otros, 2002). Consiste en un proceso de razonamiento en el que se defiende una posición, a partir de un grupo de razones que la sustentan. La argumentación influye en el desarrollo de habilidades generales como la refutación e inferencia, pues durante este proceso se relaciona mentalmente en forma de ideas, el conocimiento adquirido, que luego, se materializa en forma de criterios y/o juicios: verbales o escritos.

Ponce Solozábal (1988 pág. 36), asegura que las ideas *“son productos abstractos e indirectos de la cognición; son conocimientos nuevos que se obtienen a partir de otros anteriores”*. El psicólogo Vigotsky (1982 pág. 129), destaca la importancia entre pensamiento y lenguaje; afirma que *“el lenguaje externo es la conversión del pensamiento en palabra, su materialización y objetivación”*; mientras que en el lenguaje interior el habla se transforma en pensamientos internos. Según este mismo autor, *“el lenguaje escrito es la forma más elaborada del lenguaje”* (Vigotsky, 1982 pág. 140),

puesto que facilita organizar mejor las ideas de lo que se transmite y se puede revisar en múltiples ocasiones.

El argumento o el juicio, como lo nombra Petrovski (1986 pág. 297), “*es el reflejo de las conexiones existentes entre los objetos y fenómenos de la realidad o entre sus propiedades y características*”.

Considera este autor, que los juicios son manifestaciones de algo sobre algo que afirman o niegan relaciones entre objetos, acontecimientos y fenómenos de la realidad.

Los juicios se forman habitualmente por dos métodos y tienen como fin la formación de conclusiones. Por el método *directo*, se expresa lo que se percibe y *a partir de conclusiones y razonamientos*, mediante un conjunto de juicios se fundamentan otros.

En la enseñanza de la geometría en el primer ciclo de la Educación Primaria, mediante el desarrollo de la habilidad argumentar proposiciones geométricas se favorece la formación del vocabulario geométrico, del pensamiento lógico-deductivo y se sientan las bases para las demostraciones geométricas, trabajadas en grados posteriores.

Hoffer (1990), quien es mencionado por Galindo (1996), coincide con Van Hiele (1957), en que al desarrollar esta habilidad, en sus primeros indicios, los escolares, como no dominan las propiedades de las figuras y cuerpos geométricos, interpretan frases, orales o escritas que los describen. Posteriormente, están en condiciones de describir las figuras y cuerpos geométricos; utilizar sus propiedades para argumentar el valor de verdad de proposiciones geométricas, sobre la base de las conocidas y de la relación entre conceptos geométricos.

CONCLUSIONES DEL CAPÍTULO

El estudio de las concepciones teórico-metodológicas que sustentan el proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática, desde los primeros grados de la Educación Primaria, apunta hacia la necesidad de concebirlo con una visión socioconstructivista, que posibilite en los escolares el

desarrollo de habilidades, aplicadas en la solución de problemas propios de la materia y la vida práctica.

Por otra parte, el análisis de las tendencias del proceso de enseñanza-aprendizaje de la geometría en los primeros grados de la Educación Primaria de otros países manifiesta la importancia de plantear ideas rectoras, que tomen como base las actividades que se realizan en el contexto social y cultural, para el desarrollo de las habilidades geométricas, en los primeros grados de la Educación Primaria.

La valoración del proceso de enseñanza-aprendizaje de la geometría en el primer ciclo de la escuela primaria cubana evidencia la necesidad de su concepción con un punto de vista estratégico de manera que se contribuya, a partir de su modelo educativo, al desarrollo de habilidades geométricas en los escolares.

Por tanto, resulta necesario determinar la estructura interna de cada una de las habilidades geométricas que se desarrollan en el primer ciclo de la Educación Primaria con su sistema de acciones y operaciones; niveles de desarrollo, así como los indicadores para su evaluación, de acuerdo con las características individuales de los escolares, lo que permitirá la correcta orientación y conducción del proceso de enseñanza-aprendizaje de la geometría.

CAPÍTULO II. PROPUESTA DE ESTRATEGIA DIDÁCTICA PARA EL DESARROLLO DE HABILIDADES GEOMÉTRICAS EN EL PRIMER CICLO DE LA EDUCACIÓN PRIMARIA

*“El pensamiento al elevarse de lo concreto a lo abstracto...no se aleja de la verdad,
sino que se acerca a ella”.*

(Lenin, 1964)

CAPÍTULO II. PROPUESTA DE ESTRATEGIA DIDÁCTICA PARA EL DESARROLLO DE HABILIDADES GEOMÉTRICAS EN EL PRIMER CICLO DE LA EDUCACIÓN PRIMARIA

Este capítulo está dedicado a la presentación de una estrategia didáctica para el desarrollo de habilidades geométricas en el primer ciclo de la Educación Primaria; se exponen los fundamentos teóricos que la sustentan, elaborados por el investigador; los elementos que la conforman y se ofrecen recomendaciones para su implementación en el contexto escolar.

2.1. Fundamentos para el desarrollo de habilidades geométricas en el primer ciclo de la Educación Primaria

El estudio de las concepciones teórico-metodológicas del proceso de enseñanza-aprendizaje de la geometría en el primer ciclo de la Educación Primaria permitió definir el término habilidades geométricas y determinar los fundamentos teóricos para su desarrollo. Estos fundamentos se consideran contribuciones a la teoría en esta investigación y constituyen el sustento de la estrategia didáctica que se propone.

De esta manera, se define el término habilidades geométricas como: ***“tipo de habilidades matemáticas que posibilitan que un individuo, a partir del dominio de acciones y operaciones prácticas e intelectuales, aplique los conceptos y procedimientos geométricos, adquiridos, en la solución creadora de situaciones propias de la materia y/o de la vida práctica”***.

En esta definición de habilidades geométricas, que se ofrece, constituye un rasgo distintivo la solución de situaciones propias de la materia y/o de la vida práctica, desde un punto de vista creativo, porque en la propuesta por Krutetskii (1968) se destaca que el desarrollo de habilidades matemáticas influye en el dominio creativo de la Matemática como asignatura escolar. La realización de actividades creativas, que le posibiliten al escolar la aplicación de los contenidos y habilidades

geométricas en la vida, constituye una de las tendencias a nivel internacional, en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la geometría en los cuatro primeros grados de la Educación Primaria.

Por otra parte, en el modelo de escuela primaria en Cuba, planteado por Rico Montero, y otros (2008), se reconoce que para producir un mayor desarrollo en el escolar, una vez que este ha asimilado la esencia de los conceptos y procedimientos, como parte de la realización de las tareas, en el nivel reproductivo, se le debe ofrecer la posibilidad de ejercicios, mediante los cuales pueda transferir esos conocimientos y habilidades a nuevas situaciones; así como tareas que le exijan niveles de creatividad.

Los fundamentos que sustentan la estrategia didáctica los constituyen: principios; acciones y operaciones; niveles e indicadores, para el desarrollo de habilidades geométricas en el primer ciclo de la Educación Primaria. En su determinación se tomaron, como base, los aportes de las ciencias filosóficas, sociológicas, psicológicas, pedagógicas y epistemológicas.

Constituyen un pilar filosófico los principios, leyes y categorías de la filosofía marxista-leninista (Lenin, 1964) (Konstantinov, y otros, 1980); particularmente, la teoría del conocimiento científico. Partiendo de la concepción marxista sobre la formación de la personalidad como forma individual de existencia de las relaciones sociales, en el orden sociológico, se considera que todo individuo expresa rasgos socialmente importantes y diferentes en la transformación del mundo que le rodea. Se reconoce, por tanto, la importancia de la atención al factor humano en la dirección del proceso de enseñanza-aprendizaje.

Desde el punto de vista psicológico, se asumen los aportes del enfoque histórico-cultural desarrollado por Vigotsky (1979, 1982), principalmente el concepto de Zona de Desarrollo Próximo (ZDP) en el que se demuestra la relación que existe entre aprendizaje y desarrollo; los presupuestos de la teoría de la actividad de Leontiev (1981), que sostiene que todas las cualidades psíquicas del

hombre se desarrollan mediante la relación del sujeto con la realidad histórica-social-cultural; la teoría de formación por etapas de las acciones mentales formulada por Galperin (1987), que transita gradualmente, desde los niveles inferiores del conocimiento hacia los más elevados, desde una acción objetual, basada en objetos naturales o sus representaciones, hasta que las mismas se realizan de forma mental y donde se le otorga importancia al desarrollo del lenguaje. De la misma forma, se tiene en cuenta la clasificación de estilos cognitivos señalada por Krutetskii (1968), mencionada por Wielewski (2005) y Giorgion (2010); y los modos y procedimientos para modelar la actividad cognoscitiva de Talízina (1988).

Se toman en cuenta, desde el punto de vista pedagógico, los principios didácticos enunciados por Labarrere, y otros (1988); los niveles de asimilación de Álvarez de Zayas (1999); la concepción cubana de aprendizaje desarrollador, de Castellanos Simons (2002); los niveles de desempeño cognitivo, expuestos por Puig Unzueta (2003), que se concretan en el modelo de escuela primaria, planteado por Rico Montero, y otros (2008); en los que se reconoce, de manera general, que el escolar participa activa, consciente y reflexivamente, bajo la dirección del docente y a partir de procesos de socialización y comunicación, en la apropiación de conocimientos y habilidades para aplicarlos en la práctica social.

En el orden epistemológico, se toman en consideración los principios relacionados con la Didáctica de la Matemática, como disciplina científica, de Ruiz de Ugarrío (1965) y los del Consejo Estadounidense de Profesores de Matemática (2000); los tres primeros niveles de razonamiento geométrico, del modelo de Van Hiele (1957); las habilidades matemáticas, ofrecidas por Krutetskii (1968), analizadas por Wielewski (2005) y Giorgion (2010); y las habilidades geométricas básicas, propuestas por Hoffer (1990), citadas por Galindo (1996), que se encuentran muy relacionadas con el carácter de la enseñanza de la geometría en el primer ciclo de la Educación Primaria.

De manera explícita, se destaca el método de enseñanza por resolución de problemas, expuesto por De Guzmán (1993); las teorías de la Escuela Francesa de Didáctica de las Matemáticas de: situaciones didácticas de Brousseau (1986), mencionada por Panizza (2003) y Sadovsky (2005); y la de transposición didáctica de Chevallard (2005).

2.1.1. Principios para el proceso de enseñanza-aprendizaje de la geometría en el primer ciclo de la Educación Primaria

El diccionario filosófico de Rosental, y otros (1981), plantea que el término principio proviene del latín “principium” y significa: “*punto de partida, idea rectora, regla fundamental de conducta*”. Es decir, los principios son bases, fundamentos y postulados sobre los que se apoya una ciencia o una disciplina. De acuerdo con lo anterior, cada ciencia establece sus propios principios y teorías para darle solución a problemas propios de su campo de acción.

La Didáctica de la Matemática como disciplina científica, en constantes cambios y transformaciones, también propone sus propios principios por los que se rige y constituyen aportes a la didáctica general. Se comparte el criterio que “*el tratamiento metodológico de cada contenido de enseñanza tiene sus peculiaridades y determina puntos de vista o postulados generales para su tratamiento*”. (Barcia Martínez, 2002 pág. 40)

Por esta razón se determinan los postulados más generales del proceso de enseñanza-aprendizaje de la geometría en el primer ciclo de la Educación Primaria. Estos principios se encuentran estrechamente relacionados con los principios didácticos expuestos por Labarrere, y otros (1988), pues se han tomado en cuenta sus aspectos más generales en el proceso, de este subsistema educativo.

Los principios que rigen el proceso de enseñanza-aprendizaje de la geometría en el primer ciclo de la Educación Primaria, y que inciden en el desarrollo de habilidades geométricas, se estructuraron teniendo en cuenta su significado, fundamentación y acciones para su aplicación en el proceso de enseñanza-aprendizaje. En los siguientes apartados se exponen los cinco principios que sustentan la presente estrategia didáctica.

1. Principio del apoyo continuo en los conocimientos históricos

Este principio significa que, en el proceso de desarrollo de enseñanza-aprendizaje de la geometría en el primer ciclo de la Educación Primaria, se deben impartir contenidos de historia de la geometría, en correspondencia con los avances de esta ciencia y las especificidades de cada grado. Se fundamenta en que la enseñanza de la geometría es producto de conocimientos que se han desarrollado y perfeccionado con el paso del tiempo. Por otra parte, al familiarizar a los escolares con elementos de la historia de la ciencia, asequibles a ellos, se contribuye a la concepción científica del mundo.

Se enuncian como **acciones** para la aplicación de este principio las siguientes:

1. Elaborar curiosidades históricas acorde con los contenidos geométricos que se abordan en el ciclo y las particularidades de los escolares.
2. Orientar actividades que se encuentren relacionadas con problemas prácticos que se le han presentado al hombre de manera tradicional.
3. Destacar los conocimientos geométricos desarrollados por el hombre a lo largo de la historia de la humanidad.
4. Elaborar medios de enseñanza que propicien la utilización de las curiosidades históricas.

Así, por ejemplo, los escolares al comenzar a utilizar las primeras relaciones espaciales para orientarse en el espacio tridimensional (izquierda-derecha, delante-atrás y arriba-abajo), pueden

conocer que la noción de distancia fue uno de los primeros conceptos geométricos que descubrió el hombre y que la estimación del tiempo necesario para hacer un viaje lo llevó a utilizar la línea recta, que constituye la distancia más corta entre dos puntos. Debe destacarse igualmente, que en la historia de la humanidad el hombre se ha orientado en el entorno a partir de la observación de los astros y que ha utilizado diferentes instrumentos, que cómo es de suponer se han perfeccionado con el paso del tiempo.

El estudio de las figuras geométricas puede ser el momento en que los escolares conozcan que el círculo es la figura geométrica que primero conoció el hombre; esto se debe a que en la observación del medio que lo rodeaba lo asoció con el sol y con la luna. Pueden conocer además, que los conocimientos que tuvieron antiguas culturas sobre la circunferencia, le dio la posibilidad al hombre de crear la rueda y con ella la carreta; pero también las propiedades de la circunferencia fueron utilizadas por el hombre para medir el tiempo.

Al utilizarse los instrumentos de medición y trazado el docente puede apoyarse, para motivar su clase, en el surgimiento y desarrollo de la geometría como ciencia; haciéndole saber a sus escolares que los egipcios fueron los primeros que comenzaron a realizar mediciones, pues necesitaban medir constantemente las fronteras de sus tierras, que eran borradas por las inundaciones del río Nilo; también la regla y el compás han sido los instrumentos de dibujo más utilizados para resolver problemas de construcciones geométricas, desde los geómetras griegos.

En el estudio de los cuerpos geométricos los escolares pueden conocer que los dados, (que tienen forma de cubo) de acuerdo con los hallazgos realizados, fueron utilizados por los antiguos egipcios para jugar; durante mucho tiempo el hombre no conoció la forma esférica de la tierra, por esa razón la representó de diversas maneras.

Por otro lado, al enseñarse la pirámide el docente puede resaltar los conocimientos geométricos de los egipcios y de los pobladores prehispánicos de Centroamérica y Sudamérica, quienes fueron constructores de grandes pirámides.

De hecho, la elaboración de medios de enseñanza por los escolares puede dar lugar también a que los docentes utilicen la historia de la geometría. Ejemplos de estos medios de enseñanza pueden ser modelos de figuras y cuerpos geométricos y el tangram, que es un juego que tiene su origen en la cultura china (León González, y otros, 2010).

Se considera necesario que los docentes utilicen los conocimientos históricos como instrumento, durante la introducción de los contenidos geométricos, a partir del conocimiento de curiosidades, acordes con el contenido en cuestión. Para ello deben contar con una cultura matemática, para desplegar un proceso de enseñanza-aprendizaje desarrollador, conforme con las características biológicas y psicológicas de los escolares; siempre y cuando se admita en el proceso.

Este principio se encuentra relacionado, fundamentalmente, con los principios del carácter científico de la enseñanza y el de la asequibilidad, planteados por Labarrere, y otros (1988), en los cuales se expresa la necesidad de que en el proceso de enseñanza-aprendizaje se incluyan resultados del desarrollo de la ciencia; juega un papel decisivo el docente para relacionar el nuevo conocimiento con los mecanismos de pensamientos de los escolares, en correspondencia con su edad.

De acuerdo con lo analizado, anteriormente, la idea fundamental de este principio radica en la comprensión, por parte de los escolares, de que el desarrollo de histórico de la geometría se encuentra ligado al progreso social del hombre y a su deseo de transformar el mundo en su beneficio.

2. Principio del carácter contextual de los contenidos geométricos

Este principio significa que se debe vincular el proceso de enseñanza-aprendizaje de la geometría con situaciones reales y del entorno para que los escolares puedan contextualizar los conocimientos y habilidades geométricas adquiridas en la solución de situaciones prácticas y argumentar lo realizado, en dependencia de sus particularidades. Se fundamenta en que los conceptos más antiguos de la geometría clásica surgieron como resultado de la interacción de los hombres con la naturaleza, quienes llegaron al conocimiento de las formas geométricas a partir de la observación del entorno. Por otra parte, constituye una de las razones a la cual han hecho referencia pedagogos de diferentes épocas y por la que se aboga en la actualidad en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la geometría.

De esta manera, se considera que para la introducción y una mejor fijación de los conceptos geométricos el docente no solo debe mostrarles a los escolares modelos e ilustraciones de figuras y cuerpos geométricos, sino que debe ayudarlos, además, a observar las verdaderas propiedades geométricas de esos cuerpos y figuras presentes en su entorno inmediato, para de esa forma contribuir a una mejor construcción del conocimiento geométrico.

Las **acciones** propuestas para la aplicación de este principio en el proceso de enseñanza-aprendizaje son las siguientes:

1. Elaborar actividades espaciales que permitan la observación de las propiedades geométricas en el entorno y las abstracciones.
2. Destacar la importancia que tienen los conocimientos geométricos para la vida.
3. Orientar tareas que impliquen solucionar problemas de la vida práctica a partir de los contenidos geométricos.

En la formación de las primeras nociones geométricas en los escolares se debe partir del entorno para favorecer el tránsito del pensamiento concreto al pensamiento abstracto y contribuir al desarrollo de habilidades geométricas. Por ello, deben predominar actividades de exploración del espacio para desarrollar el pensamiento geométrico espacial de los escolares, quienes deben reconocer en él, objetos físicos que guardan relación con las formas geométricas; reproducirlos, utilizando figuras y cuerpos geométricos y explicar la razón por la cual tienen una forma determinada. Del mismo modo, el tratamiento de los movimientos geométricos debe iniciarse con la percepción de elementos del mundo circundante, pues es a partir de la vinculación de estos contenidos con la vida que se realiza el proceso de abstracción y generalización de estos conocimientos.

Este principio guarda relación, esencialmente, con los principios de la relación entre la teoría y la práctica y el del carácter consciente y activo de los alumnos bajo la guía del profesor, enunciados por Labarrere, y otros (1988), puesto que para lograr mayor desarrollo de habilidades geométricas, el docente debe estructurar actividades prácticas en las que los escolares se involucren con situaciones de la vida.

Interesa resaltar la necesidad de que el proceso de enseñanza-aprendizaje de la geometría esté siempre relacionado con situaciones del entorno social y cultural. Esta relación ayuda a los escolares a reconocer la presencia de la geometría en la práctica y aplicar sus conocimientos geométricos en disímiles esferas.

3. Principio de la utilización de objetos concretos y otros medios de enseñanza

Este principio significa que la utilización de objetos reales (concretos) y otros medios de enseñanza como el software educativo en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la geometría en el primer ciclo de la Educación Primaria, bajo orientaciones del docente, constituye la base fundamental para

que los escolares se apropien, de acuerdo a sus dificultades, posibilidades e intereses, de los conceptos y procedimientos geométricos y los utilicen en la solución de problemas de la vida práctica; se fundamenta en la utilización del método inductivo para reforzar la observación directa y la manipulación como métodos esenciales para la obtención del conocimiento y el desarrollo de habilidades geométricas.

En la enseñanza de la geometría el uso de objetos concretos, como medio de enseñanza, garantiza en los escolares un enfoque tridimensional del espacio y el vínculo directo con la naturaleza. Los objetos concretos son aquellos que poseen una existencia real y material o física, donde se incluyen los modelos geométricos⁸; pero solo en casos excepcionales se debe utilizar, en la introducción de un concepto geométrico, representaciones gráficas e ilustraciones que los sustituyan.

El uso de objetos concretos, en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la geometría, contribuye al desarrollo de habilidades geométricas, que inciden en el desarrollo de habilidades intelectuales como: observar, describir, comparar, clasificar, definir, argumentar, modelar, entre otras.

Es por eso que en la enseñanza de la geometría, la observación y manipulación de objetos concretos y modelos desde diferentes puntos de vista, por parte de los escolares, constituye la base fundamental para adquirir, de forma sensorial (mediante la vista y el tacto), las primeras propiedades de los conceptos geométricos. En la obtención de conceptos, el pensamiento se mueve de lo concreto a lo abstracto y del contenido abstracto del concepto al conocimiento amplio relacionado con él, en el que se aplica el concepto a nuevos casos particulares.

Otro medio de enseñanza que debe ser aprovechado para el desarrollo de habilidades geométricas en los escolares es el software educativo. Su utilización en el contexto educativo realiza una serie de

⁸ Puig Adam, citado por Cajaraville Pegito (1989 pág. 19), define los modelos, en este contexto como "todo aquel material capaz de traducir o de sugerir ideas matemáticas".

funciones básicas propias de este tipo de medio de enseñanza, aparte de las funciones específicas que están determinadas por el uso que hacen los docentes de él.

Entre las principales funciones que realiza un software educativo se encuentra: informativa, instructiva, motivadora, evaluadora, investigadora, lúdica. El software educativo, como parte de la tecnología, se considera, también, una herramienta esencial para enseñar y aprender matemáticas.

Las **acciones** propuestas para la aplicación de este principio son las que siguen:

1. Utilizar objetos concretos en la introducción de los conceptos y procedimientos geométricos.
2. Orientar actividades experimentales para que los escolares descubran las propiedades geométricas.
3. Propiciar la elaboración de modelos geométricos, por parte de los escolares.
4. Analizar el software educativo que aborde los contenidos geométricos del ciclo antes de ser utilizado como medio de enseñanza y proponer actividades para su uso.

Resulta provechoso para el desarrollo de habilidades geométricas, en el primer ciclo de la Educación Primaria, que los escolares sean capaces de elaborar, por sí solos, con ayuda del maestro u otros compañeros, modelos de figuras y cuerpos geométricos, con diferentes materiales como: papel, cartón, plastilina, alambre, madera, puntillas, tijera, colores o tempera. Se considera también importante que se realicen actividades experimentales en cuadrículas y en el geoplano para que los escolares comprendan las propiedades de las figuras y movimientos geométricos.

En relación con la utilización del software educativo como medio de enseñanza en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la geometría en el primer ciclo de la Educación Primaria, debe plantearse que este presenta desventajas con respecto al resto de los medios de enseñanza tradicionales de esta materia. No obstante, no se puede olvidar que le propician a los docentes, en gran medida, la oportunidad de encauzar los contenidos geométricos de una manera más atractiva e interesante.

Es por eso que resulta imprescindible para los docentes, aprovechar las ventajas que el proceso tecnológico pone a su disposición, sin restarle nunca valor a los medios tradicionales, para ofrecer a los escolares los conocimientos de una forma más novedosa y acorde con los tiempos modernos, pues la utilización del software educativo en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la geometría resulta necesario debido a las exigencias que la sociedad en su conjunto ejerce sobre la escuela y para el logro de un aprendizaje desarrollador.

Aunque la unidad de la instrucción y la educación se encuentra presente en todos los principios propuestos, el de la utilización de objetos concretos y otros medios de enseñanza, se vincula, principalmente, con el del carácter educativo de la enseñanza, además del principio del carácter audiovisual de la enseñanza: unión de lo concreto y lo abstracto, el de la atención a las diferencias individuales dentro del carácter colectivo del proceso docente - educativo y el del carácter consciente y activo de los alumnos bajo la guía del profesor, planteados por Labarrere, y otros (1988), pues establece correspondencia entre los objetivos de la educación, las leyes del desarrollo físico e intelectual de los escolares, la revolución científico-técnica y las exigencias de la escuela primaria contemporánea.

4. Principio de la relación intra e intermateria de la enseñanza de la geometría

Este principio significa que se debe relacionar el proceso de enseñanza-aprendizaje de la geometría con otras partes de la matemática y materias del currículo. Se fundamenta en la necesidad de lograr la solidez en la asimilación de los conocimientos y habilidades geométricas.

Las **acciones** que se proponen para la aplicación de este principio son las siguientes:

1. Relacionar el proceso de enseñanza-aprendizaje de la geometría con los componentes: numeración, cálculo, magnitudes, problemas aritméticos, estadística, y otras partes de la matemática.

2. Vincular el proceso de enseñanza-aprendizaje de la geometría con los componentes de la asignatura Lengua Española y las asignaturas: “El mundo en que vivimos” y “Educación Plástica”.

En el proceso de enseñanza-aprendizaje de la geometría en el primer ciclo de la Educación Primaria los contenidos de otras partes de la Matemática sirven de ayuda en la adquisición de habilidades geométricas. Tal es el caso de los componentes: numeración, cálculo, magnitudes, problemas aritméticos y estadística.

En el componente numeración los conjuntos formados por figuras y cuerpos geométricos sirven de base para identificar, representar, leer y comparar números naturales. También para resolver ejercicios formales de las cuatro operaciones fundamentales de cálculo: adición, sustracción, multiplicación y división.

Por otro lado, se encuentra el componente magnitudes, que desde el surgimiento de la geometría se haya ligado a esta rama de las matemáticas, pues a lo largo de la historia muchas construcciones geométricas han podido realizarse con ayuda de las unidades de medida. Los escolares del primer ciclo mediante la vinculación de los contenidos del componente magnitudes y los geométricos pueden estimar y medir longitudes, así como realizar construcciones geométricas fundamentales y formales; pero a la vez, la comparación de cantidades de figuras y cuerpos geométricos y la introducción del concepto lados consecutivos, constituyen condiciones previas para el tratamiento de los contenidos de perímetro, área y volumen que se desarrollan en grados posteriores.

La relación parte-todo, que es muy usada en la resolución de problemas aritméticos, constituye una vía para desarrollar la habilidad reconocer figuras compuestas. A partir de esta relación se puede aislar, de su contexto, la figura general, que está compuesta por varias partes. Se considera oportuno, además, utilizar elementos de la teoría combinatoria (León González, y otros, 2006)

siempre y cuando la situación lo propicie, para establecer estrategias que contribuyan a desarrollar esta habilidad en los escolares.

En el primer ciclo, a partir del tercer grado, se imparten las primeras nociones estadísticas en la resolución de problemas aritméticos, vinculadas con situaciones de diferentes esferas de la vida y los escolares interpretan tablas y gráficos, que representan de forma geométrica datos numéricos.

También, se pueden vincular los contenidos y procedimientos geométricos con el resto de las asignaturas del currículo para que los escolares comprendan su aplicabilidad en diferentes contextos. Los componentes de la Lengua Española: gramática, producción textual, lectura, caligrafía y ortografía, sirven de ayuda para que dominen las propiedades de las figuras, cuerpos y movimientos geométricos; usen apropiadamente los términos geométricos, al denominar estos objetos geométricos y expongan con fluidez y coherencia, ya sea de forma oral o escrita, sus argumentos en torno a la veracidad de cualquier proposición geométrica.

Las potencialidades que brinda la naturaleza para el estudio de las situaciones geométricas pueden ser vistas desde la asignatura “El mundo en que vivimos”, que ayuda a los escolares a observar y comprender los procesos naturales y sociales que ocurren en un momento histórico determinado. Su vinculación con las clases de geometría puede constituir uno de los pilares básicos para su enseñanza en el primer ciclo, pues mediante su estudio los escolares pueden percibir la diversidad de formas del entorno y la razón por la que ciertos “seres vivos” y “objetos no vivos” guardan relación con una forma geométrica específica; pueden determinar en un plano la distancia real entre dos puntos, realizando mediciones de segmentos; orientarse en el espacio, mediante los puntos cardinales (Norte, Sur, Este, Oeste); explicarse fenómenos físicos como el cambio de las estaciones y la sucesión de los días y las noches, a partir de los movimiento de rotación y traslación del planeta Tierra.

Otra de las asignaturas del currículo con la que se puede vincular la enseñanza de la geometría en el primer ciclo de la Educación Primaria es con la Educación Plástica. Recuérdese que durante mucho tiempo los planes de estudio para la enseñanza de la geometría contribuían a la formación estética de los escolares, a partir de la apreciación y las creaciones artísticas.

La Educación Plástica facilita la formación integral de los escolares, pues se relaciona con todas las materias del currículo y proporciona un alto nivel de conocimientos que los escolares reflejan en sus representaciones gráficas. Está dirigida, también, a la familiarización de los escolares con todos los fenómenos y objetos del mundo circundante, tanto naturales, como creados por el hombre.

Las actividades de pintar, dibujar, modelar, recortar, componer y pegar facilitan el desarrollo de diversas acciones mentales y propician un mayor desarrollo de habilidades, además de perfeccionar la percepción visual y espacial. De igual forma resultan necesarias para ambas asignaturas actividades de diferenciación sensorial de forma, color, textura y tamaño de los objetos naturales, gráficos e industriales.

Este principio se relaciona, principalmente, con el de la solidez en la asimilación de los conocimientos, habilidades y hábitos y con el de sistematización de la enseñanza, determinados por Labarrere, y otros (1988). A partir de la vinculación de los contenidos geométricos con otros componentes de la Matemática y otras materias del currículo, el docente puede contribuir a que los escolares consoliden y asimilen los conocimientos y habilidades adquiridas, las cuales serán evaluadas por el docente durante todo el proceso de desarrollo de habilidades.

5. Principio del pensamiento geométrico abstracto

Este principio significa que en la enseñanza de la geometría se debe partir de la experiencia real de los escolares hasta alcanzar las generalizaciones teóricas. Se fundamenta en la necesidad de emplear convenientemente los procesos analítico, sintético, inductivo y deductivo desde las edades

tempranas, para estimular el desarrollo intelectual de los escolares y la aplicabilidad de los contenidos geométricos.

El pensamiento geométrico abstracto⁹ se comienza a desarrollar, en los niños de edad escolar, en sus formas más sencillas y siempre, sobre la base de la experiencia práctica y sensorial, pues nunca se desliga completamente de las sensaciones, percepciones y representaciones, hasta que alcanza niveles superiores en la adolescencia, cuando se comienza a operar, no solo con conceptos aislados, sino con clases o sistemas completos de conceptos.

Se proponen como **acciones** para la aplicación de este principio las que se muestran a continuación:

1. Ascender gradualmente los niveles de complejidad de las tareas propuestas hasta prescindir de las representaciones de figuras y cuerpos geométricos, siempre que se pueda.
2. Elaborar actividades en las cuales los escolares establezcan relación entre conceptos.
3. Proponer actividades en las que los escolares generalicen las propiedades geométricas conocidas por vía sensoperceptual en la solución de situaciones problémicas del entorno social y cultural.

Tal y como se ha indicado, en el primer ciclo de la Educación Primaria se comienza a desarrollar el pensamiento geométrico abstracto a partir de la observación y manipulación de objetos concretos, puesto que mediante estas actividades se desarrolla la capacidad de analizar, comparar y generalizar y una vez que aumenta el dominio de las propiedades de las figuras, cuerpos y movimientos geométricos, se amplía la capacidad de establecer relaciones entre conceptos, llegando a ser un pensamiento de tipo abstracto al finalizar el ciclo.

⁹ El pensamiento geométrico, según Proenza Garrido (2002 pág. 37), "es una forma de pensamiento matemático, pero no exclusivo de ella y se basa en el conocimiento de un modelo del espacio físico tridimensional". Por otra parte, el pensamiento abstracto es el proceso psíquico que permite a un individuo comprender conceptos de objetos y establecer relaciones entre ellos sin tenerlos de manera concreta.

Es curioso advertir, como las actividades experimentales en las que los escolares comienzan a reconocer, comprender y descubrir las propiedades de las figuras (cantidad de lados y vértices, longitud de los lados opuestos y consecutivos; la relación de posición de los lados opuestos y consecutivos) y cuerpos geométricos (cantidad de caras, vértices y aristas, si están limitados por superficies planas, curvas o planas y curvas, etcétera), posteriormente serán utilizadas para reconocer características diferentes (variables) y comunes (invariables) entre las figuras y entre los cuerpos geométricos; las relaciones entre conceptos geométricos (principalmente el orden superior e inferior, de acuerdo con los grados); trazar y/o construir figuras y cuerpos geométricos, donde se establece la relación entre conceptos y argumentar la veracidad de proposiciones geométricas dadas.

De igual modo actividades donde los escolares reconozcan el procedimiento utilizado para mover figuras en el plano; además de realizar algunos movimientos sencillos, posibilita que ellos comprendan las propiedades que cumplen cada uno de los movimientos geométricos y las generalidades que se establecen entre ellos.

Este principio alcanza su máxima expresión en el del carácter audiovisual de la enseñanza: unión de lo concreto y lo abstracto, el del carácter consciente y activo de los alumnos bajo la guía del profesor y el de la atención a las diferencias individuales dentro del carácter colectivo del proceso docente-educativo, enunciados Labarrere, y otros (1988), pues el pensamiento abstracto, de acuerdo con la teoría del conocimiento marxista-leninista (Lenin, 1964) (Konstantinov, y otros, 1980) no es la última etapa del proceso del conocimiento; la más importante es la ascensión del pensamiento de lo abstracto a lo concreto, cuando el escolar llega a representar y transformar la realidad objetiva. Es de esta forma en que los conceptos y procedimientos geométricos adquiridos, mediante la práctica,

bajo la ayuda del docente, son utilizados nuevamente en ella, cuando le dan solución a situaciones de la vida cotidiana.

Carácter sistémico de los principios propuestos

Los principios planteados se encuentran ligados íntimamente y forman un sistema¹⁰, articulado en función de los fines de la educación. De modo que cada principio formulado cumple con determinados objetivos en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la geometría y la finalidad de uno se subordina, de forma ordenada, al resto del sistema de principios.

Los principios para el proceso de enseñanza-aprendizaje de la geometría en el primer ciclo de la Educación Primaria conforman un sistema debido a: las relaciones que se establecen entre ellos; la influencia que ejercen sobre las categorías del proceso de enseñanza-aprendizaje; el fin común que persiguen (contribuir al desarrollo de habilidades geométricas en el primer ciclo de la Educación Primaria); y la jerarquización y centralización del principio del carácter contextual de los contenidos geométricos como elemento rector.

De esta forma, el principio del apoyo continuo en los conocimientos históricos, se relaciona fundamentalmente, con el del carácter contextual de los contenidos geométricos, con el de utilización de objetos concretos y otros medios de enseñanza y el del pensamiento geométrico abstracto. Esta relación está dada en que los avances históricos de la geometría se encuentran en la solución de problemas que se le han presentado al hombre en el entorno social y cultural a lo largo de centurias y que han contribuido a su desarrollo como ciencia.

Del mismo modo, el estudio de los objetos concretos, a través del tiempo, ha enriquecido los conocimientos geométricos; pero además, la historia de la geometría puede ser aprovechada en el

¹⁰ Se entiende como sistema el "conjunto de componentes interrelacionados entre sí, desde el punto de vista estático y dinámico, cuyo funcionamiento está dirigido al logro de determinados objetivos, que posibilitan resolver una situación problemática, bajo determinadas condiciones externas". (Álvarez de Zayas, 1989 pág. 25)

tratamiento del proceso de enseñanza-aprendizaje, al elaborar medios de enseñanza y desarrollar habilidades. Por otra parte, puede afirmarse que la solución de problemas cotidianos, a partir de las abstracciones geométricas ha servido de base, históricamente, para la consolidación de los fundamentos y postulados de la geometría.

El principio de utilización de objetos concretos y otros medios de enseñanza se vincula además del principio del apoyo continuo en los conocimientos históricos con el del carácter contextual de los contenidos geométricos y el de la relación intra e intermateria de la enseñanza de la geometría. Ese vínculo se encuentra en que los objetos concretos y medios de enseñanza que se utilizan para el tratamiento de los contenidos geométricos y el desarrollo de habilidades guardan relación con la realidad; se establece así relación entre lo conocido y lo desconocido, luego del estudio de otros componentes de la Matemática y materias del currículo.

El principio de la relación intra e intermateria de la enseñanza de la geometría se relaciona además del principio del apoyo continuo en los conocimientos históricos y el de utilización de objetos concretos y otros medios de enseñanza con el del carácter contextual de los contenidos geométricos y el del pensamiento geométrico abstracto, puesto que para lograr la solidez en la asimilación de los conocimientos y el desarrollo de habilidades geométrica es necesario partir de las situaciones problemáticas que se le presentan a los escolares en el contexto social y cultural en el que viven para alcanzar las generalizaciones teóricas.

Por último, el principio del pensamiento geométrico abstracto se encuentra directamente vinculado con todos los propuestos, como consecuencia lógica de la teoría del conocimiento marxista-leninista, pues refleja la unidad de lo concreto y lo abstracto.

En el esquema que se presenta a continuación se ilustra la relación existente entre los principios propuestos. Se considera como eje central para el desarrollo de habilidades geométricas en el

primer ciclo de la Educación Primaria el “principio del carácter contextual de los contenidos geométricos”: desde donde debe partir y hacia donde debe tributar el proceso de enseñanza-aprendizaje de la geometría en los primeros grados de la enseñanza general.

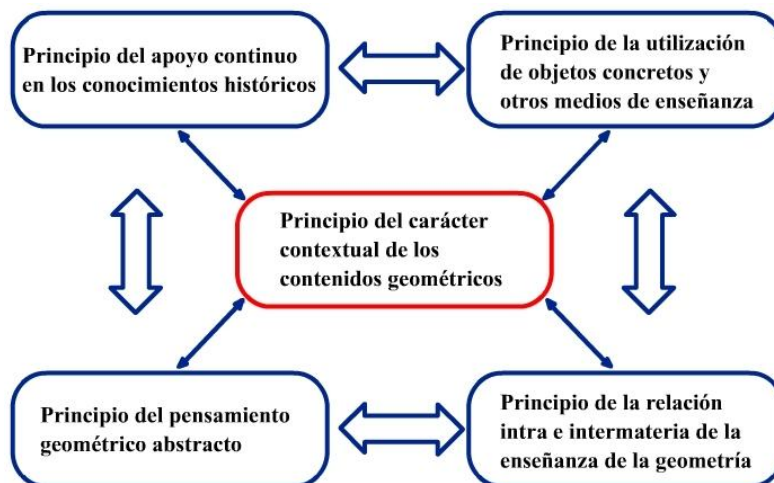


Figura 2. Representación del carácter sistémico de los principios para el proceso de enseñanza-aprendizaje de la geometría en el primer ciclo de la Educación Primaria.

2.1.2. Propuesta de acciones y operaciones para el desarrollo de las habilidades geométricas en el primer ciclo de la Educación Primaria

Las habilidades reconocer objetos geométricos, trazar y/o construir y argumentar proposiciones geométricas, como habilidades específicas de la geometría en el primer ciclo de la Educación Primaria, exigen que el escolar efectúe determinadas acciones y operaciones prácticas e intelectuales, como producto de la ejercitación, que puede haber automatizado o no, convertidas en hábitos y habilidades ya adquiridas, al aplicar conocimientos previos.

Por esta razón se consideró necesario proponer las acciones y operaciones más generales para las habilidades geométricas que se desarrollan en estos grados. Lo anterior permite esclarecer cómo ocurre este proceso, de manera planificada, orientada y organizada, desde el plano externo al interno y puesto en práctica nuevamente.

Esta propuesta de acciones y operaciones se realizó siguiendo los modos y procedimientos para modelar la actividad cognoscitiva, señalados por Talízina (1988). De lo anterior se asume el primero de los modos: el *teórico-experimental*; mientras que de los procedimientos, de acuerdo a las funciones, se toman *los que permiten analizar independientemente todos los fenómenos particulares que son objeto de estudio*; y acorde con el contenido, *los lógicos*; unido a la primera de las vías, *la que al comienzo forma acciones aisladas, que posteriormente se unen*. De esta forma, puede ser adaptada en todas las esferas de la actividad cognoscitiva. Esta propuesta aparece reflejada en las tablas siguientes.

Tabla 1. Propuesta de acciones y operaciones para el desarrollo de la habilidad geométrica reconocer objetos geométricos.

Habilidad geométrica	Acciones	Operaciones
Reconocer objetos geométricos.	1. Percibir	_Interactuar con el objeto geométrico, de manera visual y táctil.
	2. Analizar	_Descomponer el objeto geométrico en cada una de sus partes, para conocer sus propiedades esenciales.
	3. Relacionar	_Descubrir los nexos que existen entre ese objeto geométrico con otros.
	4. Identificar	_Seleccionar el objeto geométrico dentro de un número determinado de objetos, a partir de sus propiedades esenciales y/o generales.

Tabla 2. Propuesta de acciones y operaciones para el desarrollo de la habilidad geométrica trazar y/o construir.

Habilidad geométrica	Acciones	Operaciones
Trazar y/o construir	1. Observar	_Percibir visualmente el objeto geométrico. _Establecer correspondencia entre el objeto

		geométrico y sus propiedades.
	2. Representar	_Materializar el objeto geométrico, a partir de un conjunto de pasos, diversos materiales (varillas, desarrollos planos, plastilina, etcétera) e instrumentos de dibujo.
	3. Comprobar	_Analizar la validez del procedimiento utilizado.

Tabla 3. Propuesta de acciones y operaciones para el desarrollo de la habilidad geométrica argumentar proposiciones geométricas.

Habilidad geométrica	Acciones	Operaciones
Argumentar proposiciones geométricas.	1. Reconocer	_Identificar las propiedades esenciales y/o generales de un objeto geométrico.
	2. Describir	_Enunciar las propiedades esenciales y/o generales de un objeto geométrico, utilizando el lenguaje común y el geométrico.
	3. Interpretar	_Elaborar conclusiones acerca de los elementos y relaciones de los objetos geométricos.
	4. Explicar	_Expresar razones que confirman lo planteado, a partir de las propiedades esenciales y/o generales de los objetos geométricos.

Debe señalarse que esta propuesta de acciones y operaciones, para cada una de las habilidades geométricas del primer ciclo de la Educación Primaria, no debe seguirse rígidamente, puesto que este proceso tiene un carácter sistémico y en ocasiones en el desarrollo de una habilidad geométrica específica se necesita de otra habilidad o de sus acciones y operaciones.

De acuerdo con lo analizado, también, pueden darse casos de escolares, que en la ejecución de las actividades propuestas por el docente, no necesiten algunas de las acciones y operaciones para el desarrollo de una habilidad geométrica determinada y avancen directamente hacia las últimas.

2.1.3. Niveles e indicadores para orientar y evaluar el proceso de desarrollo de habilidades geométricas en el primer ciclo de la Educación Primaria

Los niveles para orientar y evaluar el proceso de desarrollo de habilidades geométricas en el primer ciclo de la Educación Primaria, propuestos en esta investigación, fueron determinados, además, a partir de las acciones y operaciones prácticas e intelectuales que debe realizar el escolar y de la opinión de los docentes, obtenida en investigaciones realizadas por el autor (León González, 2008); se arribó a la conclusión que para desarrollar habilidades geométricas, en los primeros grados, los escolares deben: observar objetos concretos, experimentar con ellos para descubrir sus propiedades y por último, establecer relaciones entre las figuras, entre los cuerpos y entre los movimientos geométricos.

A partir de estas ideas se propone una clasificación de tres niveles por los cuales transita el proceso de desarrollo de habilidades, en cada contenido geométrico, que aunque se presentan de forma aislada, para una mejor comprensión, forman un todo y cada nivel constituye condición previa para alcanzar el nivel superior. Los niveles para el desarrollo de habilidades geométricas en el primer ciclo de la Educación Primaria son:

Nivel 1 (concreción): el escolar, previamente orientado por el docente u otro compañero de grupo, reconoce formas y movimientos geométricos en el entorno, en modelos y en representaciones gráficas. Observa las diferencias entre las figuras, entre los cuerpos y entre los movimientos geométricos, pero no puede explicar con propiedad en qué radican. Reproduce y construye de manera elemental figuras y cuerpos geométricos; realiza descripciones utilizando el lenguaje común, combinando símbolos y términos geométricos.

Nivel 2 (experimentación): el escolar actúa con cierta independencia. Comprende las propiedades de las figuras, los cuerpos y movimientos geométricos, a partir de la realización de

actividades de manipulación e indagación, las que utiliza para explicar las diferencias. Representa y construye figuras y cuerpos geométricos dadas las orientaciones en el espacio, aplicando un procedimiento. Utiliza el lenguaje común y el simbólico, en función de la apropiación de la terminología propia de esta materia y al argumentar.

Nivel 3 (abstracción): el escolar en este nivel actúa con independencia. Se representa mentalmente los objetos geométricos y es capaz de operar con ellos. Establece relaciones entre las figuras, entre los cuerpos y entre los movimientos geométricos, a partir de sus diferencias y semejanzas, las que utiliza en las construcciones geométricas y al argumentar el valor de verdad de proposiciones dadas. Utiliza las habilidades geométricas adquiridas en la adquisición de nuevas habilidades, contenidos matemáticos y/o de otras materias; puede, además, darle solución a situaciones de la cotidianidad.

A continuación se representa gráficamente cada uno de los niveles propuestos, así como la relación existente entre ellos.

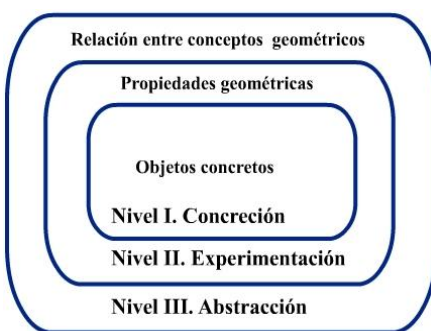


Figura 3. Relación de los niveles para el desarrollo de habilidades geométricas en el primer ciclo de la Educación Primaria.

Para evaluar el nivel de desarrollo de las habilidades geométricas el docente debe tener en cuenta, también, indicadores, que constituyen elementos que señalan el estado en el que se encuentra el escolar en el objeto geométrico estudiado. De esta manera, se sugieren los indicadores que se

muestran en las tablas siguientes; relacionados, además, con las acciones y operaciones que aparecen en el subepígrafe anterior.

Tabla 4. Indicadores para orientar y evaluar el proceso de desarrollo de habilidades geométricas en el nivel concreción.

Nivel I (concreción)		
Habilidades geométricas		
Reconocer objetos geométricos	Trazar y/o construir	Argumentar proposiciones geométricas
1. Determina formas en el medio a partir de un modelo geométrico dado.	1. Reproduce objetos físicos utilizando las formas geométricas.	1. Hace corresponder una denominación dada a la figura o el cuerpo geométrico correspondiente.
2. Determina formas y movimientos geométricos en el medio a partir de objetos concretos dados.	2. Reproduce figuras (en papel cuadriculado, con varillas o plantilla) y cuerpos geométricos (con varillas) a partir de un modelo dado.	2. Denomina figuras y cuerpos geométricos con el vocablo correspondiente.
3. Determina formas geométricas en el medio a partir de una denominación dada.	3. Representa puntos y rectas con los instrumentos de trazado necesarios.	3. Denota y nombra figuras geométricas.
4. Identifica movimientos geométricos (del espacio y el plano) en representaciones gráficas, sobre papel cuadriculado y en diferentes posiciones.		
5. Identifica figuras y cuerpos en series geométricas.		

6. Identifica figuras planas al observar cuerpos geométricos desde diferentes posiciones.		
7. Relaciona desarrollo con cuerpos geométricos dados.		
8. Identifica cantidad de cubos en un apilamiento.		
9. Identifica figuras en otras compuestas en las que solamente aparece la figura en cuestión y no están unas incluidas dentro de otras.		

Tabla 5. Indicadores para orientar y evaluar el proceso de desarrollo de habilidades geométricas en el nivel experimentación.

Nivel II (experimentación)		
Habilidades geométricas		
Reconocer objetos geométricos	Trazar y/o construir	Argumentar proposiciones geométricas
1. Selecciona movimientos de orientación espacial realizados utilizando las relaciones izquierda-derecha, delante-atrás, arriba-abajo, norte-sur, este-oeste.	1. Representa segmentos, rectas paralelas y perpendiculares.	1. Describe las figuras y los cuerpos geométricos.
2. Selecciona formas y movimientos geométricos en el medio a partir de una denominación dada y viceversa.	2. Representa rectángulos y cuadrados sobre papel cuadriculado dadas las orientaciones en el espacio.	2. Interpreta frases que describen las figuras y los cuerpos geométricos.

<p>3. Analiza propiedades de las figuras, cuerpos y movimientos geométricos.</p>	<p>3. Representa figuras (con varillas y plantilla) y cuerpos geométricos (con varillas) teniendo en cuenta sus propiedades.</p>	<p>3. Explica a partir del dominio de las propiedades geométricas.</p>
<p>4. Clasifica figuras y cuerpos geométricos, de acuerdo a sus propiedades.</p>	<p>4. Desarrolla construcciones geométricas formales con los instrumentos de trazado (circunferencia, paralelogramo, rectángulo y cuadrado, etcétera).</p>	
<p>5. Compara figuras y cuerpos geométricos.</p>	<p>5. Elabora figuras geométricas dado un número de elementos.</p>	
<p>6. Identifica cómo se obtiene por movimiento una imagen a partir de la figura original.</p>	<p>6. Obtiene otras figuras y cuerpos geométricos a partir de los anteriores.</p>	
<p>7. Identifica cantidad de cubos en un apilamiento representado gráficamente.</p>		
<p>8. Identifica cantidades necesarias de figuras y cuerpos geométricos para formar otros.</p>		
<p>9. Identifica figuras en otras compuestas en las que solamente aparece la figura en cuestión y están incluidas unas dentro de otras.</p>		

Tabla 6. Indicadores para orientar y evaluar el proceso de desarrollo de habilidades geométricas en el nivel abstracción.

Nivel III (abstracción)		
Habilidades geométricas		
Reconocer objetos geométricos	Trazar y/o construir	Argumentar proposiciones geométricas
1. Compara cantidad de veces que aparecen dos tipos de figuras sin expresar cantidades, a partir del reconocimiento de las figuras en una compuesta.	1. Representa figuras (a partir de otras, con varillas, plantilla e instrumentos de trazado) y cuerpos geométricos (con varillas) donde se establece la relación entre conceptos.	1. Explica situaciones geométricas en el medio que guardan relación con las unidades de magnitud.
2. Compara figuras y cuerpos geométricos a partir de propiedades.		2. Explica a partir del dominio de las relaciones entre conceptos geométricos.
3. Identifica en una composición de movimientos como se obtiene una imagen a partir de la figura original.		3. Expresa razones por las cuales objetos físicos guardan relación con propiedades geométricas.
4. Identifica situaciones geométricas en el medio que guardan relación con las unidades de magnitud.		
5. Relaciona figuras y cuerpos geométricos a partir de sus propiedades.		

2.2. Estructura de la estrategia didáctica para el desarrollo de habilidades geométricas en el primer ciclo de la Educación Primaria

El término estrategia proviene de la unión de dos vocablos de origen griego: “stratos”, que significa ejército y “agein”, cuyo significado es conducir (Microsoft Corporation, 2008). En sus inicios esta palabra, que da idea de coordinar y dirigir acciones, estuvo relacionada con la esfera militar; pero con el transcurso del tiempo se contextualiza en los diferentes ámbitos de la actividad social, hasta en el plano pedagógico.

Con la intención de mejorar la calidad del proceso de enseñanza-aprendizaje es que se ponen en práctica estrategias de enseñanza y estrategias de aprendizaje. De manera general, cuando se habla de *estrategia de enseñanza* o *didáctica* se refiere a la utilizada por el docente para dirigir y organizar el proceso de enseñanza-aprendizaje; mientras que aquella que los escolares llevan a cabo, por sí solos, para la apropiación de los contenidos, es conocida como *estrategia de aprendizaje*.

Existe diversidad de criterios sobre la concepción de estrategias en el proceso de enseñanza-aprendizaje. Por esta razón, varios especialistas (De Armas Ramírez, y otros, 2009) han planteado la necesidad de su estudio; haciendo referencia a diferentes razones como: el crecimiento vertiginoso de la información, la personalización del aprendizaje, el mejoramiento del clima afectivo en la clase, entre otras.

De Armas Ramírez, y otros (2009 pág. 45), consideran las estrategias didácticas como “*la proyección de un sistema de acciones a corto, mediano y largo plazo que permite la transformación del proceso de enseñanza-aprendizaje en una asignatura, nivel o institución tomando como base los componentes del mismo y que permite el logro de los objetivos propuestos en un tiempo concreto*”.

Estos mismos autores señalan que las estrategias de enseñanza-aprendizaje se basan en principios psicopedagógicos; guían la actividad de docentes y escolares para alcanzar las metas o fines propuestos; y aportan juicios que fundamentan el accionar didáctico en el aula y la escuela. Añaden, a la vez, diferentes dimensiones de las estrategias, que se asumen en esta investigación, entre las que se encuentran la dimensión innovadora, la flexible, la prospectiva y la orientadora.

La dimensión *innovadora* prevé a la vez el desarrollo de las potencialidades innovadoras y creativas de los docentes y el desarrollo de este tipo de pensamiento en los escolares. La dimensión *flexible* permite la entrada al proceso de enseñanza-aprendizaje de las informaciones provenientes de la sociedad, la cultura y la ciencia y centra su atención en respetar el aprendizaje individual y el ritmo de cada escolar. La *prospectiva* se encamina a lograr que el escolar use lo que aprende, para lo cual resulta vital que maneje conceptos diversos y se enfrente a diversas interpretaciones de una misma realidad. Por último, la *orientadora* se lleva a cabo fundamentalmente a partir del contacto directo con los escolares para atender las diferencias individuales.

La estrategia didáctica fue elaborada a partir de la metodología citada por De Armas Ramírez, y otros (2009); comprende el objetivo general relativo a la solución del problema que justifica esta investigación, así como objetivos específicos, por etapas, que determinan el contenido, los métodos, los medios, la forma de organización y la evaluación. De esta manera, se considera como *objetivo general*: contribuir al desarrollo de habilidades geométricas en los escolares del primer ciclo de la Educación Primaria.

La estrategia para el desarrollo de habilidades geométricas en el primer ciclo de la Educación Primaria, que se presenta, cumple con las leyes de la didáctica, mencionadas por Álvarez de Zayas (1999); las cuales expresan las relaciones que se establecen entre el medio social y el proceso docente; y entre las categorías del proceso.

En la determinación de sus componentes se tienen presente los siguientes requerimientos didácticos:

- Primero, el papel rector de los **objetivos** sobre el resto de las categorías del proceso de enseñanza-aprendizaje. Por esta razón, se han contemplado las exigencias que se declaran en el modelo de escuela primaria en Cuba, junto a los programas y orientaciones metodológicas del ciclo.
- Segundo, que el **contenido** del proceso de enseñanza-aprendizaje es un sistema conformado por conocimientos, habilidades generales y específicas; los métodos de la ciencia que se estudia y los valores a formar en los escolares. De esta manera, se encuentra en correspondencia con los conceptos y procedimientos geométricos que deben asimilar los escolares del primer ciclo de la Educación Primaria para desarrollar las habilidades geométricas: reconocer, trazar y/o construir y argumentar proposiciones geométricas.
- Tercero, los **métodos y procedimientos** se concretan en el proceso de enseñanza aprendizaje en la actividad que dirige el docente y la asimilación activa consciente, independiente y creadora de los escolares. Se asume, de la clasificación ofrecida por Labarrere, y otros (1988), los que atienden *el carácter de la actividad cognoscitiva¹¹ de los escolares*, pues este grupo se encuentra en correspondencia con los niveles de asimilación del contenido; tienen, además, un carácter productivo, participativo y creativo. Se utilizan, en esta estrategia, el de *búsqueda parcial o heurística*, donde el docente participa conjuntamente con el escolar en la solución de las tareas y el *investigativo*, en que el escolar las realiza de manera independiente y llega a socializar sus conocimientos con el resto del grupo.

¹¹ En este grupo de métodos Labarrere, y otros (1988), reconoce: el explicativo-ilustrativo, el reproductivo, la exposición problémica, la búsqueda parcial o heurística y el investigativo. Los dos primeros presentan un carácter reproductivo y los dos últimos, productivo; aunque el tercer método se mueve entre lo reproductivo y lo productivo.

- Cuarto, la utilización de los **medios de enseñanza** se encuentra determinada por los objetivos, las características del contenido y los métodos. Esta categoría del proceso facilita la apropiación del sistema de conocimientos y el desarrollo de habilidades. De esta manera, se destaca la importancia de la utilización de diferentes medios de enseñanza para el desarrollo de habilidades geométricas, desde los tradicionales (objetos concretos y modelos geométricos) hasta los más modernos (software educativo).
- Quinto, la clase es la **forma de organización** fundamental del proceso de enseñanza-aprendizaje, con carácter de sistema, donde una vez estructuradas las tareas del docente y los escolares, se ejecutan para lograr los objetivos de los programas y contribuir al mejor desarrollo de este proceso y a la asimilación de los conocimientos y habilidades. La clasificación de clases guarda relación con los objetivos del estudio de los contenidos (Labarrere, y otros 1988). Se utiliza, en la estrategia didáctica, la clase combinada o mixta, en la que el docente en una misma ocasión explica el nuevo contenido, fija o repasa y controla la asimilación de los conocimientos anteriores. Elementos importantes a tener en cuenta, para la organización de la clase, son los principios, las acciones, operaciones, los niveles e indicadores para el desarrollo de habilidades geométricas.
- Sexto, la **evaluación** posibilita la valoración del nivel de logros alcanzados, de manera sistemática, de acuerdo con los objetivos propuestos, respecto al diagnóstico integral e inicial. En este sentido, se sigue para evaluar el proceso de desarrollo de habilidades geométricas en el primer ciclo de la Educación Primaria, los niveles e indicadores propuestos, sobre la base de las habilidades alcanzadas y la autovaloración del escolar durante el aprendizaje de los conceptos y procedimientos geométricos.

Un componente importante de la estrategia didáctica son las etapas, con sus acciones, a corto plazo, para docentes y escolares. En él se expresan los fundamentos que la sustentan, los objetivos,

el contenido y la estructura de la propia estrategia. Se concibe el sistema de acciones para lograr el objetivo general estratégico y los específicos de cada etapa.

Las etapas de la estrategia didáctica: orientación, ejecución y control, se determinaron a partir de considerarse la clase como forma fundamental de organización del proceso de enseñanza-aprendizaje. Estas etapas se encuentran en correspondencia con los componentes funcionales de la actividad (Galperin, 1987) (Talízina, 1988), analizados en el capítulo anterior. De esta forma, se plantean las acciones, por etapas, que se reflejan en las tablas que se muestran a continuación:

Tabla 7. Acciones para la etapa de orientación.

Objetivo	Acciones	Participantes
Preparar a los escolares para la asimilación de los conceptos y procedimientos geométricos.	1. Determinar las condiciones previas para el desarrollo del contenido y el grado de motivación que tienen los escolares para su impartición.	Docente y escolares
	2. Concebir instrumentos que tomen en cuenta las particularidades de cada escolar y su nivel de desarrollo de habilidades geométricas.	Docente
	3. Seleccionar diferentes medios de enseñanza que posibiliten el paso del nivel concreción al nivel abstracción en los escolares.	Docente
	4. Planificar el contenido geométrico siguiendo los fundamentos teóricos propuestos.	Docente
	5. Proponer en cada contenido geométrico actividades para la asimilación de los conceptos y procedimientos geométricos.	Docente
	6. Conocer el dominio de los escolares de la utilidad del contenido geométrico que se imparte, las acciones a realizar, la manera y el orden.	Docente y escolares

Tabla 8. Acciones para la etapa de ejecución.

Objetivo	Acciones	Participantes
Formar los conceptos y procedimientos geométricos necesarios para el desarrollo de las habilidades geométricas.	1. Observar propiedades geométricas en el medio.	Docente y escolares
	2. Realizar generalizaciones empíricas.	Docente y escolares
	3. Realizar generalizaciones teóricas.	Docente y escolares
	4. Determinar otras propiedades del concepto geométrico.	Docente y escolares
	5. Buscar nuevos objetos con esa forma geométrica en el entorno.	Docente y escolares
	6. Dominar, sistematizar y autovalorar las habilidades geométricas desarrolladas.	Docente y escolares

Tabla 9. Acciones para la etapa de control.

Objetivo	Acciones	Participantes
Reorientar el proceso de desarrollo de habilidades geométricas, en función de los resultados alcanzados y las particularidades de cada escolar.	1. Analizar el proceso de desarrollo de habilidades, por parte de los escolares, de manera individual y/o grupal.	Docente y escolares
	2. Comparar y reorientar el proceso de desarrollo de habilidades geométricas de cada escolar.	Docente y escolares

Las etapas que conforman la estrategia didáctica se encuentran en una interrelación dialéctica; se vinculan a partir de su objetivo y el conjunto de acciones al contexto escolar y social; lo que permite que se realice un trabajo de integración común bajo la dirección del docente durante el proceso de enseñanza-aprendizaje de la geometría del primer ciclo de la Educación Primaria.

2.3. Sugerencias para el empleo de la estrategia didáctica

Seguidamente se ejemplifica cómo los docentes pueden utilizar las acciones de la estrategia, en los tres momentos de la actividad, para desarrollar las habilidades geométricas: reconocer objetos geométricos, trazar y/o construir y argumentar proposiciones geométricas, al impartir el contenido: “Ortoedro y cubo”, introducido en segundo grado y profundizado en grados posteriores. Las sugerencias didácticas que se brindan pueden resultar de interés para los docentes, al darle tratamiento a estos conceptos, de acuerdo con los fundamentos teóricos propuestos y las etapas analizadas.

I. Etapa de orientación

Esta etapa garantiza la preparación necesaria de los escolares para la asimilación de los conceptos y procedimientos geométricos, con la realización de actividades que favorezcan en ellos el desarrollo de habilidades geométricas.

De esta forma, cuando se le dé tratamiento al contenido: “Ortoedro y cubo”, cada docente debe conocer los objetivos, contenidos y habilidades geométricas a desarrollar en sus escolares; se determinan como condiciones previas para el desarrollo del contenido y las habilidades geométricas que se aspiran, las siguientes: punto; segmento; lado de una figura geométrica; vértice; concepto de igualdad de figuras geométricas; y relación que existe entre los conceptos rectángulo-cuadrado.

Antes de la impartición del contenido cada docente debe conocer si sus escolares poseen estas condiciones previas, para orientar el proceso de desarrollo de habilidades geométricas; sin dejar de olvidar que el resultado que obtenga en ese diagnóstico estará influenciado, además, por las características biológicas de cada escolar, el contexto social en que se desarrolla su personalidad y el estilo de aprendizaje o la “manera individual” que tiene de apropiarse de este contenido.

A partir del diagnóstico que el docente tenga de sus escolares se concebirá el proceso de enseñanza-aprendizaje de la geometría; debe hacerse una adecuada motivación del contenido, seleccionarse los medios de enseñanza necesarios y considerarse los fundamentos teóricos propuestos para desarrollar en cada escolar las habilidades geométricas correspondientes y así facilitar en ellos el tránsito de un nivel a otro. Para la planificación de la clase el docente puede apoyarse en los materiales docentes que aparecen en formato digital en el anexo 5.

Algunas de las actividades propuestas para este contenido, que servirán de ayuda para su tratamiento en la etapa siguiente, son las que se muestran a continuación:

Actividades

1. Observa los siguientes objetos y selecciona los que tengan rectángulos en todas sus caras.

Objetos:

Pelota, caja de zapatos, dado de jugar parchís, libro, bolígrafo y carretel de hilo.

2. Dado los siguientes cuerpos geométricos¹² identifica en ellos la cantidad de caras, vértices y aristas.



3. Compara las caras opuestas de estos cuerpos geométricos. ¿A qué conclusión has llegado?
4. Menciona objetos del entorno que tengan igual forma que el ortoedro.
5. Si se desea pintar la puerta de una casa ¿qué caras de esa puerta llevan la misma cantidad de pintura?

Al darle tratamiento al contenido geométrico es necesario que conozca el docente si sus escolares dominan dónde radican sus principales dificultades, si comprenden la utilidad de los contenidos que

¹² En esta actividad, aunque se representan gráficamente los cuerpos geométricos, para su solución, se le deben presentar a los escolares modelos.

se van a impartir, las acciones que deben ejecutar, su orden y la forma en que lo harán, ya sea de manera individual o en equipo.

II. Etapa de ejecución

La etapa de ejecución tiene como fin que los escolares realicen las acciones planificadas; juegan un importante papel los niveles de ayuda que necesiten para llegar a dominar los conceptos y procedimientos geométricos y desarrollar las habilidades geométricas, así como la realización de actividades con diferentes medios de enseñanza y niveles de complejidad.

La ejecución de las acciones anteriores en el tratamiento del contenido, ya citado, debe ser de esta manera:

1. Observar propiedades geométricas en el medio: presentar diferentes objetos en una jaba (pelota, caja de zapatos, dado de jugar parchís, libro, bolígrafo y carretel de hilo) e indicar a los escolares que coloquen encima de la mesa los objetos que cumplan con la siguiente propiedad: están limitados solamente por rectángulos, tal y como se muestra en la actividad 1.

2. Realizar generalizaciones empíricas: los escolares, bajo la orientación de los docentes, llegan a la conclusión de que los objetos que están limitados solamente por rectángulos, en todas sus caras, tienen forma de ortoedro. Se insiste en que desde esta etapa se les dé a conocer a los escolares que los objetos limitados, solamente, por cuadrados también comparten estas propiedades.

3. Realizar generalizaciones teóricas: esta acción guarda relación con la anterior, pues una vez que los escolares identifiquen en los objetos las propiedades esenciales comunes (invariables), se procede a elaborar el concepto ortoedro por parte del docente, con ayuda de los escolares, a partir de una actividad como la número 2.

Para culminar esta actividad el docente puede guiar a sus escolares a obtener las siguientes generalizaciones teóricas:

1. Los ortoedros son cuerpos geométricos que tienen seis caras, ocho vértices y doce aristas.
2. Los ortoedros tienen sus caras rectangulares.
3. El cubo también es un ortoedro.

4. Determinar otras propiedades del concepto: mediante actividades experimentales, como la número 3, los escolares conocen otras propiedades del ortoedro y el cubo como igualdad de las caras opuestas; también, de todas las caras y aristas en el cubo. Para culminar esta actividad el docente puede ayudar a sus escolares a arribar a otras generalizaciones como:

1. Los ortoedros tienen sus caras opuestas iguales.
2. El cubo es el ortoedro que tiene sus caras cuadradas e iguales y sus aristas con igual longitud.

5. Buscar nuevos objetos con esa forma geométrica en el entorno: después que los escolares conozcan las propiedades esenciales del ortoedro, están en condiciones de buscar en el medio objetos con forma de ortoedro, como muestra la actividad número 4, y explicar el motivo por el cual presentan esa forma.

6. Dominar, sistematizar y autovalorar las habilidades geométricas: los docentes pueden indicar una serie de actividades, como la número 5 y las que aparecen en los folletos de ejercicios del anexo 5, que les sirvan para potenciar y evaluar el paso de sus escolares por cada uno de los niveles de desarrollo de habilidades geométricas; los escolares, de acuerdo con sus características, deben ser capaces de relacionar los contenidos de ortoedro y cubo con otros contenidos que ya poseen y aplicarlo en la solución de situaciones cotidianas.

El dominio, sistematización y autovaloración de habilidades geométricas desarrolladas se pueden lograr con la utilización de diferentes medios de enseñanza: desde objetos concretos hasta el software educativo; siempre y cuando, en este último, se tengan presentes los principios propuestos. En esta acción es indispensable la sistematización del contenido con otras actividades, la retroalimentación de los escolares y la presentación de indicadores, que guarden relación con los ya planteados para este contenido, de forma que autovaloren el nivel de desarrollo de las habilidades geométricas adquiridas, como los mostrados de manera seguida:

- 1....Conozco las propiedades del ortoedro y el cubo.
- 2....Pude resolver todas las actividades, pero con ayuda.
- 3....Conozco que hay ortoedros con todas sus caras cuadradas.
- 4....Debo seguir estudiando las propiedades de estos cuerpos geométricos.
- 5....Pude encontrar objetos en el medio con forma de ortoedro.

III. Etapa de control

El control, en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la geometría del primer ciclo de la Educación Primaria, analiza la calidad de la asimilación de los conceptos, procedimientos geométricos y el desarrollo de habilidades geométricas en cada escolar, durante todo el proceso. Es el momento propicio para hacer comparaciones y valoraciones críticas acerca de los logros e insatisfacciones individuales y grupales.

Las acciones propuesta para esta etapa tienen como fin determinar la manera en que cada uno de los escolares ha desarrollado las habilidades geométricas correspondientes, luego de la impartición de los contenidos, al comparar, ya sea de manera individual o en parejas, qué conocían, qué debían conocer y qué conocen.

Por último, en la comparación y reorientación del proceso de desarrollo de las habilidades geométricas es importante el papel que desempeña el diagnóstico realizado por el docente durante todo el proceso, quien debe analizar cómo ha transitado por cada uno de los niveles de desarrollo de habilidades geométricas propuestos y la correspondencia entre el nivel de desarrollo alcanzado y los objetivos de la clase, para de esta forma reorientar nuevamente el proceso de desarrollo de habilidades geométricas, en función de los resultados obtenidos.

CONCLUSIONES DEL CAPÍTULO

A partir de las concepciones teórico-metodológicas del proceso de enseñanza-aprendizaje de la geometría en el primer ciclo de la Educación Primaria y la valoración del proceso de desarrollo de habilidades se elaboró una estrategia didáctica, sustentada en un conjunto de fundamentos teóricos, conforme con el carácter de la geometría en este ciclo: intuitivo-operativo-perceptual-práctico.

Los principios determinados favorecen concebir el proceso de enseñanza-aprendizaje de la geometría del primer ciclo de la Educación Primaria de manera científica, acorde con la propuesta de estructura interna de las habilidades geométricas y los niveles e indicadores:

La propuesta de estructura interna de las habilidades geométricas, junto a los niveles e indicadores, permiten orientar el proceso de enseñanza-aprendizaje de la geometría, de acuerdo con las particularidades de cada escolar.

La estrategia elaborada se sustentó en fundamentos teóricos que permitieron estructurarla, mediante etapas articuladas, con acciones, en las que inciden, como elementos distintivos, las exigencias señaladas, para dirigir el proceso de enseñanza-aprendizaje de la geometría en estos grados y contribuir al desarrollo de habilidades geométricas en los escolares.

**CAPÍTULO III. EVALUACIÓN DE LA VIABILIDAD DE LA ESTRATEGIA DIDÁCTICA PARA EL
DESARROLLO DE HABILIDADES GEOMÉTRICAS EN EL PRIMER CICLO DE LA EDUCACIÓN
PRIMARIA**

*“El esfuerzo educacional de los próximos años tiene que estar encaminado a elevar la
eficiencia y la calidad en la enseñanza y la educación”.*

(Castro Ruz, 1981)

CAPÍTULO III. EVALUACIÓN DE LA VIABILIDAD DE LA ESTRATEGIA DIDÁCTICA PARA EL DESARROLLO DE HABILIDADES GEOMÉTRICAS EN EL PRIMER CICLO DE LA EDUCACIÓN PRIMARIA

En este capítulo aparecen los resultados obtenidos de la evaluación de la viabilidad de los fundamentos teóricos propuestos, a partir de la aplicación del método Delphi, y de la estrategia didáctica para el desarrollo de habilidades geométricas en el primer ciclo de la Educación Primaria, mediante la realización de un cuasiexperimento de series cronológicas, en una de las escuelas del proyecto al que pertenece esta tesis; se hace un análisis cualitativo y cuantitativo, tras la aplicación de los instrumentos concebidos y se corrobora el cumplimiento de la idea a defender de esta investigación.

3.1. Resultados de la aplicación del método Delphi

Con el objetivo de determinar la viabilidad de los fundamentos que sustentan la estrategia didáctica elaborada se realizó su evaluación, en los cursos escolares 2007-2008 y 2008-2009, antes de introducirla, de manera total, en el proceso de enseñanza-aprendizaje, a partir del método Delphi, citado por Cerezal Mezquita, y otros (2004); Crespo Borges (2006); y Cruz Ramírez, y otros (2008). Los expertos se seleccionaron según los criterios siguientes: años de experiencia en la enseñanza o profesor (a) dedicado a la formación de docentes, particularmente los relacionados con metodología de la enseñanza de la Matemática, en la Educación Primaria, por formar parte de la muestra inicial, y de Secundaria Básica, por conocer los objetivos y habilidades que deben tener vencido los escolares al arribar a este subsistema educativo; prestigio en el colectivo docente y de escolares; creatividad al impartir sus clases; y disposición para participar en la evaluación.

Para la selección de los expertos se aplicó una encuesta (anexo 6), en la que se les solicitó una autovaloración de su nivel de conocimiento; se determinó a partir de este instrumento su *coeficiente de conocimiento* (K_c), el de *argumentación* (K_a) y finalmente el de *competencia*, a partir de la fórmula $K = \frac{1}{2} (K_c + K_a)$; se tomaron como criterio las fuentes de argumentación que se reflejan en la siguiente tabla:

Tabla 10. Fuentes de argumentación utilizadas para la selección de los expertos.

FUENTES DE ARGUMENTACIÓN	ALTO	MEDIO	BAJO
Análisis teórico realizado por Ud. sobre la enseñanza de la geometría en la Educación Primaria o Secundaria Básica.	10,00%	8,00%	6,00%
Su experiencia obtenida como profesor de Matemática en la Educación Primaria, Secundaria Básica o de docentes en formación.	40,00%	30,00%	20,00%
Dominio del estado actual de la enseñanza de la geometría en Cuba.	10,00%	8,00%	5,00%
Su propio conocimiento del estado actual de la enseñanza de la geometría en el extranjero.	10,00%	8,00%	5,00%
Participación en actividades investigativas relacionadas con la enseñanza de la geometría en la Educación Primaria o en Secundaria Básica.	15,00%	13,00%	12,00%
Conocimientos sobre metodología de la enseñanza de la Matemática.	15,00%	13,00%	12,00%
TOTAL	100,00%	80,00%	60,00%

Como puede apreciarse, en las fuentes de argumentación se utiliza una escala de 0 a 100, que según Crespo Borges, y otros (2005), resulta más comprensible que la escala de 0 a 1 por la naturaleza de estos números y la familiaridad que se tiene con ellos. Los valores de las fuentes de

argumentación se encuentran distribuidos en función de los intereses de la investigación, para acercarlos más a los requerimientos de su objeto.

Obsérvese cómo se le da mayor peso a la experiencia como profesores de Matemática en la Educación Primaria, Secundaria Básica o de docentes en formación; mientras que al análisis teórico realizado acerca de la enseñanza de la geometría en la Educación Primaria o Secundaria Básica y al conocimiento del estado actual de la enseñanza de la geometría en Cuba y en el extranjero se les da igual peso, debido a que en el diagnóstico inicial y en otros estudios realizados se pudieron hallar los elementos suficientes y se prescindieron de estos. Lo mismo ocurre con la participación en actividades investigativas relacionadas con la enseñanza de la geometría en la Educación Primaria o en Secundaria Básica y con el conocimiento sobre metodología de la enseñanza de la Matemática.

Se seleccionaron finalmente 30 expertos (anexo 7 y 8), que oscilan entre los 17 y 39 años de experiencia y que tienen un coeficiente de competencia que se comporta entre el nivel medio y el alto ($80\% \leq K \leq 100\%$).

Se consideró oportuno incluir en la selección de los expertos docentes, directores y metodólogos de escuelas primarias, por las experiencias que han tenido, los primeros, en el tratamiento de los contenidos geométricos; y el papel que desempeñan, los últimos, en la dirección de los colectivos de ciclos y la preparación metodológica del resto de los docentes.

Como dato significativo se tiene que uno de los expertos seleccionados formó parte del colectivo de autores, que elaboró los libros de texto, cuadernos de trabajos, orientaciones metodológicas y programas, usados hasta el presente en el primer ciclo de la Educación Primaria. La cantidad de expertos y su procedencia aparece reflejada en la tabla que se muestra a continuación.

Tabla 11. Relación de expertos seleccionados.

Número de expertos	Procedencia
9	Docentes.
1	Director de escuela primaria.
1	Metodólogo integral.
16	Profesores de universidades de ciencias pedagógicas.
2	Metodólogos del Dpto Nacional de Software Educativo.
1	Profesor de otros centros de educación superior.

En la aplicación del método Delphi fueron evaluados (anexo 9) los siguientes fundamentos teóricos que sustentan la estrategia didáctica: principios; acciones y operaciones; niveles e indicadores para el desarrollo de habilidades geométricas en el primer ciclo de la Educación Primaria.

Luego de aplicarse dos rondas a los expertos, en dependencia de la evaluación de cada uno de los elementos con preguntas generalmente cerradas, se pudo determinar la viabilidad de los fundamentos que sustentan la estrategia didáctica, al obtenerse criterios que constituyeron metas para su perfeccionamiento. Aunque en la primera ronda se pudo alcanzar el consenso de los expertos se consideró necesario aplicar una nueva ronda con el objetivo de que estos evaluaran si sus planteamientos se habían tomado en consideración. A continuación se reflejan las principales recomendaciones ofrecidas por los expertos:

1. Cambiar el término “propuesta didáctica” por “estrategia didáctica”, debido a la proyección de sus acciones en la transformación del proceso de enseñanza-aprendizaje.
2. Analizar, en función de objeto y campo de acción, la necesidad de definir o no el término habilidades geométricas.
3. Renombrar el principio del desarrollo histórico de la geometría, en función de su utilización en el proceso de enseñanza-aprendizaje.

4. Valorar la posibilidad de concebir como un solo principio el del vínculo de los contenidos geométricos con la vida y el de utilización de objetos concretos.
5. Renombrar el principio del vínculo de los contenidos geométricos con la vida, en función de su carácter contextual.
6. Analizar si el principio de utilización del software educativo como medio de enseñanza se puede considerar como tal.
7. Proponer las acciones y operaciones necesarias para el desarrollo de las habilidades geométricas.
8. Perfeccionar la redacción en la caracterización de los niveles, a partir del trabajo con el lenguaje común y el simbólico de la Matemática.
9. Elaborar un folleto donde se ejemplifique la forma de evaluar cada uno de los indicadores propuestos, por niveles.

De estas recomendaciones, no se tomó en cuenta solamente la cuarta, puesto que en la investigación se considera que, por separado, constituyen ideas rectoras para el desarrollo de habilidades geométricas en el primer ciclo de la Educación Primaria, que luego se complementan por la relación que existe entre estos principios.

Los datos ofrecidos por los expertos fueron procesados en la hoja de cálculo del tabulador electrónico Microsoft Office Excel 2003 (Crespo Borges, 2006b). La aplicación del método Delphi aporta como resultado final (anexo 10) la viabilidad de los fundamentos teóricos que sustentan la estrategia didáctica para el desarrollo de habilidades geométricas en el primer ciclo de la Educación Primaria, tras obtenerse como categoría “No modificar”, para cada indicador; lo que conlleva a admitir las potencialidades que tienen estos fundamentos para transformar el proceso de

enseñanza-aprendizaje de la geometría en el primer ciclo de la Educación Primaria y contribuir al desarrollo de habilidades geométricas en los escolares.

3.2. Diseño del cuasiexperimento de series cronológicas

Una vez obtenido el consenso de los expertos acerca de la viabilidad de los fundamentos teóricos que sustentan la estrategia didáctica, se procede a obtener criterios para apreciar de manera integral cómo se relacionan con la estrategia en el proceso de enseñanza-aprendizaje; perfeccionarla y ajustar sus acciones, en los cursos escolares 2009-2010 y 2010-2011.

Al tomarse en consideración que los diseños de investigación se clasifican en: preexperimentales, experimentales y cuasiexperimentales, se consideró necesario aplicar un *diseño cuasiexperimental de series cronológicas de un solo grupo*, con el **objetivo** de determinar la viabilidad del uso de la estrategia didáctica en el desarrollo de habilidades geométricas en los escolares del primer ciclo de la ENU “Juan Suárez del Villar”, del municipio de Cienfuegos.

Conforme con los criterios de Hernández Sampieri, y otros (2006), este tipo de diseño cuasiexperimental responde al siguiente esquema:

G O₁ O₂ X O₃ O₄

De acuerdo con esta representación gráfica, en el diseño cuasiexperimental de series cronológicas de un solo grupo (G), se aplican varias prepruebas¹³ (O₁ y O₂) para medir el estado inicial de la **variable dependiente** (el desarrollo de habilidades geométricas); luego se aplica el tratamiento experimental (X) o **variable independiente** (estrategia didáctica); y finalmente se mide el comportamiento de la variable dependiente con varias postpruebas (O₃ y O₄).

¹³ Hernández Sampieri, y otros (2006 pág. 197), plantean que el término “serie cronológica” se aplica a cualquier diseño que efectúe a través del tiempo varias observaciones o mediciones sobre una o más variables”; añade además que el número de mediciones está sujeto a las necesidades específicas de cada investigación.

La **idea a defender** presupone que para contribuir al desarrollo de habilidades geométricas en los escolares del primer ciclo de la ENU “Juan Suárez del Villar”, del municipio de Cienfuegos, puede utilizarse una estrategia didáctica sustentada en un conjunto de principios, que toman el carácter contextual de los contenidos geométricos como núcleo; acciones y operaciones, que concretan la estructura interna de estas habilidades; y niveles e indicadores, que facilitan el diagnóstico y seguimiento.

Para controlar el efecto que ejerce la variable independiente sobre la variable dependiente, se tienen en cuenta algunas **variables ajenas**, relacionadas con docentes y escolares. Este control se realizará a partir de los instrumentos que se apliquen en las etapas en que se desarrollará el cuasiexperimento. En relación con los *docentes* estas variables son: experiencia profesional; y concepción del proceso de enseñanza-aprendizaje. Con los *escolares*: intereses; disciplina; aprendizaje de los contenidos geométricos; y relación familia-escuela.

Escala utilizada y método de medición de variables

La evaluación del desarrollo de las habilidades geométricas (reconocer objetos geométricos, trazar y/o construir y argumentar proposiciones geométricas) en los escolares del primer ciclo de la ENU “Juan Suárez del Villar” se realizó en una escala ordinal a partir de los niveles de desarrollo de habilidades geométricas propuestos en el capítulo II: concreción, experimentación y abstracción.

Población y muestra

La **población** quedó constituida por 190 escolares y nueve docentes de la ENU “Juan Suárez del Villar”, del Consejo Popular “Las Minas”, del municipio de Cienfuegos. La **muestra** por 106 escolares, de cinco grupos del primer ciclo de la escuela anteriormente mencionada y sus respectivos docentes (cinco). Esta muestra es de tipo no probabilístico intencional, pues los grupos

no fueron elegidos al azar, se tuvo presente en su selección el criterio de accesibilidad; lo anterior permitió un mayor control y acercamiento hacia los escolares y familiares. La relación de escolares, por grado, es como sigue:

Tabla 12. Cantidad de escolares que conforman la muestra, por grados.

Grados	Cantidad de escolares
Primer grado	24
Segundo grado	21
Tercer grado	23
Cuarto grado	38
Total	106

Tareas asociadas al cuasiexperimento

En el desarrollo del cuasiexperimento, para valorar cualitativa y cuantitativamente los resultados obtenidos luego del empleo de los instrumentos elaborados, se determinó plantear las siguientes

tareas:

1. Aplicar la estrategia didáctica elaborada, durante dos cursos escolares (2009-2010 y 2010-2011).
2. Evaluar en la primera preprueba contenidos geométricos impartidos en grados anteriores (en primer grado evaluar contenidos abordados en el primer período); mientras que en la segunda preprueba se deben evaluar los impartidos en el período del curso escolar vencido.
3. Evaluar en las postpruebas contenidos geométricos impartidos tanto en el período analizado como en el curso escolar vencido.
4. Capacitar metodológicamente a los docentes del primer ciclo de la Educación Primaria para el tratamiento de los contenidos geométricos.

5. Realizar la intervención en etapas y en clases de introducción y ejercitación de los contenidos geométricos.

6. Involucrar a los familiares de los escolares seleccionados para lograr mejores resultados en el proceso de desarrollo de habilidades geométricas.

3.3. Desarrollo del cuasiexperimento de series cronológicas

El desarrollo del cuasiexperimento de series cronológicas, de un solo grupo se llevó a cabo en tres etapas: constatación, capacitación y validación. De manera seguida se muestran los aspectos más relevantes analizados en cada una de ellas.

I. Etapa de constatación

En esta etapa, que abarcó el segundo y tercer período del curso escolar 2009-2010, el investigador estudió los expedientes acumulativos de los escolares, revisó actas de colectivos de ciclo, aplicó encuestas a familiares y las primeras prepruebas, para constatar el nivel de desarrollo de habilidades geométricas de los escolares del primer ciclo de la Educación Primaria.

1. Estudio de los expedientes acumulativos de los escolares

Con el objetivo de conocer de manera integral el grupo objeto de estudio, en relación con la familia, lugar de residencia, así como los resultados del aprovechamiento docente en Matemática y en el dominio geométrico, en particular, se realizó un estudio a los expedientes acumulativos de los escolares, a partir de los siguientes indicadores: lugar de residencia; edad; ocupación de los padres; tipo de familia; y aprovechamiento docente.

Se conoció que el 75% de los escolares vive en el Consejo Popular donde está situada la escuela: “Las Minas”; mientras que el resto vive en el de “Punta Gorda”. La edad de los escolares oscila entre los 6 y 10 años; provienen, en su mayoría, de familias funcionales con estabilidad (80%), pertenece

la minoría a familia disfuncionales. El 50% de los padres, de estos escolares, son cuentapropistas, arrendatarios, entre otros; el resto profesionales y técnicos. Con respecto al aprovechamiento docente de los escolares en Matemática, se pudo observar que los resultados se encuentran en el 76%; el dominio geométrico es el más afectado.

2. Encuesta a padres de los escolares

La encuesta a los padres de los escolares (anexo 11) se realizó con el propósito de conocer la influencia que ejerce la familia sobre el desarrollo de habilidades geométricas en los escolares. Fue aplicada a 80 padres y se obtuvo como regularidad que el 100% de los encuestados manifiesta mantenerse al tanto del aprendizaje de su hijo en Matemática y en geometría, en particular. Esta misma cifra le confiere utilidad al uso de los conocimientos geométricos en la vida; no obstante, solo el 46,25% conoce alguna de las utilidades de los conocimientos geométricos.

En la encuesta también se evidencia que el 43,75%, de los padres, se siente preparado para orientar a su hijo en la solución de actividades de geometría, el resto acude a otros familiares y vecinos; lo anterior demuestra la necesidad de implicar más a los padres en el aprendizaje de los contenidos geométricos de los escolares, para lograr mejores resultados en el nivel de desarrollo de habilidades geométricas.

3. Revisión de actas de colectivos de ciclo

Con el objetivo de analizar cómo se concibe el proceso de enseñanza-aprendizaje de la geometría en los colectivos de ciclo de la ENU “Juan Suárez del Villar”, se revisaron 12 de sus actas. Los aspectos que se tuvieron presentes en esta revisión son los que se muestran a continuación: frecuencia con que se realizan; dirección de los colectivos; elementos relacionados con los contenidos geométricos; sugerencias metodológicas propuestas; y acuerdos tomados.

En esta escuela se realiza una vez al mes; es dirigido por la jefa de ciclo y la directora. En estos colectivos de ciclo solo se aborda solo en uno de ellos el dominio geométrico; el resto de los dominios de la Matemática son analizados cuando se realizan comprobaciones y visitas a clase. No se toman, por tanto, en ellos, acuerdos encaminados a darle solución, desde el punto de vista metodológico, a las dificultades que presentan docentes y escolares en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la geometría y el desarrollo de habilidades geométricas.

4. Valoración de los resultados de las prepruebas

Las primeras pruebas aplicadas en el primer ciclo de la Educación Primaria se llevaron a efecto durante el segundo y tercer período (anexo 12 y 13) del curso escolar 2009-2010, antes de la introducción de la estrategia didáctica en el proceso de enseñanza-aprendizaje. El investigador tuvo la oportunidad de constatar personalmente en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la geometría de todos los grados el nivel de desarrollo de habilidades geométricas en los escolares, en la primera preprueba.

En **primer grado**, en el desarrollo del contenido “**Segmento**”, que se toman como condición previa para su tratamiento metodológico los conceptos de punto y recta, se pudo comprobar que los escolares reconocen estas figuras geométricas elementales en objetos del entorno, con ayuda del docente y llegan a reconocer las propiedades de estas figuras geométricas, de igual forma. El 71% puede determinar que todas las rectas que coinciden con el borde de la regla o el cartabón son líneas rectas; mientras que trazan rectas a partir de uno y dos puntos dados y argumentan lo realizado, el 29% de los escolares.

En el **segundo grado**, en el contenido “**Triángulo y cuadrilátero**”, se pudo comprobar que el 76% de los escolares está capacitado para reconocer en objetos del medio, caras con forma de triángulo,

rectángulo y cuadrado; contenido este impartido desde primer grado. No obstante los escolares, en su totalidad, no utilizan el lenguaje simbólico de la matemática, al nombrar los segmentos que se determinan en estas figuras; no dominan las propiedades de las mismas, ni conocen que todo cuadrado es rectángulo. Por esta razón, los escolares tienen dificultades al representar con varillas y en papel cuadriculado el triángulo, el rectángulo y el cuadrado; pues en estas últimas figuras geométricas presentan insuficiencias al reconocer la relación entre conceptos. Solamente pueden realizarlo, de manera exitosa, cuando se les ofrece una representación de las mismas, el 24% de los escolares.

En el contenido **“Relaciones de posición entre rectas”**, impartido en **tercer grado**, se pudo determinar, al pedirle a los escolares que reconocieran segmentos paralelos y perpendiculares en rectángulos y ortoedros, que el 87% no domina la relación rectángulo-cuadrado, ortoedro-cubo; desconocen los nombres de estas figuras y cuerpos geométricos, junto a sus propiedades. Pueden representar los cuerpos geométricos, pero solo con ayuda de un modelo geométrico dado.

Por su parte, en el **cuarto grado**, se comprobó en la impartición del contenido **“Plano y semiplano”**, que los escolares tenían dificultades en la relación paralelismo y perpendicularidad; punto, recta y plano. El 90% desconocía los elementos de las figuras y cuerpos geométricos, al determinar las caras situadas en planos que se cortan y en planos que no se cortan.

Al resumirse los datos anteriores puede plantearse que durante este momento del cuasiexperimento el 82% de los escolares se ubicaba en el nivel I (concreción); mientras que el resto se ubicaba en el nivel II (experimentación). Los resultados de la distribución por niveles aparecen reflejados en la siguiente tabla.

Tabla 13. Resultados de la tabulación de la primera prueba pedagógica aplicada antes de la implementación de la estrategia.

Grado	Nivel I	Nivel II	Nivel III
Primer grado	17	7	0
Segundo grado	16	5	0
Tercer grado	20	3	0
Cuarto grado	34	4	0
Total	87	19	0

En la aplicación de la segunda preprueba se comprobó, de igual forma, los niveles de desarrollo de habilidades geométricas de los escolares, a partir de los contenidos abordados en cada uno de los grados.

En el primer grado, en el contenido **“Triángulo, rectángulo, cuadrado y círculo”**, se constató, nuevamente, que los escolares mantienen dependencia del maestro y el apoyo visual para resolver las tareas propuestas y se aprecian mayores dificultades en el establecimiento de la relación rectángulo-cuadrado, pues solo el 54% pudo llegar hasta el nivel II. Estos problemas están dados, en gran medida, por las características psicológicas de los escolares en el grado.

En el contenido **“Rectángulo y cuadrado”**, impartido en el segundo grado, se comprobó que los escolares no dominan la relación entre estos conceptos; lo que incide negativamente en el desarrollo de las habilidades geométricas, pues ninguno puede reconocer el cuadrado como rectángulo, ni trazarlo, como representante de este concepto; alcanza el segundo nivel el 43% de los escolares. Por otro lado, no logran argumentar, a partir de las propiedades de los cuadriláteros la razón por la cual el cuadrado es rectángulo.

Después de impartir los contenidos **“Rectángulo y cuadrado. Concepto intuitivo de movimiento. Reconocimiento de la invarianza del tamaño y la forma de figuras por un movimiento”**, en

tercer grado, se pudo reafirmar nuevamente, en el primero de los contenidos, la necesidad que tienen los escolares del apoyo visual y las deficiencias que existen en el dominio de las relaciones entre conceptos, al estar ubicados el 87% en el primer nivel; mientras que, en el segundo de los contenidos, se pone de manifiesto la necesidad de que se dominen las propiedades de los movimientos geométricos.

Por último, en los contenidos **“Polígonos y cuerpos con caras planas. Repaso del concepto intuitivo de movimiento. Reconocimiento de la invariabilidad del tamaño y la forma de figuras por un movimiento”**, impartidos en **cuarto grado**, se evidenció que los escolares aún no conocen los nombres de los cuadriláteros y cuerpos geométricos de superficies planas, en su totalidad; no pueden establecer semejanzas y diferencias entre prismas y pirámides, ni dominan la relación prisma-ortopedro-cubo y las propiedades de los movimientos geométricos estudiados. Por esta razón, el 79% de los escolares aún se mantiene en el nivel I.

Al concluir esta etapa del cuasiexperimento el 69% de los escolares se encontraba en el nivel I (concreción) y el 31% en el nivel II (experimentación), como se ilustra en la tabla que se muestra de manera seguida.

Tabla 14. Resultados de la tabulación de la segunda prueba pedagógica aplicada antes de la implementación de la estrategia.

Grado	Nivel I	Nivel II	Nivel III
Primer grado	11	13	0
Segundo grado	12	9	0
Tercer grado	20	3	0
Cuarto grado	30	8	0
Total	73	33	0

II. Etapa de capacitación

Esta etapa estuvo enmarcada desde finales del tercer período hasta inicios del cuarto período, del curso escolar 2009-2010. En ella se introdujo la estrategia didáctica concebida en el primer ciclo de la Educación Primaria. El autor, además de preparar metodológicamente a los docentes, les aplicó encuestas. Lo anterior permitió conocer las limitaciones para la dirección del proceso de desarrollo de habilidades geométricas, la aceptación de la estrategia didáctica elaborada y la preparación metodológica ofrecida.

1. Preparación metodológica de los docentes del primer ciclo de la Educación Primaria

Para la preparación metodológica de los docentes del primer ciclo de la Educación Primaria, en relación con la introducción de la estrategia didáctica, el investigador elaboró el programa que aparece en el anexo 14. Se llevó a cabo durante los meses abril y mayo del curso escolar 2009-2010, en coordinación con la dirección de la escuela, con cinco docentes.

Dos son licenciados en Educación Primaria, el resto egresados de la Escuela de Formación Emergente de Maestros Primarios. Todos estos docentes en su evaluación profesional han alcanzado entre Bien (B) y Muy Bien (MB), en los últimos dos cursos y tienen de 6 a 30 años de experiencia.

Con anterioridad, a la preparación, se orientó el estudio independiente de los temas propuestos; se confeccionaron para tal fin los siguientes materiales docentes: orientaciones metodológicas complementarias, folleto con los principios que sustentan la estrategia didáctica y tres folletos de ejercicios, en los que se ejemplifica la manera de orientar y evaluar el desarrollo de habilidades geométricas a partir de los niveles e indicadores propuestos en el capítulo II, que aparecen en formato digital en el anexo 5.

En el desarrollo de los encuentros se modelaron situaciones de formación de conceptos, procedimientos y habilidades geométricas, en la conferencia introductoria. En el resto, de manera consecutiva, se analizaron los principios para el proceso de enseñanza-aprendizaje de la geometría; las acciones y operaciones; los niveles de desarrollo de habilidades geométricas propuestos; y el nivel de desarrollo alcanzado por los escolares hasta la segunda preprueba aplicada.

Por último, en el taller de evaluación, se analizaron los folletos de ejercicios, elaborados por el autor, con sus correspondientes precisiones metodológicas; además del análisis de la presencia de los niveles de desarrollo de habilidades geométricas en los ejercicios de los libros de textos y cuadernos de trabajo, del ciclo.

2. Encuestas a docentes

Otro aspecto importante de conocer fue la preparación que tenían los docentes de la ENU “Juan Suárez del Villar” para abordar los contenidos geométricos del ciclo y la aceptación de la preparación metodológica realizada. Por ello se aplicaron dos encuestas: una antes de iniciarse la preparación metodológica y otra posterior a ella (anexo 15).

En la primera encuesta, todos los docentes manifestaron que no se consideran lo suficientemente preparados para abordar los contenidos geométricos del ciclo; no establecen relación entre los contenidos geométricos y el resto de las asignaturas que imparten, ni apoyan con ejemplificaciones la utilidad de los contenidos geométricos en la vida. Constituye unas de sus mayores preocupantes la poca frecuencia que tienen los contenidos geométricos en cada uno de los grados y la carencia de medios de enseñanza.

En la encuesta aplicada, una vez que se realizó la preparación metodológica, todos los docentes expresan su conformidad con los elementos de la estrategia didáctica que se ofrece; la importancia de la preparación recibida y los materiales ofrecidos.

Como resultado de esta preparación metodológica se concluye que existe la necesidad de que los docentes del primer ciclo de la Educación Primaria enriquezcan su preparación metodológica en cuanto al tratamiento de los contenidos geométricos y el desarrollo de habilidades; esta es una de las principales causas que inciden en este proceso. Con la utilización de la estrategia didáctica elaborada se pueden lograr cambios, por parte de los docentes, en la concepción del proceso de enseñanza-aprendizaje y en el desarrollo de habilidades geométricas, en los escolares.

III. Etapa de validación

Esta etapa se llevó a cabo desde el cuarto período del curso escolar 2009-2010 hasta finalizar el primer período del curso escolar 2010-2011. El autor realizó observaciones a clases, revisó las libretas de los escolares y aplicó pruebas pedagógicas, para medir el nivel de desarrollo de habilidades geométricas en los escolares, una vez que se utilizó la estrategia didáctica en todos los grados del primer ciclo de la Educación Primaria.

1. Regularidades de las observaciones a clases

Las observaciones a clases se realizaron con el propósito de constatar cómo los docentes utilizaban los elementos de la estrategia didáctica en el desarrollo del proceso de enseñanza-aprendizaje de la geometría en estos grados. Se hicieron 28 observaciones a clases, durante la implementación de la estrategia. En las clases observadas (anexo 16) se presentan ciertas dificultades en el aseguramiento de las condiciones previas, en la orientación de los escolares hacia las acciones a realizar, cómo hacerlo y el orden en que deben resolverlas, en todos los grados; principalmente en

los docentes de menor experiencia. El ambiente educativo durante el desarrollo del proceso de enseñanza-aprendizaje es generalmente agradable y con buena disciplina e interés en la ejecución de las actividades.

Se evidencia que se debe seguir insistiendo en la calidad de los ejercicios propuestos para el desarrollo de las habilidades geométricas; en la necesidad de que los escolares se apropien del vocabulario geométrico; el dominio, por parte de los docentes, de las posibles respuestas dadas; y en la realización del diagnóstico y seguimiento, a partir de los niveles propuestos.

Se aprecia la motivación de los docentes en la creación de medios de enseñanza para el tratamiento de los contenidos geométricos y en las exigencias de la directora y la jefa de ciclo de que cada escolar porte las figuras y cuerpos geométricos abordados en el ciclo, además de un sobre con las piezas del tangram; se logró una mayor participación de los padres y familiares en el aprendizaje geométrico de los escolares, cuando estos ayudaron a sus hijos a elaborar estos medios de enseñanza. Sin embargo, se observan dificultades, en el desarrollo del proceso, en el empleo de nuevas situaciones para generalizar los conocimientos.

Se resalta, por último, el interés de los docentes en su preparación metodológica al dirigir cada una de sus clases, a partir de los elementos de la estrategia didáctica ofrecida y en favorecer el desarrollo de habilidades geométricas en sus escolares.

2. Revisión de libretas

La revisión de las libretas de los escolares permitió analizar cómo se desarrolló el proceso de enseñanza-aprendizaje de la geometría en el primer ciclo de la Educación Primaria de la ENU “Juan Suárez del Villar”, luego de la introducción de la estrategia didáctica. Por esta razón, se realizó a partir del cuarto período del curso escolar 2009-2010 y el primer período del 2010-2011.

Se constató, que el proceso de enseñanza-aprendizaje se desarrolló de forma sistemática en todos los grados. Los ejercicios propuestos son los del cuaderno de trabajo y libro de texto; en ocasiones se les propone a los escolares ejercicios elaborados por el docente. Generalmente, todos los ejercicios se relacionan con las habilidades reconocer objetos geométricos y trazar y/o construir; en pocos casos con la de argumentar proposiciones geométricas.

En algunas clases se evidencia que los ejercicios sugeridos llegan hasta el tercer nivel de desarrollo de habilidades, propuesto en la investigación, pues fomentan el descubrimiento de las propiedades geométricas, a partir de la experimentación y el establecimiento de la relación entre conceptos.

En cada grado se aprecia que el 100% de las clases están revisadas y los errores señalados, pero sin ejercicios encaminados a su corrección. En varias clases se aprecian resúmenes de las propiedades geométricas que tiendan a ayudar a los escolares a generalizar los conocimientos adquiridos.

A partir del cuarto período del curso escolar 2009-2010 y el primer período del 2010-2011 se aprecian cambios significativos en la dirección del proceso de enseñanza-aprendizaje de la geometría, lo que se evidencia en el interés mostrado por los docentes y por la dirección del centro, luego de la preparación metodológica impartida.

3. Valoración de los resultados de las postpruebas

Las postpruebas fueron aplicadas en el primer ciclo de la Educación Primaria durante el cuarto y el primer período, de los cursos escolares 2009-2010 y 2010-2011, respectivamente. Se debe tener en cuenta que en el curso escolar 2010-2011 estos escolares pasaron de grado y están ubicados de segundo al quinto grado. Por este motivo se evaluaron los contenidos del período analizado y del curso escolar vencido, como plantea la tercera tarea asociada al cuasiexperimento en el epígrafe

3.2, y como en el primer período del quinto grado se repasan los contenidos geométricos del primer ciclo, lo anterior no incidió de forma negativa sobre los resultados de la investigación.

Por otra parte, ante la formalidad y el temor que trae consigo la realización de una prueba pedagógica, en la investigación se decidió darle otro sentido a esta forma de evaluación, sin perder su esencia y objetivo. Por ello, al finalizar los contenidos geométricos se insertaron en la última clase de ejercitación las actividades planificadas (anexo 17 y 18).

Estas actividades fueron explicadas a los escolares, de manera alterna, por los docentes y el investigador; realizadas de manera individual y revisadas de la misma forma, antes de hacerlo de manera colectiva. De modo que docentes y escolares procedían sin percatarse que eran observados y evaluados.

En la primera postprueba en primer grado, en la **“Consolidación de las nociones y habilidades geométricas”**, se pudo apreciar en los escolares una mayor independencia. El 92% está capacitado para nombrar las figuras geométricas y se observa un considerable avance en el dominio de las propiedades de los rectángulos, pues llega a reconocer la relación entre conceptos y aplicarla el 29% de los escolares. El 87,5% alcanza desarrollo en la vista geométrica, pues esta cifra puede determinar figuras planas al observar cuerpos geométricos, desde diferentes posiciones. No obstante, se debe señalar que se mantienen dificultades al reconocer figuras compuestas, porque solo el 25% domina un procedimiento para ello.

Después de impartir los contenidos **“Ortoedro y cubo; círculo y esfera”**, en segundo grado, se conoció que el 100% de los escolares puede reconocer objetos del entorno con forma de ortoedro. El 76% reconoce el nombre de este cuerpo geométrico, el resto aún lo confunde con el rectángulo. El 86% domina las propiedades de los ortoedros mediante la experimentación, pero solo el 24% de

estos, puede aplicarlas en las construcciones geométricas y al argumentar proposiciones geométricas. El 90% puede determinar figuras planas al observar cuerpos desde diferentes posiciones y el 86% logra darle solución a situaciones de la cotidianidad, a partir del dominio de las propiedades geométricas de la esfera.

En el **tercer grado**, en los contenidos **“Prisma (Ortoedro y cubo); Circunferencia, círculo y cilindro”**, se comprobó que el 96% de los escolares puede reconocer formas geométricas en objetos del entorno. No obstante, el 82,60% solo puede reconocer el nombre de estos cuerpos geométricos, el resto aún los confunde con las figuras geométricas. El 96% domina las propiedades de los prismas, pero solo el 30% puede aplicar la relación prisma-ortoedro-cubo en las construcciones y al argumentar proposiciones geométricas. Se presenta, además, como dificultad, en todos los escolares, la realización de conversiones de unidades de longitud. Por último, solo el 13% puede darle solución a situaciones de la cotidianidad, a partir de las propiedades geométricas del ortoedro.

En el contenido **“Figuras y cuerpos redondos”**, impartido en el **cuarto grado**, se comprobó que el 97% de los escolares reconoce forma geométrica en objetos del entorno y el 95% domina el nombre de los cuerpos geométricos de superficie curva. El 100% puede asociar desarrollos planos a cuerpos geométricos; mientras que solo el 24% de ellos, puede establecer semejanzas y diferencias entre los cuerpos redondos. Esta misma cifra de escolares puede darle solución a situaciones de la cotidianidad, usando las propiedades geométricas del cilindro. Se manifestó como dificultad, generalizada, insuficiencias en la conversión de unidades de longitud.

En este momento del cuasiexperimento, el 33% de los escolares se ubicaba en el nivel I (concreción); el 45% en el nivel II (experimentación) y el resto (22%) en el nivel III (abstracción); tal y como se muestra a continuación.

Tabla 15. Resultados de la tabulación de la primera prueba pedagógica aplicada luego de la implementación de la estrategia.

Grado	Nivel I	Nivel II	Nivel III
Primer grado	7	10	7
Segundo grado	9	8	4
Tercer grado	9	11	3
Cuarto grado	12	17	9
Total	37	46	23

Tras la aplicación de la segunda postprueba, en **segundo grado**, en el contenido ***“Relaciones de posición entre puntos y rectas y entre puntos”***, se comprobó que el 91,66% de los escolares compara los segmentos del rectángulo, a partir de las propiedades de esta figura geométrica. El 95,83% traza segmentos, utilizando la relación de orden; pero solo el 75% determina la cantidad de segmentos en la figura, luego de situar en ella dos puntos. Es curioso advertir cómo el 100% de los escolares determina la figura plana que se observa en los cuerpos geométricos, desde diferentes posiciones. Por otra parte, solo el 8% establece la relación rectángulo-cuadrado, al asociar el nombre de las figuras con sus propiedades; no obstante, puede apreciarse que el resto domina las propiedades del triángulo, rectángulo y el cuadrado.

En **tercer grado**, en los contenidos ***“Relaciones de posición entre puntos y rectas y entre puntos. Trazado de rectas por 1,2 y 3 puntos. Trazado y denotación de triángulos”***, se conoció que el 100% de los escolares traza segmentos y reconoce la cantidad de triángulos que se determinan en una composición, a partir de este trazado, el 80,95%. Por otro lado, determina la

figura plana que se observa en los cuerpos geométricos, desde diferentes posiciones, el 100% de los escolares. La principal dificultad en este grado radica en la relación ortoedro-cubo, pues solo el 28,57% domina las propiedades del cubo y el 76,19% explica la razón por la cual objetos del entorno guardan relación con una forma geométrica.

En los contenidos **“Recta, semirrecta y segmento. La escala”**, en **cuarto grado**, pudo percibirse el 82,60% de los escolares aplica las propiedades de las semirrectas, al reconocerlas en composiciones. Traza y compara segmentos, el 95,65%; reconoce el procedimiento para realizar traslaciones en el geoplano, el 86,95%. Al igual que en los grados anteriores en la relación ortoedro-cubo se encuentra una de las principales dificultades, pues solo el 21,73% domina, de manera total, las propiedades de los cuerpos geométricos. Llega a explicar la razón por la cual objetos del entorno guardan relación con una forma geométrica, el 78,26% de los escolares de este grado.

En **quinto grado**, en el contenido **“Repaso y profundización de las figuras y cuerpos elementales”**, se comprobó que el 78,94% compara distancias, utilizando las unidades de longitud; existen mejores resultados, en este sentido, en relación con la prueba pedagógica anterior. El 100% de los escolares asocia desarrollos planos a cuerpos geométricos y el 84,21% reconoce el procedimiento para realizar traslaciones en el geoplano. El dominio de la relación prisma-ortoedro-cubo constituye uno de los contenidos geométricos en los que se debe seguir profundizando, pues solo el 23,68% domina las propiedades de los cuerpos geométricos. Por último, el 81,57% explica la razón por la cual objetos del entorno guardan relación con una forma geométrica.

Al finalizar el cuasiexperimento el comportamiento por niveles es de esta forma: 27 escolares (25,47%), se encuentran en el nivel I (concreción); 51 (48,11%), en el nivel II (experimentación) y 28 (26,42%) en el nivel III (abstracción), como se muestra en la tabla que sigue.

Tabla 16. Resultados de la tabulación de la segunda prueba pedagógica aplicada luego de la implementación de la estrategia.

Grado	Nivel I	Nivel II	Nivel III
Segundo grado	5	11	8
Tercer grado	6	9	6
Cuarto grado	6	12	5
Quinto grado	10	19	9
Total	27	51	28

3.4. Análisis del desarrollo del cuasiexperimento de series cronológicas

El análisis clásico de las series cronológicas (Cruz Ramírez, y otros 2008) se basa en la suposición de que los valores que toma la variable de observación (dependiente) es consecuencia de cuatro componentes (tendencia secular, variación estacional, variación cíclica y variación irregular), cuya actuación conjunta da como resultado los valores medidos.

Escribano González (2008), citando a Bisquerra (2000), considera que en el análisis de datos de series temporales o cronológicas en investigación educativa no es necesario utilizar la estadística; la representación gráfica es suficiente, pues ella muestra la forma en que se mueve la variable dependiente, en cada una de las mediciones, con la introducción de la independiente.

A partir de este último criterio es que se efectúa el análisis del comportamiento de la variable dependiente, durante la realización del cuasiexperimento de series cronológicas de un solo grupo; aunque se consideró necesario añadir elementos de estadística descriptiva como mediana y moda, e integrarlos en un todo, para determinar la viabilidad de la propuesta.

El cuasiexperimento de series cronológicas de un solo grupo concibió un total de 16 pruebas pedagógicas, cuatro en cada grado: dos como medición inicial (prepruebas), en los meses enero y abril del año 2010; y la misma cifra como medición final (postpruebas), en junio y diciembre, de ese

mismo año. En la comparación que se establece en las pruebas pedagógicas aplicadas antes y después de la implementación de la estrategia didáctica existe una diferencia notable en el comportamiento de los resultados obtenidos por niveles. Estos se reflejan en la tabla siguiente.

Tabla 17. Resumen de la distribución por niveles de los escolares durante el desarrollo del cuasiexperimento, en por ciento (%).

Grado	Primera preprueba			Segunda preprueba			Primera postprueba			Segunda postprueba		
	Nivel I	Nivel II	Nivel III	Nivel I	Nivel II	Nivel III	Nivel I	Nivel II	Nivel III	Nivel I	Nivel II	Nivel III
Primer grado	70,83	29,17	0	45,83	54,17	0	29,16	41,66	29,16	20,83	45,83	33,33
Segundo grado	76,19	23,80	0	57,14	42,85	0	42,85	38,09	19,04	28,57	42,85	28,57
Tercer grado	86,95	13,04	0	86,95	13,04	0	39,13	47,82	13,04	26,08	52,17	21,73
Cuarto grado	89,47	10,52	0	78,94	21,05	0	31,57	44,73	23,68	26,31	50	23,68

En todos los grados del primer ciclo, de esta escuela, en las dos primeras pruebas pedagógicas aplicadas, el comportamiento se encontraba entre los dos primeros niveles de desarrollo de habilidades geométricas propuestos (concreción y experimentación), con un predominio del primer nivel; ninguno de los escolares llegaba al tercero (abstracción).

En las dos últimas pruebas existe mayor cantidad de escolares en el segundo nivel (experimentación), pues la mediana y la moda así lo indican (anexo 19), para cada caso; no obstante, existen algunos de ellos que llegan al tercer nivel (abstracción). Todo lo señalado, anteriormente, se ratifica en los gráficos de secuencia de la serie cronológica que se muestran a continuación.

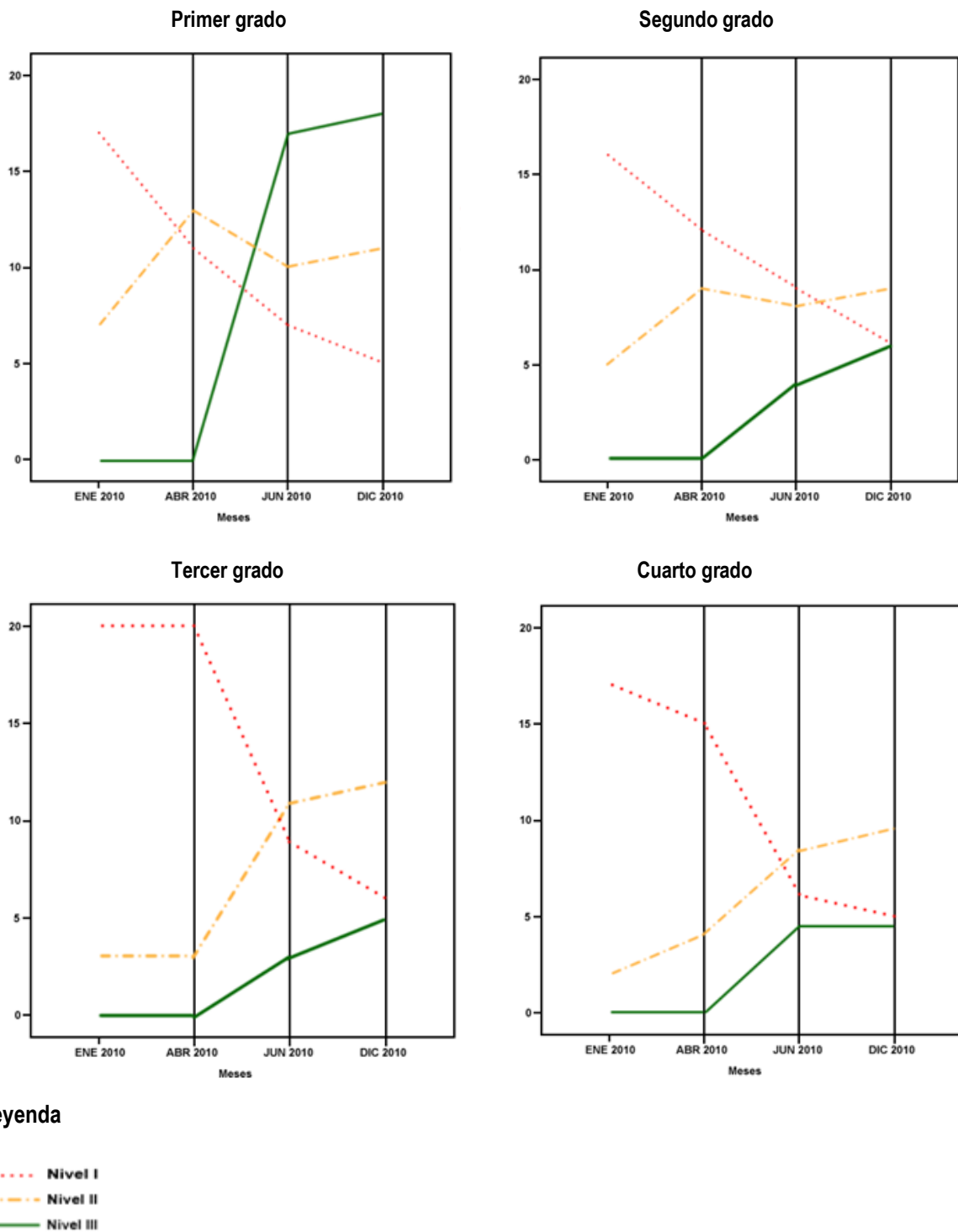


Figura 4. Gráficos de secuencia de la serie cronológica, por grados.

Se culmina el cuasiexperimento de series cronológicas con el análisis de los resultados generales, por grados, en los cursos en que se desarrolló; donde se obtienen, también, evidencias que manifiestan la viabilidad del empleo de la estrategia didáctica para el desarrollo de habilidades geométricas en los escolares.

En el cuasiexperimento los escolares de *primer grado* son los que alcanzan mejores resultados y se hacen más evidentes con la estructuración de los contenidos geométricos, luego de la introducción de la estrategia. Esto demuestra la necesidad de dirigir de manera acertada el proceso de desarrollo de habilidades geométricas, desde los primeros grados.

Los de *tercero* son los que alcanzan los más bajos resultados antes y después de la implementación de la estrategia. Esto se debe a las dificultades que presentan en las condiciones previas para el desarrollo de las habilidades geométricas. A pesar de ello, los resultados comparativos dejan un margen de diferencia considerable con la introducción de la estrategia, al obtenerse en las últimas pruebas un mejor nivel de desarrollo.

Los de *segundo* y *cuarto grado*, aunque algunos alcanzan el tercer nivel, se concentran mayormente entre los niveles I y II al culminar el cuasiexperimento, con mayor cantidad de escolares en el segundo nivel; lo que conlleva a admitir la efectividad de la propuesta, pues resulta necesario que el nivel de desarrollo de los escolares se mueva entre los niveles II y III.

De esta manera, se concluye que, una vez procesado estos resultados, la idea a defender, de la investigación, se corrobora y al aplicar la estrategia didáctica elaborada se contribuye al desarrollo de las habilidades geométricas en los escolares del primer ciclo de la Educación Primaria.

CONCLUSIONES DEL CAPÍTULO

En la evaluación de la estrategia didáctica se tuvieron en cuenta, fundamentalmente, dos elementos: la aplicación del método Delphi y los resultados obtenidos en el procesamiento de los instrumentos del cuasiexperimento de series cronológicas de un solo grupo.

La aplicación del método Delphi propició conocer las potencialidades de los fundamentos teóricos que sustentan la estrategia didáctica para el desarrollo de habilidades geométricas en el primer ciclo de la Educación Primaria, perfeccionarlos y enriquecerlos.

El desarrollo del cuasiexperimento de series cronológicas de un solo grupo permitió corroborar la viabilidad de la estrategia didáctica elaborada; desplegar un proceso de enseñanza-aprendizaje desarrollador y orientar el proceso de desarrollo de habilidades geométricas en los escolares, desde el más bajo nivel hasta el más elevado.

CONCLUSIONES

La realización de esta investigación permite arribar a las siguientes conclusiones:

1. El análisis de las concepciones teórico-metodológicas del proceso de enseñanza-aprendizaje de la geometría en el primer ciclo de la Educación Primaria permitió determinar, principios, acciones, operaciones, niveles e indicadores, como fundamentos teóricos para el desarrollo de habilidades geométricas, en estos grados.
2. La organización del proceso de desarrollo de habilidades geométricas en el primer ciclo, a partir de un conjunto de principios, que toman el carácter contextual de los contenidos geométricos como núcleo, propicia su aplicación en situaciones tanto geométricas como en otros contextos sociales.
3. La propuesta de estructura interna para el desarrollo de las habilidades geométricas (reconocer, trazar y/o construir y argumentar) en el primer ciclo, con sus acciones y operaciones; niveles e indicadores, le permite a los docentes estructurar este proceso, en su conjunto, de manera gradual y diferenciada.
4. La estructura de la estrategia didáctica elaborada, así como los fundamentos teóricos en que se sustenta, favorecen el desarrollo de habilidades geométricas en el primer ciclo de la Educación Primaria; lo cual se demuestra tras su evaluación, a partir de la aplicación del método Delphi y la realización de un cuasiexperimento de series cronológicas de un solo grupo.
5. La implementación de la estrategia didáctica elaborada, sus componentes estructurales y sus consideraciones didácticas, propició la autopreparación de los docentes del primer ciclo de la Educación Primaria, una mejor dirección del proceso de enseñanza-aprendizaje y el aumento del nivel de desarrollo de habilidades geométricas en los escolares.

RECOMENDACIONES

Se recomienda:

1. Analizar la posibilidad de contextualizar la estrategia didáctica para el desarrollo de habilidades geométricas en otras habilidades matemáticas y del currículo.
2. Determinar niveles de desarrollo, así como indicadores para el diagnóstico y evaluación de la habilidad resolver problemas geométricos de cálculo, que se desarrolla en el segundo ciclo de la Educación Primaria.
3. Estructurar metodológicamente el tratamiento de los contenidos geométricos del primer ciclo de la Educación Primaria a partir de la estrategia didáctica planteada.
4. Tener en cuenta, al realizar las transformaciones curriculares de la enseñanza de la geometría en el primer ciclo de la Educación Primaria, los elementos que aparecen en la memoria escrita de la tesis.
5. Hacer extensiva la superación de los docentes del primer ciclo de la Educación Primaria al resto de los docentes de la provincia de Cienfuegos, con el propósito de contribuir a elevar su preparación teórico-metodológica en cuanto a la enseñanza de la geometría y el desarrollo de habilidades.

BIBLIOGRAFÍA

- Addine Fernández, Fátima, y otros. 2007. Didáctica: teoría y práctica. La Habana: Pueblo y Educación, 2007.
- Addine Fernández, Fátima, González Soca, Ana Ma. y Recarey Fernández, Silvia C. 2002. Principios para la dirección del proceso pedagógico. En: Compendio de Pedagogía. La Habana: Pueblo y Educación, 2002.
- Afonso Martín, María Candelaria. 2003. Los niveles de pensamiento geométrico de Van Hiele. Un estudio con profesores en ejercicio. Universidad de La Laguna. Tesis Doctoral. [En línea] 2003. [Citado el: 12 de 4 de 2006.] <ftp://tesis.bbt.ull.es/ccppytec/cp157.pdf>.
- Aguayo, A. M. 1932. Didáctica de la escuela nueva. La Habana: Cultural, S. A., 1932.
- Albarrán Pedroso, Juana, y otros. 2006. Didáctica de la Matemática en la escuela primaria. La Habana: Pueblo y Educación, 2006.
- Albarrán Pedroso, Juana, y otros. 2009. Experiencias para estimular el proceso de enseñanza y aprendizaje de la Matemática en la escuela primaria. Curso 45 Pedagogía 2009. La Habana: Educación Cubana, 2009.
- Alemán De Sánchez, Ángela. 2002. La enseñanza de la Matemática asistida por computadoras. [En línea] 2002. [Citado el: 12 de junio de 2004.] <http://www.utp.ac.pa/articulos/ensenarmatematica.html>.
- Alsina Catalá, Claudi. 2000. Las musas matemáticas: Hacia una enseñanza creativa. [En línea] 2000. [Citado el: 12 de enero de 2008.] http://www.upc.edu/ea-mi/personal/claudi/documents/musas_matematicas.pdf.
- Alsina, Claudi. 2001. Geometría y realidad. [En línea] 2001. [Citado el: 12 de marzo de 2008.] http://www.upc.edu/ea-smi/personal/claudi/documents/geometria_realidad.pdf.
- Alsina Catalá, Claudi, Burgués Flamarich, Carme y Fortuny Aymemí, Josep Maria. 1989. Invitación a la didáctica de la geometría. Madrid: Síntesis, S.A., 1989.
- . 1991. Materiales para construir la geometría. Madrid: Síntesis, S.A, 1991.
- Álvarez de Zayas, Carlos M. 1989. Fundamentos teóricos de la dirección del proceso docente educativo en la Educación Superior cubana. La Habana: MES, 1989.
- . 1996. Hacia una escuela de excelencia. La Habana: Academia, 1996.
- . 1999. La escuela en la vida. La Habana: Pueblo y Educación, 1999.
- Amos Comenio, Juan. 1983. Didáctica magna. La Habana: Pueblo y Educación, 1983.
- Aparecido Parpineli, Adavilso. 2001. Dificuldades do ensino-aprendizagem da geometria nas séries iniciais das escolas públicas de Tangará da Serra. Universidad Central de Las Villas. Santa Clara: s.n., 2001. pág. 124, Tesis de Maestría.

- Arrieta, Josetxu. 1993. ¿Qué fue de la matemática moderna? Revista Signos. ene-jun de 1993, págs. 8-9.
- Arias Beatón, Guillermo. 1999. Educación, desarrollo, evaluación y diagnóstico desde el enfoque histórico cultural. Facultad de Psicología Universidad de La Habana. La Habana: s.n., 1999. pág. 213.
- Arnau Gras, Jaume. 2001. Diseño de series temporales: Técnicas de análisis. Barcelona: Universitat de Barcelona, 2001.
- Artiagoitia Alti, Maite. 2005. Libro de trabajo de geometría. Matemática 1. Santiago de Chile: Facultad de Matemáticas. Pontificia Universidad Católica de Chile, 2005.
- Baranov, Serguei Petrovich. 1980. Didáctica de la escuela primaria. La Habana: Libros para la educación, 1980.
- Baranov, S.P., Bolotina, L.R. y Slastioni, V.A. 1989. Pedagogía. La Habana: Pueblo y Educación, 1989.
- Barcia Martínez, Robert. 2000. La preparación geométrica de los licenciados en Educación Primaria. Universidad "Carlos Rafael Rodríguez", Cienfuegos. Cienfuegos: s.n., 2000. pág. 158, Tesis Doctoral.
- . 2002. Geometría para maestros primarios. I parte. La Habana: Pueblo y Educación, 2002.
- Ballester Pedroso, Sergio. 2009. Raíces didácticas de la Matemática en Cuba. Varona: Revista Electronica de la UCP Enrique José Varona. N° 48-49.
- Ballester Pedroso, Sergio, y otros. 2001. Metodología de la enseñanza de la Matemática I. La Habana: Pueblo y Educación, 2001.
- . 2002. Metodología de la enseñanza de la Matemática II. La Habana: Pueblo y Educación, 2002.
- Bernabeus Plous, Matilde, y otros. 2005. Matemática. Cuaderno complementario Tercer Grado. La Habana: Pueblo y Educación, 2005.
- . 2005. Orientaciones metodológicas para instrumentar los ajustes curriculares en la Educación
- Bitzke, Herbert, Sieber, Joachim y Wolf, Artur. 1975. Matemática 2. La Habana: Pueblo y Educación, 1975.
- Bravo, María de Lourdes. 2002. Una estrategia didáctica para la enseñanza de las demostraciones geométrica. Universidad de Oviedo. Oviedo: s.n., 2002. pág. 355, Tesis Doctoral.
- Bravo Jáuregui, Luis y Chacón, Carmen Elena. 2008. Diccionario Latinoamericano de Educación. Caracas: Facultad de Humanidades y Educación. Universidad Central de Venezuela, 2008.
- Bressan, Ana María, Bogisic, Beatriz y Crego, Karina. 2000. Razones para enseñar geometría en la educación básica. Mirar, construir, decir y pensar. Buenos Aires: Novedades Educativas, 2000.
- Brihuega Nieto, Javier. 2006. Espacio y forma. Materiales para el aula. [En línea] 2006. [Citado el: 12 de enero de 2008.] <http://www.galega.org/emdg/web/Espacio%20y%20forma.doc>.

- Brito Fernández, Héctor y González Maura, Viviana. 1987. *Psicología general para los Institutos Superiores Pedagógicos. Primera parte*. La Habana: Pueblo y Educación, 1987.
- Brito Fernández, Héctor, y otros. 1987. *Psicología general para los Intitutos Superiores Pedagógicos. Segunda parte*. La Habana: Pueblo y Educación, 1987.
- Brito Fernández, Héctor, y otros. 1987. *Psicología general para los Intitutos Superiores Pedagógicos. Tercera parte*. La Habana: Pueblo y Educación, 1987.
- Bronzina, Liliana, Chemello, Graciela y Agrasar, Mónica. 2009. *Segundo Estudio Regional Comparativo y Explicativo. Aportes para la enseñanza de la Matemática*. Santiago de Chile: Salesianos Impresores S.A, 2009.
- Bruño, G. M. 1911. *Aritmética. Curso elemental*. Barcelona: Bruño, 1911.
- Burger, William F. y Shaughnessy, J. Michael. 1986. Characterizing the Van Hiele levels of development in geometry. *Journal for Research in Mathematics Education* 17.1, pp. 3-48. [En línea] 1986. [Citado el: 18 de diciembre de 2007.] <http://www.math.byu.edu/~peterson/B&S%20Van%20Hiele.pdf>.
- Cabrera Bon, Maribel. 2001. Propuesta de actividades para desarrollar habilidades geométricas en los escolares de primer grado, Cienfuegos, 2001. Cienfuegos: Instituto Superior Pedagógico "Conrado Benítez García", 2001. pág. 57, Trabajo de Diploma.
- Cajaraville Pegito, José A. 1989. *Ordenador y Educación Matemática. Algunas modalidades de su uso*. Madrid: Síntesis, 1989.
- Calero Vinelo, Arístides. 1987. *Estadística II*. La Habana: Pueblo y Educación, 1987.
- Calvo Penadés, Xelo, y otros. 2002. *La geometría: de las ideas del espacio al espacio de las ideas en el aula*. Barcelona: Grao, 2002.
- Canals Tolosa, María Antonia. 1997. La geometría en las primeras edades escolares. *Revista Suma*. n° 25/ junio de 1997, págs. 31-34.
- Cansado, Enrique. 1970. *Curso de Estadística General*. La Habana: Instituto cubano del libro, 1970.
- Castellanos Simons, Doris, y otros. 2002. *Aprender y enseñar en la escuela. Una concepción desarrolladora*. La Habana: Pueblo y Educación, 2002.
- Castillo, Sandra, Arrieta, Ligia y Rodríguez, María Elena. 2006. Epistemología y método en Educación Matemática. *Copérnico: Revista Arbitrada Interdisciplinaria*. N° 4/enero-junio de 2006, págs. 51-58.
- Castro Ruz, Fidel. 1981. Discurso pronunciado por Fidel Castro Ruz, presidente de la República de Cuba, en el acto de graduación de 10 658 egresados del Destacamento Pedagógico Universitario "Manuel Ascunce Domenech", en el polígono de ciudad libertad. "Año del XX aniversario de Girón". [En línea] 7 de julio de 1981. [Citado el: 31 de enero de 2008.] <http://www.cuba.cu/gobierno/discursos/1981/esp/f070781e.html>.

-
- . 1992. La historia me absolverá: Edición anotada. La Habana: Oficina de Publicaciones del Consejo de Estado, 1992.
- Cerezal Mezquita, Julio y Fiallo Rodríguez, Jorge. 2004. ¿Cómo investigar en pedagogía? La Habana: Pueblo y Educación, 2004.
- Chamoso Sánchez, José Ma. 2004. Algunos materiales que pueden ser punto de partida para investigar en el aprendizaje de la geometría en Educación Matemática. [En línea] 2004. [Citado el: 12 de abril de 2006.] <http://www.uv.es/Angel.Gutierrez/apregeom/aprgeorefer.html>.
- Chávez Rodríguez, Justo A. y Díaz Pendás, Horacio. 1988. Cómo enseñar a confeccionar esquemas lógicos. La Habana: Pueblo y Educación, 1988.
- Chevallard, Yves. 2005. La transposición didáctica. Del saber sabio al saber enseñado. Buenos Aires: Aique Grupo Editor, SA, 2005.
- Colombia. Ministerio de Educación Nacional. 1998. Matemática. Lineamientos curriculares: áreas obligatorias y fundamentales. Santafé de Bogotá: Magisterio, 1998.
- Collete, Jean-Paul. 1991. Historia de las matemáticas II. México, D. F: Siglo XXI Editores, S. A, 1991.
- Crespo Borges, Tomás. 2006. Respuesta a 16 preguntas sobre el empleo del criterio de expertos en la investigación educativa. Documento de Microsoft Word. Santa Clara: s.n., 2006. pág. 120.
- . 2006. Respuesta a 16 preguntas sobre el empleo del criterio de expertos en la investigación educativa. Hoja de cálculo del tabulador electrónico Microsoft Office Excel 2003. Santa Clara: s.n., 2006.
- Crespo Borges, Tomás y Aguilascho Montoya, Diego. 2005. El empleo del Excel para el procesamiento de criterios de expertos utilizando el método Delphy. [En línea] 2005. [Citado el: 12 de abril de 2008.] <http://www.nc.mictlansoft.com/pdfnuevos/Procesamiento%20mediante%20libros%20de%20excel%20de%20Criterio%20de%20Experto.pdf>.
- Cruz Ramírez, Miguel. 2006. La enseñanza de la Matemática a través de la resolución de problemas. Tomo 1. La Habana: Educación Cubana, 2006.
- . 2009. El método Delphi en las investigaciones educacionales. La Habana: Academia, 2009.
- Cruz Ramírez, Miguel y Campano Peña, Antonio Enrique. 2008. El procesamiento de la información en las investigaciones educacionales. La Habana: Educación Cubana, 2008.
- Cuba. Ministerio de Educación. 1993. Nuevas transformaciones a los programas de Matemática de la escuela primaria (Vigente a partir del curso: 1993-1994). La Habana: Material mimeografiado, 1993.
- . 2001. Programa: Matemática: Primer Grado. La Habana: Pueblo y Educación, 2001.
- . 2001. Programa: Matemática: Segundo Grado. La Habana: Pueblo y Educación, 2001.
- . 2001. Programa: Matemática: Tercer Grado. La Habana: Pueblo y Educación, 2001.

- . 2001. Programa: Matemática: Cuarto Grado. La Habana: Pueblo y Educación, 2001.
- . 2007. Programa Matemática Educación Primaria. La Habana: Pueblo y Educación, 2007.
- . 2005. Informe del Operativo Provincial. Septiembre de 2005. Grupo Provincial de la Evaluación de la Calidad de la Educación de Cienfuegos. Cienfuegos (documento digitalizado), 2005.
- . 2006. Informe del Operativo Provincial. Noviembre de 2006. Grupo Provincial de la Evaluación de la Calidad de la Educación de Cienfuegos. Cienfuegos (documento digitalizado), 2006.
- Danilov, M. A. y Skatkin, M. N. 1981. Didáctica de la Escuela Media. La Habana: Pueblo y Educación, 1981.
- D'Ambrosio, U. 2005. La integración de la matemática con las ciencias. *Matematicalia: Revista digital de divulgación matemática*. Vol. 1, nº 1. [En línea] Sociedad Matemática Española, abril de 2005. [Citado el: 31 de enero de 2011.] http://www.matematicalia.net/index.php?option=com_content&task=view&id=27&Itemid=27
- De Armas Ramírez, Nerely, y otros. 2009. Los resultados científicos como aportes de la investigación educativa. Santa Clara: Universidad de Ciencias Pedagógicas: "Félix Varela", 2009.
- De Guzmán, Miguel. 1993. Tendencias innovadoras en Educación Matemática. Organización de Estados para la Educación y la Cultura. Madrid: Popular, 1993.
- De Villiers, Michael. 1996. Algunos desarrollos en la enseñanza de la geometría dinámica 3. [En línea] 1996. [Citado el: 18 de diciembre de 2007.] <http://mysite.mweb.co.za/residents/profmd/futured.pdf>.
- Díaz Godino, Juan. 2010. Perspectiva de la didáctica de las matemáticas como disciplina tecnocientífica. Departamento de Didáctica de la Matemática. Universidad de Granada. [En línea] 9 de 2010. [Citado el: 14 de 5 de 2011.] <http://www.ugr.es/local/jgodino>.
- Díaz Godino, Juan, y otros. 1991. Didáctica de la Matemática. Madrid: Síntesis, 1991.
- Díaz Godino, Juan, Batanero, Carmen y Font, Vicenç. 2004. Didáctica de las matemáticas para maestros. Granada: GAMI, S. L. Fotocopias, 2004.
- Díaz Godino, Juan y Ruíz, Francisco. 2002. Geometría y su didáctica para maestros. Granada: ReproDigital. C/ Baza, 6, 2002.
- Díaz Godino, Juan y Linares, S. 2006. El interaccionismo simbólico en Educación Matemática. *Revista Educación Matemática*, Vol. 12, nº 1, págs. 70-92, 2000. [En línea] 4 de mayo de 2006. [Citado el: 10 de octubre de 2007.] http://www.ugr.es/~jgodino/fundamentos-teoricos/Godino_Llinares_Interaccionismo.pdf.
- Díaz Godino, J y Batanero, C. 2009. Formación de profesores de matemáticas basada en la reflexión guiada sobre la práctica. Departamento de Didáctica de la Matemática. Universidad de Granada. [En línea] 2009. [Citado el: 12 de 2 de 2011.] <http://www.ugr.es/local/jgodino>.
- Engels, Federico. 1975. Anti Duhring. La Habana: Pueblo y Educación, 1975.
- . 2002. Dialéctica de la naturaleza. La Habana: Pueblo y Educación, 2002.

- Escalona, Dulce María. 1999. La enseñanza de la geometría demostrativa. *Revista Educación*. nº 97/may-dic de 1999, págs. 41-47.
- Escribano González, Alicia. 2008. Programa de intervención didáctica para la mejora del aprendizaje de matemáticas y lenguas extranjeras en educación secundaria. [En línea] 2008. [Citado el: 19 de noviembre de 2010.] <http://www.uclm.es/varios/revistas/.../pdf/.../ALICIAESCRIBANO.doc>.
- España. Ministerio de Educación y Ciencia. 1992. Área de Matemática. Madrid: Secretaría de Estado y Educación, 1992.
- Espinosa, M. G, y otros. 2001. Enciclopedia escolar Caracol. Madrid: Ediciones Santillana, 2001.
- Fariñas León, Gloria. 1999. Acerca del concepto de vivencia en el enfoque histórico-cultural. *Revista Cubana de Psicología*. Vol. 16, nº 3.
- Fernández González, Ana María, y otros. 2002. Comunicación educativa. La Habana: Pueblo y Educación, 2002.
- Ferreiro Gravié, R, y otros. 1982. Anatomía y fisiología del desarrollo e higiene I. La Habana: Pueblo y Educación, 1982.
- . 1988. Higiene de los niños y adolescentes. La Habana: Pueblo y Educación, 1988.
- Font, Vicenc. 2003. Matemáticas y cosas. Una mirada desde la Educación Matemática. [En línea] 2003. [Citado el: 20 de abril de 2007.] <http://www.emis.de/journals/BAMV/conten/vol10/vfont.pdf>.
- Frehudental, Hans. 1967. Las matemáticas en la vida cotidiana. Madrid: Ediciones Guadarrama, 1967.
- Galindo, Claudia. 1996. Desarrollo de habilidades básicas para la comprensión de la geometría. *Revista EMA*. Nº 1/nov de 1996, págs. 49-58.
- Galperin, P. Ya. 1987. Sobre la investigación del desarrollo intelectual del niño. En: *La psicología evolutiva y pedagógica en la URSS (antología)*. Moscú: Progreso, 1987.
- García Batista, Gilberto, y otros. 2002. Compendio de pedagogía. La Habana: Pueblo y Educación, 2002.
- García Cruz, Juan Antonio. 2009. La Didáctica de las Matemáticas: una visión general. [En línea] 2009. [Citado el: 12 de febrero de 2010.] <http://www.gobiernodecanarias.org/educacion/rtee/didmat.htm>.
- García Fernández, Ycila. 1999. Análisis del contenido del texto escolar de Matemática según las exigencias educativas del nuevo milenio. [En línea] 1999. [Citado el: 15 de diciembre de 2007.] <http://www.monografias.com>.
- Geissler, Erika, Sieber, Joachim y Wolf, Artur. 1970. Matemática 3. La Habana: Pueblo y Educación, 1970.

- Geissler, OStR E, y otros. 1977. Metodología de la enseñanza de la Matemática 1 a 4. grado Primera parte. La Habana: Pueblo y Educación, 1977.
- . 1978. Metodología de la enseñanza de la Matemática 1 a 4. grado Tercera parte. La Habana: Pueblo y Educación, 1978.
- . 1979. Metodología de la enseñanza de la Matemática 1 a 4. grado Segunda parte. La Habana: Pueblo y Educación, 1979.
- Giorgion, Rogério. 2010. Habilidades matemáticas presentes em alunos do ensino medio participantes em feiras de ciências. Pontifícia Universidade Católica. Mestrado em Educação Matemática. [En línea] 2010. [Citado el: 10 de febrero de 2011.] <http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/122-4.pdf>.
- Gómez Vázquez, Manuela, Muñoz Gómez, Juan Álvaro y García de las Heras García, Luis E. 1987. Azimut Matemáticas 4 EGB. Madrid: Anaya, 1987.
- González Castro, Vicente. 1990. Diccionario cubano de medios de enseñanza y términos afines. La Habana: Pueblo y Educación, 1990.
- . 1986. Teoría y práctica de los medios de enseñanza. La Habana: Pueblo y Educación, 1986.
- González Concepción, Jorge F. 1996. El rol de la geometría en al formación del profesor. Santa Clara: ISP, Villa Clara, 1996. pág. 152, Tesis de Maestría.
- González Galán, Dolores, González Galán, Ana y Pérez Morales, Germán. 2007. Estadística e introducción a la econometría. Análisis de series temporales. Huelva: Universidad de Huelva, 2007.
- González Maura, Viviana, y otros. 2001. Psicología para educadores. La Habana: Pueblo y Educación, 2001.
- González Quiza, Edna y Guillén Soler, Gregoria. 2009. La enseñaza de la geometría en la Educación Primaria. De la enseñanza/aprendizaje de la geometría en la formación de profesores de Primaria a la enseñanza de esta materia en el aula: Estudio de casos. [En línea] 2009. [Citado el: 4 de febrero de 2010.] <http://www.uv.es/Angel.Gutierrez/aprenggeom/aprgeorefer.html>.
- Grijalbo, S.A. 1998. Diccionario Enciclopédico. Barcelona: Grijalbo, 1998.
- . 1998. Enciclopedia Autodidáctica Interactiva Océano III. Barcelona: Grijalbo, 1998.
- Guillén, Gregoria, Figueras, Olimpia y Corberán, Rosa María. 2004. Algunos resultados sobre la enseñanza de la geometría en primaria. Un estudio exploratorio. Memorias del XVI Simposio Iberoamericano de enseñanza matemática "Matemáticas para el Siglo XXI". [En línea] 2004. [Citado el: 3 de marzo de 2005.] <http://www.iberomat.uji.es/carpeta/com.htm>.
- Gutiérrez Rodríguez, Ángel. 1991. Procesos y habilidades en visualización espacial: geometría. Memorias del Tercer Simposio Internacional sobre Investigación en Educación Matemática. [En línea] 1991. [Citado el: 12 de marzo de 2005.] <http://www.uv.es/Angel.Gutierrez/aprenggeom/aprgeorefer.html>.

- Guiérrez Rodríguez, Ángel y Jaime Pastor, Adela. 1996. Uso de definiciones e imágenes de conceptos geométricos por los estudiantes de magisterio: El proceso de llegar a ser un profesor de primaria. Cuestiones desde la Educación Matemática. [En línea] 1996. [Citado el: 22 de enero de 2007.] <http://www.uv.es/Angel.Gutierrez/textos.html>.
- Gutiérrez, Ángel, Jaime, Adela y Fortuny, José M. 1991. An alternative paradigm to evaluate the acquisition of the Van Hiele Levels. *Journal for Research in Mathematics Education*, Vol.22, No. 3, 237- 251. [En línea] 1991. [Citado el: 1 de noviembre de 2007.] <http://www.uv.es/Angel.Gutierrez/textos.html>.
- Gutiérrez, J. J, y otros. 2006. Enciclopedia Girasol 1. Caracas: Girasol, 2006.
- . 2005. Enciclopedia Girasol 3. Caracas: Girasol, 2005.
- Hernández León, Rolando Alfredo y Coello González, Sayda. 2002. El paradigma cuantitativo de la investigación científica. La Habana: Editorial Universitaria (Universidad de las Ciencias Informáticas), 2002.
- Hernández Sampieri, Roberto. 2003. Metodología de la investigación I. La Habana: Félix Varela, 2003.
- . 2004. Metodología de la investigación II. La Habana: Félix Varela, 2004.
- Hernández Sampieri, Roberto, Fernández-Collado, Carlos y Baptista Lucio, Pilar. 2006. Metodología de la investigación. México. D.F: Mc Graw-Hill/ Interamericana editores S.A., 2006.
- International Organization for Standardization. 2007. Manual para la redacción de citas bibliográficas. Según norma ISO 690 y 690-2. [En línea] 2007. [Citado el: 2 de marzo de 2010.] <http://www.intec.edu.do/biblioteca/pdf/ISO/ISO690-ISO-690-2.pdf>.
- IPLAC. 1997. Modelo pedagógico para la formación de habilidades, hábitos y capacidades. La Habana: IPLAC, 1997.
- Italia. Ministero della Pubblica Istruzione. 1996. L'insegnamento della geometría: Seminario di formazione per Docenti. Roma: Unione Matematica Italiana, 1996.
- Jaime Pastor, Adela. 1993. Aportaciones a la interpretación y aplicación del modelo de Van Hiele: La enseñanza de las isometrías del plano. La evaluación del nivel de razonamiento. Universidad de Valencia. Tesis Doctoral. [En línea] 1993. [Citado el: 20 de abril de 2005.] <http://www.uv.es/Angel.Gutierrez/apregeom/apregeorefer.html>.
- Jaime Pastor, Adela y Gutiérrez Rodríguez, Ángel. 1990. Una propuesta de fundamentación para la enseñanza de la geometría: El modelo de Van Hiele. [En línea] 1990. [Citado el: 3 de agosto de 2006.] <http://www.uv.es/Angel.Gutierrez/apregeom/apregeorefer.html>.
- . 1996. El grupo de las isometrías del plano. Madrid: Síntesis, 1996.
- Jungk, Werner. 1979. Conferencias sobre metodología de la enseñanza de la Matemática 1. La Habana: Pueblo y Educación, 1979.

-
- . 1981. Conferencias sobre metodología de la enseñanza de la Matemática 2. La Habana: Pueblo y Educación, 1981.
- . 1982. Conferencias sobre metodología de la enseñanza de la Matemática 3. La Habana: Pueblo y Educación, 1982.
- Junquera Muné, José. 1961. Didáctica del cálculo. Barcelona: Labor, 1961.
- Keitel, Christine. 2000. Manifiesto 2000 para el Año de las Matemáticas 50 años de CIEAEM. [En línea] 2000. [Citado el: 23 de marzo de 2007.] <http://www.upc.es/info/cieaem54/cieaem-cas/cieaem-manifest2000-e.pdf>.
- Klinberg, Lothar. 1972. Introducción a la didáctica general. La Habana: Pueblo y Educación, 1972.
- Konstantinov, F., y otros. 1980. Fundamentos de filosofía marxista-leninista. Primera parte. La Habana: Ciencias Sociales, 1980.
- Labarrere Reyes, Guillermina y Valdivia Pairol, Gladys. 1988. Pedagogía . La Habana: Pueblo y Educación, 1988.
- Lanuez Bayolo, Miguel del C, Martínez Llantada, Marta y Pérez Fernández, Vicenta. 2008. La investigación educativa en el aula. La Habana: Pueblo y Educación, 2008.
- Lenin, Vladimir. I. 1964. Obras completas. La Habana: Editora Política, 1964. Vol. 29.
- León González, Jorge L. 2003. La habilidad de reconocimiento de figuras geométricas en los escolares de cuarto grado. Cienfuegos: Instituto Superior Pedagógico: "Conrado Benítez García", 2003. pág. 57, Trabajo de Diploma.
- . 2008. Propuesta didáctica para el desarrollo de habilidades geométricas en el primer ciclo de la Educación Primaria. Cienfuegos: Instituto Superior Pedagógico: "Conrado Benítez García", 2008. pág. 80, Tesis Maestría.
- . 2011. La habilidad de resolución de problemas geométricos de cálculo en el segundo ciclo de la Educación Primaria. Clasificación de problemas para su tratamiento metodológico. Órbita científica: Revista electrónica de la UCP Enrique José Varona de La Habana. Vol. 17, nº 61.
- . 2011. Principios para el desarrollo de habilidades geométricas en la Educación Primaria. Órbita científica: Revista electrónica de la UCP Enrique José Varona de La Habana. Vol. 17, nº 63.
- León González, Jorge Luis y Barcia Martínez, Robert. 2006. La habilidad de reconocimiento geométrico de figuras compuestas en los escolares primarios. Conrado: Revista electrónica de la UCP Conrado Benítez García de Cienfuegos. Vol. 2, nº 6.
- . 2010. Propuesta para la elaboración y utilización del tangram y el geoplano en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la geometría de la Educación Primaria. Conrado: Revista electrónica de la UCP Conrado Benítez García de Cienfuegos. Vol. 6, nº 25.

- León Roldán, Teresa. 2005. Folleto de Matemática Tercer grado. Grupo de Evaluación de la Calidad de la Educación. Ministerio de Educación. Instituto Central de Ciencias Pedagógicas (documento digitalizado), 2005.
- . 2007. Concepción didáctica para la enseñanza y el aprendizaje de la geometría con un enfoque dinámico en la Educación Primaria. Instituto Central de Ciencias Pedagógicas. La Habana: s.n., 2007. pág. 206, Tesis Doctoral.
- Leontiev, A.N. 1981. Actividad, conciencia y personalidad. La Habana: Pueblo y Educación, 1981.
- López Pérez, Abel y Prado Pérez, Miladys. 1998. Tratamiento de los polígonos en las escuelas primarias del municipio de Abreus. Cienfuegos: Universidad "Carlos Rafael Rodríguez", 1998. pág. 63h, Trabajo de Diploma.
- López Pineda, Andrea y Ursini, Sonia. 2007. Investigación en Educación Matemática y sus fundamentos filosóficos. Revista Educación Matemática Vol. 19, nº 3/diciembre de 2007, págs. 91-113.
- Malara, Nicolina A y Gherpelli, Loredana. 1995. El planteamiento de problemas y el razonamiento hipotético en geometría. Didáctica de las matemáticas. Juliol, Agost, Setembre de 1995, págs. 57-74.
- Majmutov, M. I. 1983. La enseñanza problémica. La Habana: Pueblo y Educación, 1983.
- Marquès Graells 2002. Metodología para la elaboración de software educativo. [En línea] 2002. [Citado el: 16 de abril de 2007.] <http://dewey.uab.es/pmarques/disoft.htm> .
- Martínez Casanova, Lourdes María. 2010. Las definiciones conceptuales en la investigación pedagógica. Documento de Microsoft Word. Cienfuegos: Universidad de Ciencias Pedagógicas Conrado Benítez García, 2010. pág. 15.
- Martínez Recio, A y Juan Rivaya, Francisco. 1989. Una metodología activa y lúdica para la enseñanza de la geometría. Madrid: Síntesis S. A, 1989.
- Martínez San Pedro, África. 1999. La geometría del movimiento. Santo Domingo: Centro Cultural Poveda, 1999.
- Maymon Erez, Michal y Yerushalmy, Michal. 2007. If you can turn a rectangle to a square then you can turn a square to a rectangle. [En línea] 2007. [Citado el: 28 de agosto de 2008.] http://www.edu.haifa.ac.il/personal/michalyr/publications_articles.html.
- Microsoft Corporation, 2008. Enciclopedia Encarta 2008 © 1993-2007.
- MINED. 1980. Seminario nacional a dirigentes, metodólogos e inspectores de las direcciones provinciales y municipales de educación. La Habana: Pueblo y Educación, 1980.
- Miyares, Arturo y Escalona, José M. 1964. Matemática. Segundo Curso. Geometría. La Habana: Ministerio de Educación, 1964.
- Muñoz, Francisco. 1987. Azimut Matemáticas 5 E.G.B. Madrid: Anaya, 1987.

- NCTM. 2000. Principios para matemáticas escolares. Consejo Estadounidense de Profesores de Matemáticas . [En línea] 2000. [Citado el: 12 de abril de 2007.] <http://www.eduteka.org/PrincipiosMath.php>.
- Nocedo de León, Irma, y otros. 2002. Metodología de la investigación educacional Segunda parte. La Habana: Pueblo y Educación, 2002.
- Ortiz Ocaña, Alexander L. 2006. Diccionario pedagógico, didáctico y metodológico. Hacia una pedagogía integradora y científica. Barranquilla: CEPEDID, 2006.
- Panizza, Mabel. 2003. Conceptos básicos de la teoría de las situaciones didácticas. [En línea] 2003. [Citado el: 2 de mayo de 2010.] <http://www.librospdf.net/panizza-mabell-/1/>.
- PCC. 1987. Programa del Partido Comunista de Cuba. La Habana: Política, 1987.
- . 1976. Tesis y Resoluciones. Congreso del Partido Comunista de Cuba 1. La Habana, 1975. La Habana: DOR, 1976.
- Pepió Viñals, Montserrat. 2002. Series temporales. Barcelona: Universitat Politècnica de Catalunya, 2002.
- Pérez Rodríguez, Gastón, y otros. 2002. Metodología de la investigación educacional Primera parte. La Habana: Pueblo y Educación, 2002.
- Petrovski, A. V. 1986. Psicología General. La Habana: Libros para la Educación, 1986.
- Piaget, J, y otros. 1968. La enseñanza de las matemáticas. Madrid: Ediciones Aguilar, S. A, 1968.
- Pogorélov, A. V. 1974. Geometría elemental. Moscú: Mir, 1974.
- Ponce, Héctor. 2003. Enseñar geometría en el primer y segundo ciclo. Diálogo para la capacitación. Buenos Aires: Secretaría de Educación, 2003.
- Ponce Solozábal, José R. 1988. El sistema psíquico del hombre. La Habana: Científico-Técnica, 1988.
- Proenza Garrido, Yolanda. 2002. Modelo didáctico para el aprendizaje de los conceptos y procedimientos geométricos en la escuela primaria. Holguín: ISP José de la Luz y Caballero, 2002. pág. 100, Tesis Doctoral.
- Puig Unzueta, Silvia. 2003. Una aproximación a los niveles de desempeño cognitivo en los alumnos. La Habana: Instituto Central de Ciencias Pedagógicas (documento digitalizado), 2003.
- Ramos, A, y otros. 1983. Matemática 6 E.G.B. Madrid: Ediciones Santillana, 1983.
- República de Cuba. 1998. Constitución de la República de Cuba. La Habana: Pueblo y Educación, 1998.
- República de Panamá. Ministerio de Educación. 2006. Programa de Matemática: Primer grado. Ciudad de Panamá: Dirección Nacional de Currículo y Tecnología Educativa, 2006.

-
- . 2006. Programa de Matemática: Segundo grado. Ciudad de Panamá: Dirección Nacional de Currículo y Tecnología Educativa, 2006.
- . 2006. Programa de Matemática: Tercer grado. Ciudad de Panamá: Dirección Nacional de Currículo y Tecnología Educativa, 2006.
- . 2006. Programa de Matemática: Cuarto grado. Ciudad de Panamá: Dirección Nacional de Currículo y Tecnología Educativa, 2006.
- Ríbnikov, K. 1991. Historia de las matemáticas. Moscú: Mir, 1991.
- Rico, Luis. 1995. Consideraciones sobre el currículo escolar de matemáticas. Revista EMA. Vol. 1, págs. 4-24.
- Rico Montero, Pilar, Santos Palma, Edith Miriam y Martín-Viaña Cuervo, Virginia. 2008. Exigencias del modelo de escuela primaria para la dirección por el maestro de los procesos de educación, enseñanza y aprendizaje. La Habana: Pueblo y Educación, 2008.
- Rizo Cabrera, Celia. 1987. Estructuración del curso de geometría de cuarto a sexto grados basados en las transformaciones y la congruencia. La Habana: Instituto Central de Ciencias Pedagógicas, 1987. pág. 384, Tesis Doctoral.
- Rizo Cabrera, Celia, y otros. 1997. Matemática 4. La Habana: Pueblo y Educación, 1997.
- . 2001. Orientaciones metodológicas: Cuarto Grado II. La Habana: Pueblo y Educación, 2001.
- Roa Fuentes, Dora Solange. 2005. Didáctica de la geometría. Explorando y descubriendo. Montevideo: Universidad Autónoma de Bucaramanga, 2005.
- Romero, F, y otros. 1988. Matemática 4 E.G.B. Madrid: Ediciones Santillana, 1988.
- Rosental, M y Ludin, M. 1981. Diccionario filosófico. La Habana: Instituto Cubano del Libro, 1981.
- Rubinstein, S. L. 1979. El ser y la conciencia. La Habana: Pueblo y Educación, 1979.
- Ruiz, Ángel. 2003. El desafío de las matemáticas. [En línea] 2003. [Citado el: 4 de febrero de 2007.] <http://www.una.ac.cr/mate/publicac/angel1>.
- Ruiz de Ugarrio, Gloria. 1965. Cómo enseñar la Aritmética en la escuela primaria. La Habana: Pedagógica, 1965.
- Ruiz Espín, L, y otros. 2000. Metodología de la Educación Plástica en la edad infantil. La Habana: Pueblo y Educación, 2000.
- Sabina Fuentes, Mayra. 1996. Necesidades de Superación de los maestros en el tratamiento de la geometría en el primer ciclo. Cienfuegos: Universidad "Carlos Rafael Rodríguez, 1996. pág. 74h, Trabajo de Diploma.

- Sadovsky, Patricia. 2005. La teoría de las situaciones didácticas: un marco para pensar y actuar la enseñanza de la Matemática. [En línea] 2005. [Citado el: 23 de mayo de 2009.] <http://www.fahce.unlp.edu.ar/.../didcticaespecificaiyprcticasdocentesenmatemtica>.
- Saez, Marc, y otros. 1999. Métodos de series temporales en los estudios epidemiológicos sobre contaminación atmosférica. *Revista Española de Salud Pública*. Vol.73, nº 2/marzo-abril de 1999.
- Salazar, Jorge A. 2000. Geometría: Glosario virtual, construcciones y prácticas de laboratorio: Primera y segunda etapa de la Educación Básica. Caracas: Litobric, 2000.
- Savin, N. V. 1972. *Pedagogía*. La Habana: Pueblo y Educación, 1972.
- Segura Suárez, María Elena, y otros. 2005. *Teorías psicológicas y su influencia en la educación*. La Habana: Pueblo y Educación, 2005.
- Sierpinska, A. y Lerman, S. 1996. Epistemologies of mathematics and of mathematics education. [En línea] 1996. [Citado el: 13 de 2 de 2009.] http://servidor-opus.tach.ula.ve/...o/.../Sierpinska_Lerman_Epistemologias.pdf.
- Silvestre Oramas, Margarita y Zilberstein Toruncha, José. 2002. *Hacia una didáctica desarrolladora*. La Habana: Pueblo y Educación, 2002.
- Starke, Hort y Türke, Wolfram. 1974. *Fundamentos teóricos de la enseñanza de la geometría y orientaciones metódicas sobre la estructuración de la enseñanza*. La Habana: Pueblo y Educación, 1974.
- Talízina, Nina. 1988. *Psicología de la enseñanza*. Moscú: Progreso, 1988.
- Torres Fernández, Paul. 2010. *La matemática y su enseñanza en Cuba, según los estudios de Evaluación Educativa*. *Ciencias Pedagógicas: Revista electrónica del Instituto Central de Ciencias Pedagógicas*. Vol. 1.
- Turnbull, Herbert W. 1984. *Grandes matemáticos*. La Habana: Científico Técnica, 1984.
- Van Hiele, P. M. 1957. *El problema de la comprensión: En conexión con la comprensión de los escolares en el aprendizaje de la geometría*. Universidad Real de Utrecht. Tesis Doctoral. [En línea] 1957. [Citado el: 20 de septiembre de 2005.] <http://www.uv.es/Angel.Gutierrez/aprenggeom/archivos2/VanHiele57.pdf>
- Varona, y otros. 1902. *Manual o guía para los exámenes de maestros cubanos. Segundo grado*. La Habana: La Moderna Poesía, 1902.
- . 1905. *Manual o guía para los exámenes de maestros cubanos. Primer-tercer grado*. La Habana: La Moderna Poesía, 1905.
- Venezuela. Ministerio de Educación. 1998. *Área Matemática. Programas oficiales*. Caracas: Nuevas Ideas, 1998.
- . 1998. *Curriculum Básico Nacional. Programa de estudio de Educación Básica*. [En línea] 1998. [Citado el: 12 de marzo de 2007.] <http://www.monografias.com>.

- Vigotsky, L.S. 1979. El desarrollo de los procesos psicológicos superiores. Barcelona: Crítica, 1979.
- . 1982. Pensamiento y lenguaje. La Habana: Pueblo y Educación, 1982.
- Villalón Incháustegui, Miriam, Marrero Castellanos, Regla y Tolón Rodríguez, Raisia. 1984. Matemática: Orientaciones metodológicas complementarias. Primero y segundo grado. La Habana: Pueblo y Educación, 1984.
- Villalón Incháustegui, Miriam, y otros. 1997. Matemática 1. La Habana: Pueblo y Educación, 1997.
- . 1997. Matemática 2. La Habana: Pueblo y Educación, 1997.
- . 1990. Matemática 3. La Habana: Pueblo y Educación, 1990.
- Villalón Incháustegui, Miriam, y otros. 2001. Orientaciones metodológicas: Primer Grado II. La Habana: Pueblo y Educación, 2001.
- . 2001. Orientaciones metodológicas: Segundo Grado II. La Habana: Pueblo y Educación, 2001.
- . 2001. Orientaciones metodológicas: Tercer Grado II. La Habana: Pueblo y Educación, 2001.
- Wentworth, G. A. 1900. Aritmética práctica. Boston: Ginn y Compañía, 1900.
- Wielewski, Gladys Denise. 2005. Aspectos do pensamento matemático na resolução de problemas: uma apresentação contextualizada da obra de Krutetskii. Pontifícia Universidade Católica. Doutorado em Educação Matemática. [En línea] 2005. [Citado el: 10 de febrero de 2011.] http://www.pucsp.br/pos/edmat/do/tese/gladys_denise_wielewski.pdf.
- Wolf, A, y otros. 1975. Matemática 1. La Habana: Pueblo y Educación, 1975.
- Wolf, Artur, Geissler, Erika y Bittner, Rudolf. 1975. Matemática 4. La Habana: Pueblo y Educación, 1975.
- Xhevdet, Thaqi. 2009. Aprender a enseñar transformaciones geométricas en primaria desde una perspectiva cultural. Universitat de Barcelona. Tesis Doctoral. [En línea] 2009. [Citado el: 12 de enero de 2010.] <http://www.tesisenxarxa.net/TDX-0521109-104606/>.
- Yerushalmy, Michal. 1993. Generalizations in geometry. [En línea] 1993. [Citado el: 12 de marzo de 2007.] http://www.edu.haifa.ac.il/personal/michalyr/publications_articles.html.
- Zodik, I y Zaslavsky, O. 2007. Is a visual example in geometry always helpful? [En línea] 2007. [Citado el: 24 de febrero de 2009.] <http://www.emis.de/proceedings/PME31/4/264.pdf>.
- Zorzoli, Gustavo. 2002. La enseñanza de la geometría. [En línea] 2002. [Citado el: 20 de enero de 2005.] <http://www.cesdonbosco.com/profes/satrio/documentos/Didactica%20geometria%20por%20el%20prof%20Gustavo%20Zorzoli.doc>.

PRINCIPALES PUBLICACIONES Y PARTICIPACIÓN EN EVENTOS QUE SE RELACIONAN CON EL TEMA

TRABAJOS PUBLICADOS

1. León González, Jorge Luis. 2011. La habilidad de resolución de problemas geométricos de cálculo en el segundo ciclo de la Educación Primaria. Clasificación de problemas para su tratamiento metodológico. *Órbita científica: Revista electrónica de la UCP Enrique José Varona de La Habana*. Vol. 17, nº 61.
2. —. 2011. Principios para el desarrollo de habilidades geométricas en la Educación Primaria. *Órbita científica: Revista electrónica de la UCP Enrique José Varona de La Habana*. Vol. 17, nº 63.
3. León González, Jorge Luis y Barcia Martínez Robert. 2010. Propuesta para la elaboración y utilización del tangram y el geoplano en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la geometría de la Educación Primaria. *Conrado: Revista electrónica de la UCP Conrado Benítez García de Cienfuegos*. Vol. 6, nº 25.
4. —. 2006. La habilidad de reconocimiento geométrico de figuras compuestas en los escolares primarios. *Conrado: Revista electrónica de la UCP Conrado Benítez García de Cienfuegos*. Vol. 2, nº 6.

EVENTOS EN LOS QUE SE HAN PRESENTADO TRABAJOS RELACIONADOS CON EL TEMA:

- 2010 Evento Provincial Pedagogía 2011. Cienfuegos.
- 2009 XI Congreso Nacional de Matemática y Computación. (COMPUMAT 2009). La Habana.
Evento Científico Provincial Didáctica de las Ciencias. Cienfuegos.
- 2008 Evento Provincial Pedagogía 2009. Cienfuegos.
- 2007 Evento Internacional Pedagogía 2007. La Habana.
- 2006 Evento Provincial Pedagogía 2007. Cienfuegos.
- 2004 I Encuentro Iberoamericano Escuela: Medios de enseñanza-aprendizaje. Camagüey.

ÍNDICE DE ANEXOS

- 1 Modelo de Van Hiele
- 2 Objetivos de la enseñanza de la geometría en el primer ciclo de la Educación Primaria
- 3 Conceptos geométricos fundamentales que se trabajan en el primer ciclo de la Educación Primaria
- 4 Habilidades básicas en geometría según A. Hoffer, 1990
- 5 Disco compacto con los materiales utilizados para la preparación metodológica de los docentes
- 6 Encuesta para la selección de expertos
- 7 Listado de los expertos seleccionados
- 8 Competencia de los expertos
- 9 Indicadores para evaluar los fundamentos de la estrategia didáctica elaborada
- 10 Valoración de los expertos de los fundamentos propuestos mediante el método Delphi
- 11 Encuesta a los padres de los escolares del primer ciclo de la Educación Primaria
- 12 Primeras pruebas pedagógicas aplicadas a escolares del primer ciclo de la Educación Primaria antes de la evaluación práctica de la estrategia didáctica
- 13 Segundas pruebas pedagógicas aplicadas a escolares del primer ciclo de la Educación Primaria antes de la evaluación práctica de la estrategia didáctica
- 14 Programa para la preparación metodológica de docentes del primer ciclo de la Educación Primaria
- 15 Encuesta a docentes del primer ciclo de la Educación Primaria antes y después de la preparación metodológica ofrecida
- 16 Guía para la observación de clases de contenido geométrico en el primer ciclo de la Educación Primaria
- 17 Primeras pruebas pedagógicas aplicadas a escolares del primer ciclo de la Educación Primaria después de la evaluación práctica de la estrategia didáctica
- 18 Segundas pruebas pedagógicas aplicadas a escolares del primer ciclo de la Educación Primaria después de la evaluación práctica de la estrategia didáctica
- 19 Procesamiento estadístico del nivel de desarrollo de habilidades geométricas en los escolares antes y después de la introducción de la estrategia didáctica

ANEXO 1. MODELO DE VAN HIELE

Nivel 1. Reconocimiento (Visualización)

- a) Percepción global de las figuras.
- b) Percepción individual de las figuras.
- c) Uso de propiedades imprecisas para identificar, comparar, ordenar, o caracterizar figuras.
- d) Aprendizaje de un vocabulario matemático básico para hablar de las figuras, describirlas, acompañado de otros términos de uso común que sustituyen a los matemáticos.
- e) No se suelen reconocer explícitamente las partes que componen las figuras ni sus propiedades matemáticas.

Nivel 2. Análisis

- a) Reconocimiento de que las figuras geométricas están formadas por partes o elementos y dotadas de propiedades matemáticas. Se describen las partes que integran una figura y se enuncian sus propiedades. Se es capaz de analizar las propiedades matemáticas de las figuras.
- b) La definición de un concepto consiste en el recitado de una lista de propiedades, lo más exhaustiva posible; pero en la que puede haber omisiones de características necesarias.
- c) No se relacionan diferentes propiedades de una figura entre sí o con las de otras figuras. Ni se establecen clasificaciones a partir de relaciones entre propiedades.
- d) La deducción de propiedades se hace mediante experimentación. Se generalizan dichas propiedades a todas las figuras de la misma familia.
- e) La demostración de una propiedad se realiza mediante su comprobación en uno o pocos casos.

Nivel 3. Deducción Informal (Clasificación)

- a) Capacidad para relacionar propiedades de una figura entre sí o con las de otras figuras.
- b) Comprensión de lo que es una definición matemática y sus requisitos. Se definen correctamente conceptos y familias de figuras.
- c) La demostración de una propiedad se basa en la justificación general de su veracidad, para lo cual se usan razonamientos deductivos formales.
- d) Comprensión, realización de implicaciones simples en un razonamiento formal y de los pasos de una demostración explicada por el profesor. Capacidad para repetir tal demostración y adaptarla a otra situación análoga.

-
- e) Incapacidad para realizar demostraciones formales completas. No se logra una visión global de las demostraciones y no se comprende su estructura.

Nivel 4. Deducción formal (Deducción)

- a) Realización de las demostraciones mediante razonamientos deductivos formales.
- b) Capacidad para comprender y desarrollar demostraciones formales. Capacidad para adquirir una visión global de las demostraciones y para comprender la misión de cada implicación simple en el conjunto.
- c) Aceptación de la posibilidad de demostrar un resultado mediante diferentes formas de demostración o a partir de distintas premisas.
- d) Aceptación de la existencia de definiciones equivalentes de un concepto y uso indistinto de ellas.
- e) Capacidad para comprender la estructuración axiomática de las matemáticas: Significado y uso de axiomas, definiciones, teoremas, términos no definidos, etcétera.

Nivel 5. Rigor

- a) Posibilidad de trabajar en sistemas axiomáticos distintos del usual de la geometría euclidiana.
- b) Capacidad para realizar deducciones abstractas basándose en un sistema de axiomas determinado.
- c) Capacidad para establecer la consistencia de un sistema de axiomas.
- d) Comprensión de la importancia de la precisión al tratar los fundamentos y las relaciones entre estructuras matemáticas.

Fases de aprendizaje

1. **Información:** en esta fase el docente diagnostica los conocimientos previos de sus alumnos sobre el tema a abordar y su nivel de razonamiento en el mismo. Posteriormente les informa los principales conceptos que estudiarán y materiales que utilizarán para su apropiación.
2. **Orientación dirigida:** los alumnos comienzan la búsqueda de conocimientos, partiendo de actividades orientadas por el profesor con el uso de diversos materiales. Esta fase permite la relación de los conocimientos en fases posteriores.
3. **Explicitación:** los alumnos intercambian criterios acerca de sus experiencias en la resolución de ejercicios. No incluye el aprendizaje de cosas nuevas; constituye una revisión del trabajo

hecho anteriormente. Los puntos de vistas diferentes y los criterios divergentes en el grupo le darán mayor riqueza al intercambio de ideas y criterios.

4. **Orientación libre:** en esta fase los alumnos aplican y combinan los conocimientos adquiridos en las fases precedentes en la resolución de actividades con mayor nivel de complejidad. Se hacen explícita las relaciones que existen entre los objetos geométricos.
5. **Integración:** los nuevos conceptos adquiridos por los estudiantes en fases anteriores los interiorizan. En esta fase deben comparar, combinar y relacionar los contenidos estudiados y se encuentran listos para repetir las fases de aprendizaje en el siguiente nivel.

ANEXO 2. OBJETIVOS DE LA ENSEÑANZA DE LA GEOMETRÍA EN EL PRIMER CICLO DE LA EDUCACIÓN PRIMARIA

Primer grado

1. Reconocer algunas de las figuras geométricas elementales por vía sensorial de modo que puedan identificarlas en objetos del medio y en modelos, así como nombrarlas correctamente.
2. Trazar con limpieza figuras geométricas elementales mediante el uso de plantillas, modelos y papel cuadriculado, así como formarlas con varillas.
3. Iniciar el desarrollo de habilidades en la medición y el trazado de rectas y segmentos de longitudes dadas con el uso de la regla utilizando la unidad centímetro.

Segundo grado

1. Reconocer figuras y cuerpos geométricos y desarrollar habilidades en el trazado de algunas figuras planas, utilizando plantilla.
2. Identificar las relaciones entre puntos, entre puntos y rectas, así como aplicar el concepto congruencia o igualdad geométrica, en el análisis, descripción y representación de figuras.
3. Reconocer los objetos geométricos: punto, recta, segmento, triángulo, rectángulo, cuadrado, círculo, ortoedro, cubo y esfera.
4. Diferenciar estas figuras y cuerpos, nombrarlos correctamente e identificarlos en objetos del medio.
5. Continuar en el desarrollo de habilidades en el trazado de figuras planas con plantilla iniciado en primer grado, así como utilizar la regla para el trazado de segmentos, rectas y para la medición de segmentos.

Tercer grado

1. Conocer figuras y cuerpos geométricos y reconocer algunas de sus propiedades fundamentales.
2. Continuar desarrollando habilidades en las relaciones de posición entre puntos y rectas y entre puntos, así como continuar aplicando el concepto congruencia o igualdad geométrica al analizar y describir figuras y cuerpos geométricos.
3. Profundizar en el conocimiento de los objetos geométricos: punto, recta, segmento, triángulo, rectángulo, cuadrado, círculo, ortoedro, cubo y esfera, y la circunferencia, el prisma y el cilindro.
4. Diferenciar estas figuras y cuerpos; nombrarlos correctamente, conocer algunas características e identificarlos en objetos del medio.

-
5. Desarrollar habilidades en el trazado de rectas y segmentos paralelos y perpendiculares con ayuda de la regla y el cartabón.
 6. Manejar con seguridad el compás para trazar circunferencias.
 7. Desarrollar la capacidad de representación e imaginación espacial (vista geométrica) mediante actividades que posibiliten la percepción por la vía de la vista y el tacto, de la forma y el tamaño de los objetos.
 8. Obtener figuras por composición y descomposición de otras, así como realizar actividades que permitan el reconocimiento de figuras contenidas unas en otra.
 9. Describir y argumentar los procedimientos utilizados en las construcciones geométricas haciendo un uso correcto del vocabulario.

Cuarto grado

1. Conocer y profundizar en el conocimiento de figuras y cuerpos geométricos y sistematizar algunas de sus características esenciales.
2. Reconocer las características esenciales de las figuras planas y cuerpos estudiados, así como reconocerlas en objetos del medio.
3. Determinar las posiciones relativas entre puntos, puntos y rectas, rectas y planos.
4. Comparar y relacionar las características de las figuras y cuerpos estudiados, e identificar su dirección, orientación y perspectiva en el espacio.
5. Reconocer figuras contenidas unas en otras.
6. Desarrollar habilidades en el trazado y construcción de algunas figuras planas utilizando los instrumentos correspondientes.
7. Reconocer la congruencia o igualdad geométrica en figuras planas estudiadas y en las caras de los cuerpos.
8. Realizar habilidades en la lectura e interpretación y lectura de la escala y su utilización en los mapas y planos.
9. Realizar ejercicios que favorezcan el desarrollo de la representación espacial al analizar la dirección, orientación y perspectiva de figuras y cuerpos en el plano y el espacio y además reconocer la invarianza del tamaño y la forma de figuras al trasladarlas, girarlas o reflejarlas.

ANEXO 3. CONCEPTOS GEOMÉTRICOS FUNDAMENTALES QUE SE TRABAJAN EN EL PRIMER CICLO DE LA EDUCACIÓN PRIMARIA

CONCEPTOS DE OBJETOS	CONCEPTOS DE RELACIÓN	CONCEPTOS DE OPERACIÓN
<p>- Figuras geométricas elementales.</p> <ul style="list-style-type: none"> . Punto . Recta . Plano . Segmento . Semirrecta . Semiplano <p>- Otras figuras geométricas.</p> <ul style="list-style-type: none"> . Polígono: <ul style="list-style-type: none"> • Triángulo • Cuadrilátero: <ul style="list-style-type: none"> ○ Trapecio ○ Paralelogramo ○ Rectángulo ○ Cuadrado ○ Rombo . Circunferencia y círculo <p>- Movimientos geométricos</p> <ul style="list-style-type: none"> . Traslación . Reflexión . Rotación <p>- Cuerpos geométricos</p> <ul style="list-style-type: none"> . Prisma: <ul style="list-style-type: none"> • Ortoedro <ul style="list-style-type: none"> ○ Cubo . Pirámide . Cilindro . Cono . Esfera 	<p>-Relación de posición entre puntos y rectas.</p> <p>“... está situado en la recta...”</p> <p>“... pasa por el punto...”</p> <ul style="list-style-type: none"> . Por dos puntos pasa una y solo una recta. . Por un punto pasan infinitas rectas. . La recta tiene infinitos puntos. La recta no tiene ni primer punto ni último punto. La recta es una figura ilimitada. <p>-Relación de posición entre puntos de una recta.</p> <p>“...está situado entre el punto ... y ...”</p> <ul style="list-style-type: none"> . Entre dos puntos de una recta hay infinitos puntos. <p>-Relación de posición entre rectas.</p> <ul style="list-style-type: none"> . Rectas que se cortan o no se cortan. . Rectas perpendiculares. . Rectas paralelas. . Axioma de paralela. <p>-Relación de posición entre puntos, rectas y plano.</p> <ul style="list-style-type: none"> . Tres puntos no alineados determinan un plano. . En un plano se pueden trazar tantos puntos y tantas rectas como se desee. <p>- Relación de posición entre planos.</p> <ul style="list-style-type: none"> . Los planos pueden cortarse o ser paralelos. . Dos planos se cortan en una recta. <p>-Segmento... más corto que, más largo que, el mismo largo que el segmento...</p> <p>-Igualdad de segmentos (por superposición).</p> <p>-Los... que coinciden al superponerse son iguales (igualdad de figuras geométricas).</p> <p>-Los triángulos que al superponerse coinciden son iguales.</p> <p>-Los paralelogramos son cuadriláteros que tienen sus lados opuestos paralelos e iguales.</p> <p>-Los rectángulos son paralelogramos que tienen sus lados consecutivos perpendiculares.</p> <p>-Los rombos son paralelogramos que tienen sus lados iguales.</p> <p>-El cuadrado es el rectángulo que tiene sus lados iguales.</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Representar y denotar puntos. - Trazar rectas. - Trazar puntos en una recta. - Trazar rectas paralelas y rectas perpendiculares con regla y cartabón. - Trazar puntos y rectas en el plano y en diferentes semiplanos. - Reconocer planos paralelos y planos perpendiculares en modelos de cuerpos geométricos y en el medio. - Comparar segmentos. - Medir la longitud de un segmento dado. - Trazar un segmento según una longitud dada. - Trazar figuras geométricas con el uso de plantillas. - Reconocer figuras geométricas en las caras de objetos del medio y en representaciones gráficas. - Trazar figuras geométricas sobre el papel cuadriculado. - Construir figuras geométricas con varillas. - Comparar lados de figuras geométricas. - Trazar con el compás círculos iguales. - Trazar con compás circunferencias iguales. - Trazar diámetros. - Reconocer movimientos en el entorno. - Representar movimientos en papel cuadriculado y en el geoplano. - Reconocer objetos del medio con forma de cuerpos geométricos. - Reconocer cuerpos geométricos en representaciones gráficas y en modelos. - Trazar el desarrollo de un cuerpo geométrico en papel. - Construir con varillas y plastilina cuerpos geométricos.

	<ul style="list-style-type: none">-El cuadrado es el rombo que tiene sus lados consecutivos perpendiculares.-Todos los puntos de una circunferencia están a la misma distancia de su centro.-El diámetro es dos veces el radio.-Dos circunferencias de igual radio son iguales.-Cuando se mueve una figura en el plano, se obtiene una figura igual a la original.-Si dos figuras son iguales, es porque una se obtiene de otra mediante un movimiento.-La base superior y la inferior de un ortoedro son iguales. Sus caras opuestas son iguales.-Todas las caras de un cubo son iguales.-El ortoedro y el cubo son prismas porque tienen un par de caras opuestas paralelas e iguales, llamadas bases y sus otras son rectangulares.-Las dos bases de un cilindro son círculos iguales y paralelos.	
--	--	--

ANEXO 4. HABILIDADES BÁSICAS EN GEOMETRÍA SEGÚN A. HOFFER, 1990

		NIVEL				
		I	II	III	IV	V
		Reconocimiento	Análisis	Ordenamiento	Deducción	Rigor
H A B I L I D A D E S	V I S U A L	Reconocer diferentes figuras en un dibujo Reconocer información contenida en una figura.	Notar propiedades de una figura. Identificar una figura como parte de una mayor.	Reconocer interrelaciones entre diferentes tipos de figuras. Reconocer las propiedades comunes de diferentes tipos de figuras.	Utilizar información de otra figura para deducir más información.	Reconocer supuestos injustificados hechos al usar figuras. Concebir figuras relacionadas en varios sistemas deductivos.
	V E R B A L	Asociar el nombre correcto con una figura dada. Interpretar frases que describen figuras.	Describir adecuadamente varias propiedades de una figura.	Definir palabras adecuadas y concisamente. Formular frases que muestren relaciones entre figuras.	Comprender las distinciones entre definiciones, postulados y teoremas. Reconocer qué información da un problema y qué información hay que hallar.	Formular extensiones de resultados conocidos. Describir varios sistemas deductivos.
D I B U J A R	P A R A D I B U J A R	Hacer dibujos de figuras, nombrando adecuadamente las partes.	Traducir información verbal dada en un dibujo. Utilizar las propiedades dadas de una figura para dibujarla o construirla.	Dada cierta figura construir otras relacionadas con la primera.	Reconocer cómo y cuándo usar elementos auxiliares en una figura. Deducir de información dada cómo dibujar una figura específica.	Comprender las limitaciones y capacidades de varios elementos de dibujo. Representar gráficamente conceptos no estándar en varios sistemas deductivos.
	L Ó G I C A	Darse cuenta de que hay diferencias y similitudes entre figuras. Comprender la conservación de las figuras en distintas posiciones.	Comprender que las figuras pueden clasificarse en diferentes tipos. Notar que las propiedades sirven para distinguir las figuras.	Comprender las cualidades de una buena definición. Usar las propiedades para determinar si una clase de figuras está contenida en otra.	Utilizar las reglas de la lógica para desarrollar demostraciones. Poder deducir consecuencias de la información dada.	Comprender las capacidades y limitaciones de supuestos y postulados. Saber cuándo un sistema de postulados es independiente, consistente y categórico.

P A R A M O D E L A R	Identificar formas geométricas en objetos físicos.	Reconocer propiedades geométricas de objetos físicos. Representar fenómenos en un modelo.	Comprender el concepto de un modelo matemático que representa relaciones entre objetos.	Poder deducir propiedades de objetos de información dada. Poder resolver problemas relacionados con objetos.	Usar modelos matemáticos para representar sistemas abstractos. Desarrollar modelos matemáticos para describir fenómenos físicos, sociales y naturales.
---	--	--	---	---	---

**ANEXO 5. DISCO COMPACTO CON LOS MATERIALES UTILIZADOS PARA LA PREPARACIÓN
METODOLÓGICA DE LOS DOCENTES**

ANEXO 6. ENCUESTA PARA LA SELECCIÓN DE EXPERTOS

Años de experiencia: _____

Cargo que desempeña: _____

Compañero:

Usted ha sido seleccionado como posible experto para ser consultado respecto al tema: “El desarrollo de habilidades geométricas en el primer ciclo de la Educación Primaria”; propuesto por una investigación desarrollada por la Facultad de Educación Infantil.

Para ello se necesita determinar su coeficiente de competencia y por esa razón se le pide que responda las siguientes preguntas.

1. Marque con una cruz en la tabla siguiente el valor que se corresponda con el grado de conocimientos que Ud. posee sobre el tema (Tenga presente que los valores de la escala que se le ofrece son ascendentes, desde el 0 hasta el 10).

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

2. Realice una autovaloración del nivel de influencia que ha tenido en sus conocimientos y criterios cada una de las fuentes que se le presentan a continuación. Para ello marque con una equis (x) según corresponda en alto, medio o bajo.

Fuentes de argumentación	Alto	Medio	Bajo
Análisis teórico realizado por Ud. sobre la enseñanza de la geometría en la Educación Primaria o Secundaria Básica.			
Su experiencia obtenida como profesor de Matemática en la Educación Primaria, Secundaria Básica o de docentes en formación vinculados con estas educaciones.			
Dominio del estado actual de la enseñanza de la geometría en Cuba.			
Su conocimiento del estado actual de la enseñanza de la geometría en el extranjero.			
Participación en actividades investigativas relacionadas con la enseñanza de la geometría en la Educación Primaria o en Secundaria Básica.			
Conocimientos sobre metodología de la enseñanza de la Matemática.			

ANEXO 7. LISTADO DE LOS EXPERTOS SELECCIONADOS

EXPERTOS	AÑOS DE EXPERIENCIAS	CARGO QUE DESEMPEÑA
1	23	J' de Departamento Fac. EI de la UCP.
2	30	Responsable de la disciplina UCP.
3	28	Maestro del municipio de Cienfuegos.
4	29	VDI. FPGI de la UCP.
5	35	Profesora del CEP de la UCP.
6	17	Responsable de la Asignatura (Fac. Educ Infantil) de la UCP.
7	37	Profesor FPGI de la UCP.
8	38	Responsable de la Asignatura (Fac. PGI) de la UCP.
9	28	Decano FEI de la UCP.
10	27	Directora del CEP de la UCP.
11	27	Responsable de la Asignatura.
12	28	Profesora de la UCFG.
13	37	Maestro del municipio de Palmira.
14	38	Maestro del municipio de Palmira.
15	37	Maestro del municipio de Palmira.
16	35	Maestro del municipio de Palmira.
17	32	Maestro del municipio de Palmira.
18	27	Profesor del VRPG de la UCP.
19	30	Responsable de la Asignatura (Fac. PGI) de la UCP.
20	28	Profesora de la UCP.
21	29	Profesora del Departamento de Educación Infantil (UCPEJV).
22	24	Metodólogo Integral (Granma).
23	39	Profesor Dpto C. Exactas de la UCP.
24	27	Metodóloga Nacional de Informática.
25	27	Metodóloga Nacional de Informática.
26	27	Metodóloga Nacional de Informática.
27	30	Profesora de la UCP.
28	25	Maestro del municipio de Cienfuegos.
29	27	Maestro del municipio de Cienfuegos.
30	22	Maestro del municipio de Cienfuegos.

ANEXO 8. COMPETENCIA DE LOS EXPERTOS

Experto	Kc	A.T	Exp	T. Nac	T. Ext	P. Act	Conoc	Ka	K	Escala
1	90%	8%	40%	10%	8%	13%	15%	94%	92%	Alto
2	90%	8%	40%	8%	5%	15%	15%	91%	90,5%	Alto
3	80%	8%	40%	8%	5%	12%	13%	86%	83%	Alto
4	100%	10%	40%	8%	10%	15%	15%	98%	99%	Alto
5	80%	10%	40%	10%	8%	15%	15%	98%	89%	Alto
6	100%	8%	40%	8%	8%	12%	15%	91%	95,5%	Alto
7	100%	8%	40%	10%	8%	13%	15%	94%	97%	Alto
8	80%	8%	40%	8%	8%	15%	15%	94%	87%	Alto
9	90%	10%	40%	8%	8%	13%	15%	94%	92%	Alto
10	90%	8%	40%	10%	8%	13%	15%	94%	92%	Alto
11	80%	10%	40%	8%	8%	13%	15%	94%	87%	Alto
12	90%	10%	40%	8%	8%	13%	5%	84%	87%	Alto
13	90%	10%	40%	10%	5%	12%	15%	92%	91%	Alto
14	90%	10%	40%	10%	5%	12%	15%	92%	91%	Alto
15	100%	8%	40%	8%	5%	12%	15%	88%	94%	Alto
16	90%	10%	40%	10%	5%	12%	15%	92%	91%	Alto
17	80%	8%	40%	8%	5%	12%	15%	88%	84%	Alto
18	100%	10%	40%	10%	5%	13%	15%	93%	96,5%	Alto
19	70%	8%	40%	8%	5%	12%	15%	88%	79% ^o	Medio
20	80%	10%	40%	10%	8%	13%	13%	94%	87% ^o	Alto
21	90%	10%	40%	5%	5%	12%	15%	87%	88,5%	Alto
22	90%	8%	30%	10%	8%	13%	13%	82%	86%	Alto
23	70%	8%	40%	8%	5%	13%	13%	87%	78,5%	Medio
24	70%	8%	40%	8%	5%	13%	13%	87%	78,5%	Medio
25	70%	8%	40%	8%	5%	13%	13%	87%	78,5%	Medio
26	100%	8%	40%	10%	8%	13%	15%	94%	97%	Alto
27	80%	10%	40%	10%	8%	15%	15%	98%	89%	Alto
28	80%	10%	40%	8%	8%	13%	15%	94%	87%	Alto
29	80%	8%	40%	8%	5%	12%	13%	86%	83%	Alto
30	80%	10%	40%	10%	8%	13%	13%	94%	87%	Alto

ANEXO 9. INDICADORES PARA EVALUAR LOS FUNDAMENTOS DE LA ESTRATEGIA DIDÁCTICA ELABORADA

Primera ronda

Estimado Profesor:

Usted ha sido seleccionado como experto para ser consultado en relación con los fundamentos de una propuesta didáctica para el desarrollo de habilidades geométricas en el primer ciclo de la Educación Primaria.

En el siguiente material se describen los fundamentos que sustentan esa propuesta. Se le pide, por tanto, que sea lo más crítico que pueda, no solo para perfeccionar cada uno de los elementos teóricos, sino para con su ayuda contribuir a elevar la calidad del proceso de enseñanza-aprendizaje de la geometría en el primer ciclo de la Educación Primaria.

Para evaluar cada uno de los aspectos de los fundamentos de la propuesta debe tener presente los siguientes indicadores:

- 1: No modificar.
- 2: Modificar algunos elementos.
- 3: Modificar totalmente.
- 4: Eliminar o sustituir.
- 5: Sin criterio.

Le damos las gracias y confiamos en sus criterios.

FUNDAMENTOS DE LA PROPUESTA DIDÁCTICA PARA EL DESARROLLO DE HABILIDADES GEOMÉTRICAS EN EL PRIMER CICLO DE LA EDUCACIÓN PRIMARIA

I. Propuesta de principios

1. Principio del desarrollo histórico de la geometría. __1__2__3__4__5
2. Principio del vínculo de los contenidos geométricos con la vida. __1__2__3__4__5
3. Principio de la utilización de objetos concretos. __1__2__3__4__5
4. Principio de la relación intra e intermateria de la enseñanza de la geometría. __1__2__3__4__5
5. Principio del pensamiento geométrico abstracto. __1__2__3__4__5
6. Principio del uso del software educativo como medio de enseñanza. __1__2__3__4__5

II. Estructura interna de las habilidades geométricas. Niveles e indicadores para su desarrollo.

1. Acciones y operaciones para desarrollar las habilidades geométricas en el primer ciclo de la Educación Primaria.

a) Acciones y operaciones para desarrollar la habilidad reconocer objetos geométricos.

__1__2__3__4__5

b) Acciones y operaciones para desarrollar la habilidad trazar y/o construir. __1__2__3__4__5

c) Acciones y operaciones para desarrollar la habilidad argumentar proposiciones geométricas. __1__2__3__4__5

2. Niveles para orientar el proceso de desarrollo de habilidades geométricas en el primer ciclo de la Educación Primaria.

a) Nivel I (concreción) __1__2__3__4__5

b) Nivel II (experimentación) __1__2__3__4__5

c) Nivel III (abstracción) __1__2__3__4__5

3. Indicadores para orientar el proceso de desarrollo de habilidades geométricas en el primer ciclo de la Educación Primaria.

a) Nivel I (concreción) __1__2__3__4__5

b) Nivel II (experimentación) __1__2__3__4__5

c) Nivel III (abstracción) __1__2__3__4__5

Sugerencias:

Segunda ronda

Estimado Profesor:

Como parte del perfeccionamiento de la propuesta realizada, usted nuevamente es consultado como experto para conocer su criterio.

En este material se exponen los fundamentos que sustentan una estrategia didáctica para el desarrollo de habilidades geométricas en el primer ciclo de la Educación Primaria.

Tenga en cuenta que hasta el momento se ha tenido presente la opinión emitida no solo por usted sino por el resto de los expertos.

Se confía nuevamente en sus análisis y reflexiones sobre el tema.

Para evaluar cada uno de los aspectos de los fundamentos de la estrategia debe tener presente los siguientes indicadores:

- 1: No modificar.
- 2: Modificar algunos elementos.
- 3: Modificar totalmente.
- 4: Eliminar o sustituir.
- 5: Sin criterio.

Le damos nuevamente las gracias y confiamos en sus análisis.

FUNDAMENTOS DE UNA ESTRATEGIA DIDÁCTICA PARA EL DESARROLLO DE HABILIDADES GEOMÉTRICAS EN EL PRIMER CICLO DE LA EDUCACIÓN PRIMARIA

I. Propuesta de principios

1. Principio del desarrollo histórico de la geometría. __1__2__3__4__5
2. Principio del carácter contextual de los contenidos geométricos. __1__2__3__4__5
3. Principio de la utilización de objetos concretos y otros medios de enseñanza. __1__2__3__4__5
4. Principio de la relación intra e intermateria de la enseñanza de la geometría. __1__2__3__4__5
5. Principio del pensamiento geométrico abstracto. __1__2__3__4__5

II. Estructura interna de las habilidades geométricas. Niveles e indicadores para su desarrollo.

1. Acciones y operaciones para desarrollar las habilidades geométricas en el primer ciclo de la Educación Primaria.

- a) Acciones y operaciones para desarrollar la habilidad reconocer objetos geométricos. __1__2__3__4__5

b) Acciones y operaciones para desarrollar la habilidad trazar y/o construir. __1__2__3__4__5

c) Acciones y operaciones para desarrollar la habilidad argumentar proposiciones geométricas. __1__2__3__4__5

2. Niveles para orientar el proceso de desarrollo de habilidades geométricas en el primer ciclo de la Educación Primaria.

a) Nivel I (concreción) __1__2__3__4__5

b) Nivel II (experimentación) __1__2__3__4__5

c) Nivel III (abstracción) __1__2__3__4__5

3. Indicadores para orientar el proceso de desarrollo de habilidades geométricas en el primer ciclo de la Educación Primaria.

a) Nivel I (concreción) __1__2__3__4__5

b) Nivel II (experimentación) __1__2__3__4__5

c) Nivel III (abstracción) __1__2__3__4__5

Sugerencias:

ANEXO 10. VALORACIÓN DE LOS EXPERTOS DE LOS FUNDAMENTOS PROPUESTOS MEDIANTE EL MÉTODO DELPHI

Primera ronda

Total de indicadores

Indicadores	Categoría				
	1	2	3	4	5
IND_1	27	3	0	0	0
IND_2	22	8	0	0	0
IND_3	25	5	0	0	0
IND_4	26	4	0	0	0
IND_5	27	3	0	0	0
IND_6	22	7	1	0	0
IND_7	24	5	1	0	0
IND_8	26	4	0	0	0
IND_9	23	6	1	0	0
IND_10	24	4	2	0	0
IND_11	27	2	1	0	0
IND_12	28	2	0	0	0
IND_13	26	4	0	0	0
IND_14	27	3	0	0	0
IND_15	25	4	1	0	0

Tabla de frecuencia acumulada

Indicadores	FA-1	FA-2	FA-3	FA-4	FA-5
IND_1	27	30	30	30	30
IND_2	22	30	30	30	30
IND_3	25	30	30	30	30
IND_4	26	30	30	30	30
IND_5	27	30	30	30	30
IND_6	22	29	30	30	30
IND_7	24	29	30	30	30
IND_8	26	30	30	30	30
IND_9	23	29	30	30	30
IND_10	24	28	30	30	30
IND_11	27	29	30	30	30
IND_12	28	30	30	30	30

IND_13	26	30	30	30	30
IND_14	27	30	30	30	30
IND_15	25	29	30	30	30

Tabla de frecuencia relativa

Indicadores	FR-1	FR-2	FR-3	FR-4
IND_1	0,9	0,99975845	0,99975845	0,99975845
IND_2	0,73333333	0,99975845	0,99975845	0,99975845
IND_3	0,83333333	0,99975845	0,99975845	0,99975845
IND_4	0,86666667	0,99975845	0,99975845	0,99975845
IND_5	0,9	0,99975845	0,99975845	0,99975845
IND_6	0,73333333	0,96666667	0,99975845	0,99975845
IND_7	0,8	0,96666667	0,99975845	0,99975845
IND_8	0,86666667	0,99975845	0,99975845	0,99975845
IND_9	0,76666667	0,96666667	0,99975845	0,99975845
IND_10	0,8	0,93333333	0,99975845	0,99975845
IND_11	0,9	0,96666667	0,99975845	0,99975845
IND_12	0,93333333	0,99975845	0,99975845	0,99975845
IND_13	0,86666667	0,99975845	0,99975845	0,99975845
IND_14	0,9	0,99975845	0,99975845	0,99975845
IND_15	0,83333333	0,96666667	0,99975845	0,99975845

Tabla de distribución inversa de la normal

Indicadores	DIST INV-1	DIST INV-2	DIST INV-3	DIST INV-4
IND_1	1,28155157	3,48995051	3,48995051	3,48995051
IND_2	0,62292572	3,48995051	3,48995051	3,48995051
IND_3	0,96742157	3,48995051	3,48995051	3,48995051
IND_4	1,11077162	3,48995051	3,48995051	3,48995051
IND_5	1,28155157	3,48995051	3,48995051	3,48995051
IND_6	0,62292572	1,83391464	3,48995051	3,48995051
IND_7	0,84162123	1,83391464	3,48995051	3,48995051
IND_8	1,11077162	3,48995051	3,48995051	3,48995051
IND_9	0,72791329	1,83391464	3,48995051	3,48995051
IND_10	0,84162123	1,50108595	3,48995051	3,48995051
IND_11	1,28155157	1,83391464	3,48995051	3,48995051
IND_12	1,50108595	3,48995051	3,48995051	3,48995051
IND_13	1,11077162	3,48995051	3,48995051	3,48995051
IND_14	1,28155157	3,48995051	3,48995051	3,48995051
IND_15	0,96742157	1,83391464	3,48995051	3,48995051

Puntos de Corte	1,03676383	2,80534758	3,48995051	3,48995051
------------------------	------------	------------	------------	------------

LEYENDA

Indicadores	Significado
IND_1	Principio del desarrollo histórico de la geometría.
IND_2	Principio del vínculo de los contenidos geométricos con la vida.
IND_3	Principio de la utilización de objetos concretos.
IND_4	Principio de la relación intra e intermateria de la enseñanza de la geometría.
IND_5	Principio del pensamiento geométrico abstracto.
IND_6	Principio del uso del software educativo como medio de enseñanza.
IND_7	Acciones y operaciones para desarrollar la habilidad reconocer objetos geométricos.
IND_8	Acciones y operaciones para desarrollar la habilidad trazar y/o construir.
IND_9	Acciones y operaciones para desarrollar la habilidad argumentar proposiciones geométricas.
IND_10	Nivel I (concreción)
IND_11	Nivel II (experimentación)
IND_12	Nivel III (abstracción)
IND_13	Indicadores nivel I (concreción)
IND_14	Indicadores nivel (experimentación)
IND_15	Indicadores nivel (abstracción)

Segunda ronda

Total de indicadores

Indicadores	Categoría				
	1	2	3	4	5
IND_1	28	2	0	0	0
IND_2	30	0	0	0	0
IND_3	30	0	0	0	0
IND_4	30	0	0	0	0
IND_5	28	2	0	0	0
IND_6	30	0	0	0	0
IND_7	28	2	0	0	0
IND_8	29	1	0	0	0
IND_9	28	2	0	0	0
IND_10	29	1	0	0	0
IND_11	29	1	0	0	0
IND_12	28	2	0	0	0
IND_13	28	2	0	0	0
IND_14	29	1	0	0	0

Tabla de frecuencia acumulada

Indicadores	FA-1	FA-2	FA-3	FA-4	FA-5
IND_1	28	30	30	30	30
IND_2	30	30	30	30	30
IND_3	30	30	30	30	30
IND_4	30	30	30	30	30
IND_5	28	30	30	30	30
IND_6	30	30	30	30	30
IND_7	28	30	30	30	30
IND_8	29	30	30	30	30
IND_9	28	30	30	30	30
IND_10	29	30	30	30	30
IND_11	29	30	30	30	30
IND_12	28	30	30	30	30
IND_13	28	30	30	30	30
IND_14	29	30	30	30	30

Tabla de frecuencia relativa

Indicadores	FR-1	FR-2	FR-3	FR-4
IND_1	0,93333333	0,99975845	0,99975845	0,99975845
IND_2	0,99975845	0,99975845	0,99975845	0,99975845
IND_3	0,99975845	0,99975845	0,99975845	0,99975845
IND_4	0,99975845	0,99975845	0,99975845	0,99975845
IND_5	0,93333333	0,99975845	0,99975845	0,99975845
IND_6	0,99975845	0,99975845	0,99975845	0,99975845
IND_7	0,93333333	0,99975845	0,99975845	0,99975845
IND_8	0,96666667	0,99975845	0,99975845	0,99975845
IND_9	0,93333333	0,99975845	0,99975845	0,99975845
IND_10	0,96666667	0,99975845	0,99975845	0,99975845
IND_11	0,96666667	0,99975845	0,99975845	0,99975845
IND_12	0,93333333	0,99975845	0,99975845	0,99975845
IND_13	0,93333333	0,99975845	0,99975845	0,99975845
IND_14	0,96666667	0,99975845	0,99975845	0,99975845

Tabla de distribución inversa de la normal

Indicadores	DIST_INV-1	DIST_INV-2	DIST_INV-3	DIST_INV-4
IND_1	1,50108595	3,48995051	3,48995051	3,48995051
IND_2	3,48995051	3,48995051	3,48995051	3,48995051

IND_3	3,48995051	3,48995051	3,48995051	3,48995051
IND_4	3,48995051	3,48995051	3,48995051	3,48995051
IND_5	1,50108595	3,48995051	3,48995051	3,48995051
IND_6	3,48995051	3,48995051	3,48995051	3,48995051
IND_7	1,50108595	3,48995051	3,48995051	3,48995051
IND_8	1,83391464	3,48995051	3,48995051	3,48995051
IND_9	1,50108595	3,48995051	3,48995051	3,48995051
IND_10	1,83391464	3,48995051	3,48995051	3,48995051
IND_11	1,83391464	3,48995051	3,48995051	3,48995051
IND_12	1,50108595	3,48995051	3,48995051	3,48995051
IND_13	1,50108595	3,48995051	3,48995051	3,48995051
IND_14	1,83391464	3,48995051	3,48995051	3,48995051

Puntos de corte	2,16442688	3,48995051	3,48995051	3,48995051
-----------------	------------	------------	------------	------------

LEYENDA

Indicadores	Significado
IND_1	Principio del desarrollo histórico de la geometría.
IND_2	Principio del carácter contextual de los contenidos geométricos.
IND_3	Principio de la utilización de objetos concretos y otros medios de enseñanza.
IND_4	Principio de la relación intra e intermateria de la enseñanza de la geometría.
IND_5	Principio del pensamiento geométrico abstracto.
IND_6	Acciones y operaciones para desarrollar la habilidad reconocer objetos geométricos.
IND_7	Acciones y operaciones para desarrollar la habilidad trazar y/o construir.
IND_8	Acciones y operaciones para desarrollar la habilidad argumentar proposiciones geométricas.
IND_9	Nivel I (concreción)
IND_10	Nivel II (experimentación)
IND_11	Nivel III (abstracción)
IND_12	Indicadores nivel I (concreción)
IND_13	Indicadores nivel (experimentación)
IND_14	Indicadores nivel (abstracción)

ANEXO 11. ENCUESTA A LOS PADRES DE LOS ESCOLARES DEL PRIMER CICLO DE LA EDUCACIÓN PRIMARIA

1. ¿Se mantiene al tanto del aprendizaje de su hijo en Matemática y en geometría, en particular?

..... Sí No A veces

2. ¿Le confiere utilidad al uso de los conocimientos geométricos en la vida?

..... Sí No

3. ¿Conoce alguna de las utilidades de los conocimientos geométricos en la vida?

..... Sí No

3. ¿Se siente preparado para orientar a su hijo en la solución de actividades de geometría?

..... Sí No A veces

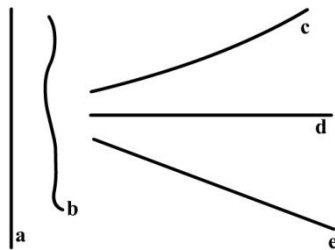
4. Cuando debe explicarle una tarea a su hijo relacionada con geometría, ¿de quién se auxilia?

..... De otro familiar Del vecino De sí mismo

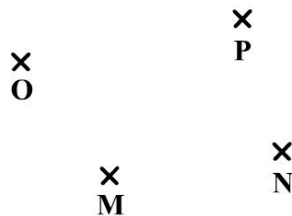
ANEXO 12. PRIMERAS PRUEBAS PEDAGÓGICAS APLICADAS A ESCOLARES DEL PRIMER CICLO DE LA EDUCACIÓN PRIMARIA ANTES DE LA EVALUACIÓN PRÁCTICA DE LA ESTRATEGIA DIDÁCTICA

Primer grado

1. Menciona el nombre de tres objetos del entorno en los cuales se determinan segmentos.
2. Analiza las siguientes líneas y determina cuáles de ellas son rectas.



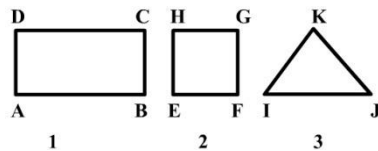
3. Observa los siguientes puntos:



- a) Traza rectas a partir del punto N y de los puntos M y P, respectivamente.
- b) ¿Cuántas rectas trazaste para cada caso? ¿Por qué?

Segundo grado

1. Observa las siguientes figuras geométricas:



- a) Menciona, para cada caso, el nombre de objetos del entorno que tienen alguna de sus caras con esa forma geométrica.
 - b) Determina la cantidad de segmentos que las limitan.
2. Completa las siguientes proposiciones colocando en el espacio en blanco el nombre de la figura geométrica que falta:
 - a) El triángulo es una figura geométrica de ___ lados y ___ vértices.

b) El rectángulo y el cuadrado tienen sus lados opuestos _____.

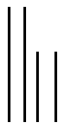
c) El rectángulo que tiene sus cuatro lados iguales se llama _____.

3. En las figuras se han representado grupos de varillas. Selecciona el grupo que puedes utilizar para armar un triángulo y aquellos que debes utilizar para armar rectángulos.

a).....



b).....



c).....



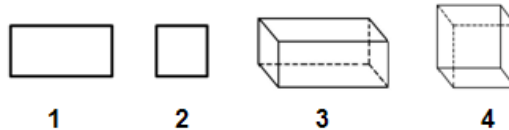
4. Traza en papel cuadriculado:

a) Un rectángulo cualquiera.

b) Un rectángulo con sus cuatro lados iguales.

Tercer grado

1. Observa las siguientes figuras y cuerpos geométricos:



a) Reconoce, para cada caso, la cantidad de pares de segmentos paralelos y perpendiculares que tienen.

b) Mencione el nombre de estas figuras y estos cuerpos geométricos.

2. Analiza las siguientes afirmaciones y selecciona, marcando con una equis (X), la respuesta correcta.

a)..... Para armar un cubo se necesitan dos grupos de varillas de igual longitud: 4 en uno de los grupos y 8 en el otro.

b)..... Para armar un cubo se necesitan 12 varillas con igual longitud.

c)..... Para armar un cubo se necesitan más de 12 varillas.

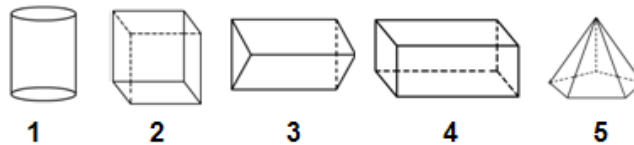
3. Completa las siguientes proposiciones colocando en el espacio en blanco el nombre de la figura o el cuerpo geométrico que falta:

a) El rectángulo y el cuadrado tienen sus lados consecutivos _____.

- b) El ortoedro que tiene sus caras cuadradas e iguales y sus aristas con igual longitud se llama _____.
- c) El rectángulo que tiene sus lados consecutivos iguales se llama _____.

Cuarto grado

1. Observa los siguientes cuerpos geométricos y reconoce, para cada caso, los pares de caras que están en planos que se cortan y las que están en planos que no se cortan.



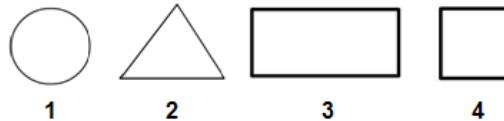
2. Analiza las siguientes proposiciones y selecciona todas las correctas. Argumente las falsas.

- a).....El punto, la recta y el plano no son ilimitados.
- b).....Tanto las rectas como los planos se cortan o son paralelos.
- c).....Las rectas se cortan en un punto, mientras que los planos se cortan en una recta.
- d).....Cada punto en una recta determina más de dos semirrectas. Las semirrectas obtenidas son opuestas.
- e).....Cada recta en un plano determina menos de dos semiplanos. Los semiplanos obtenidos son opuestos.

ANEXO 13. SEGUNDAS PRUEBAS PEDAGÓGICAS APLICADAS A ESCOLARES DEL PRIMER CICLO DE LA EDUCACIÓN PRIMARIA ANTES DE LA EVALUACIÓN PRÁCTICA DE LA ESTRATEGIA DIDÁCTICA

Primer grado

1. Dadas las siguientes figuras geométricas:



a) Menciona, para cada caso, objetos del entorno que tienen alguna de sus caras con esa forma geométrica.

b) ¿Cuál es el nombre de estas figuras geométricas?

2. En las figuras se han representado grupos de varillas. Selecciona los grupos que pueden utilizarse para armar un rectángulo.

a).....



b).....



c).....



3. Analiza las siguientes proposiciones y selecciona, marcando con una equis (X), la respuesta correcta:

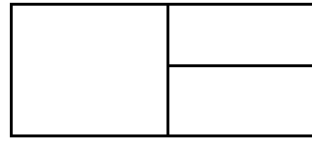
a)..... El cuadrado y el rectángulo tienen cuatro segmentos, llamados lados y cuatro puntos o vértices. El cuadrado no es un rectángulo.

b)..... El cuadrado y el rectángulo tienen cuatro segmentos, llamados lados y cuatro puntos o vértices. El cuadrado es un rectángulo.

c)..... El cuadrado y el rectángulo no tienen cuatro segmentos, llamados lados y cuatro puntos o vértices.

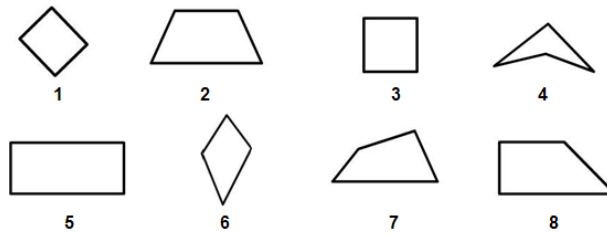
4. Observa la siguiente figura y determina, marcando con una equis (X), la mayor cantidad de rectángulos que encuentras.

- a).....3 rectángulos.
 b).....5 rectángulos.
 c).....6 rectángulos.



Segundo grado

1. Dado los siguientes cuadriláteros:



- a) Selecciona los que son rectángulos.
 b) Menciona dos objetos que conozcas que tengan alguna de sus caras con esa forma geométrica.
2. Analiza la siguiente proposición y diga si es verdadera o falsa:

“Algunos cuadrados son rectángulos”.

a) Argumente.

3. En las figuras se han representado tres grupos de varillas. Selecciona qué grupos pueden utilizarse para armar rectángulos.

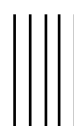
a).....



b).....

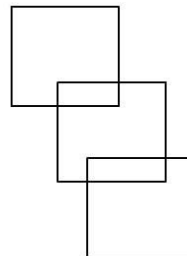


c).....



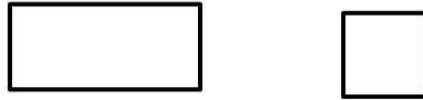
4. Observa la siguiente figura y selecciona, marcando con una equis (X), la mayor cantidad de rectángulos que encuentras:

- a).....3 rectángulos.
 b).....4 rectángulos.
 c).....5 rectángulos.



Tercer grado

1. Dadas las siguientes figuras geométricas:

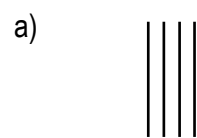


a) Menciona, para cada caso, objetos que conozcas que tenga en sus caras esa forma geométrica.

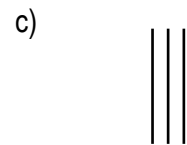
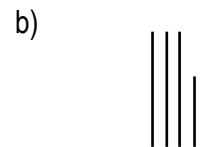
b) ¿Cuál es el nombre de estas figuras geométricas?

2. Enlaza el nombre de cada figura geométrica con el grupo de varillas que se necesita para armarla.

1) rectángulo



2) cuadrado



3. Señala, marcando con una equis (X), la mayor cantidad de cuadrados que encuentras en esta figura:

a).....5 cuadrados.

b).....6 cuadrados.

c).....7 cuadrados.



4. ¿Por qué se puede afirmar que todo cuadrado es rectángulo?

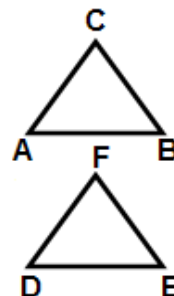
5. Dadas las siguientes opciones señala, marcando con una equis (X), la forma en que se puede obtener el triángulo ABC, a partir del triángulo DEF, por movimiento:

a).....Se ha trasladado hacia la izquierda.

b).....Se ha trasladado hacia abajo.

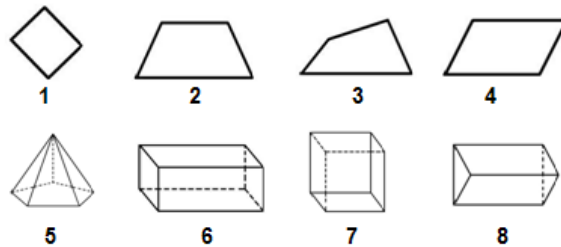
c).....Se ha trasladado hacia arriba.

d).....Se ha trasladado hacia la derecha.



Cuarto grado

1. Dadas las siguientes figuras y cuerpos geométricos:



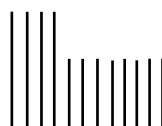
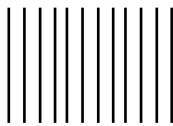
- Menciona objetos del entorno que tienen la forma geométrica de los cuerpos 6, 7 y 8.
- Nombra estas figuras y cuerpos geométricos.
- Observa las figuras geométricas 1, 2, 3 y 4 y explica en qué se parecen.
- Observa los cuerpos 5, 6, 7 y 8 y explica en qué se parecen y en qué se diferencian.

2. Selecciona el grupo de varilla que se necesita para armar un cubo:

a).....

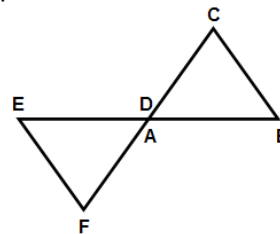
b).....

c).....



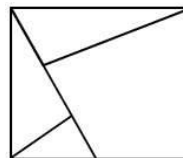
3. Dadas las siguientes opciones señala, marcando con una equis (X), la forma en que se puede obtener el triángulo DEF a partir del triángulo ABC por movimiento:

-Se ha girado hacia la derecha.
-Se ha girado hacia la izquierda.
-Se ha trasladado hacia abajo.



4. Determina, marcando con una equis (X), la mayor cantidad de cuadriláteros que encuentras en esta figura:

-2 cuadriláteros.
-3 cuadriláteros.
-4 cuadriláteros.



ANEXO 14. PROGRAMA PARA LA PREPARACIÓN METODOLÓGICA DE DOCENTES DEL PRIMER CICLO DE LA EDUCACIÓN PRIMARIA

FUNDAMENTACIÓN

El presente programa se fundamenta en la necesidad de perfeccionar el proceso de enseñanza-aprendizaje de la geometría en el primer ciclo de la ENU “Juan Suárez del Villar”, de modo que se contribuya al desarrollo de habilidades geométricas en sus escolares, a partir de la implementación de una estrategia didáctica.

OBJETIVO GENERAL

Capacitar a los docentes del primer ciclo de la ENU “Juan Suárez del Villar” para la introducción de una estrategia didáctica que manera que se contribuya al desarrollo de habilidades geométricas en los escolares.

PLAN TEMÁTICO Y DISTRIBUCIÓN DEL TIEMPO

TEMA	TÍTULO	HORAS CLASE
1	La formación de conceptos y procedimientos geométricos en el primer ciclo de la Educación Primaria	4
2	El desarrollo de habilidades geométricas en el primer ciclo de la Educación Primaria.	4
TOTAL		8

TEMA I. LA FORMACIÓN DE CONCEPTOS Y PROCEDIMIENTOS GEOMÉTRICOS EN EL PRIMER CICLO DE LA EDUCACIÓN PRIMARIA.

OBJETIVOS

1. Analizar los diferentes tipos de conceptos, así como los objetos geométricos fundamentales que se abordan en el primer ciclo de la Educación Primaria.
2. Ejemplificar cómo aplicar en el tratamiento de los contenidos geométricos los procedimientos algorítmicos y heurísticos.
3. Demostrar la utilización de las acciones propuestas en la formación de los conceptos geométricos abordados, a partir de la concepción metodológica de la geometría en este ciclo (intuitiva-operativa-perceptual-práctica).
4. Ejemplificar cómo se ponen de manifiesto los principios que sustentan el proceso de enseñanza-aprendizaje de la geometría en la Educación Primaria, en su primer ciclo.

CONTENIDOS

Conceptos. Tipos de conceptos. Objetos geométricos fundamentales abordados en el primer ciclo de la Educación Primaria. Los procedimientos geométricos. Acciones para la formación de conceptos. Principios que sustentan el proceso de enseñanza-aprendizaje de la geometría en la Educación Primaria; su concreción en el primer ciclo.

INDICACIONES METODOLÓGICAS

Para el desarrollo de este tema se recomiendan dos encuentros, de dos horas cada uno.

En el primer encuentro se propone destacar la importancia del estudio de la geometría desde los primeros grados, teniendo presente el modelo de escuela primaria, antes de precisar los objetos geométricos que son abordados en el primer ciclo de la Educación Primaria, así como los diferentes tipos de conceptos (objeto, operación y relación) y procedimientos (algorítmicos y heurísticos). Se considera necesario que se ejemplifiquen las acciones para la formación de objetos geométricos, en varios conceptos del ciclo.

En el segundo encuentro, por la importancia que tiene, se dedicará a analizar los principios que sustentan el proceso de enseñanza-aprendizaje de la geometría en el primer ciclo de la Educación Primaria y las acciones para su aplicación. Debe analizarse, además, el carácter de sistema que tienen en el proceso de enseñanza-aprendizaje.

TEMA 2. EL DESARROLLO DE HABILIDADES GEOMÉTRICAS EN EL PRIMER CICLO DE LA EDUCACIÓN PRIMARIA.

OBJETIVOS

1. Analizar las habilidades geométricas a desarrollar en el primer ciclo de la Educación Primaria.
2. Utilizar acciones y operaciones para el desarrollo de habilidades geométricas.
3. Valorar los niveles de desarrollo de habilidades geométricas propuestos para el primer ciclo de la Educación Primaria.
4. Elaborar instrumentos que permitan determinar el nivel de desarrollo de habilidades geométricas en los escolares.
5. Explicar cómo diagnosticar el nivel del desarrollo de habilidades geométricas, a partir de los instrumentos elaborados.

CONTENIDOS

Las habilidades geométricas en el primer ciclo de la Educación Primaria. Acciones y operaciones para el desarrollo de habilidades geométricas. Niveles para el desarrollo de habilidades geométricas. Instrumentos para diagnosticar el desarrollo de habilidades geométricas.

INDICACIONES METODOLÓGICAS

Para el desarrollo de este tema se recomiendan, igualmente, dos encuentros, de dos horas cada uno.

El primero, para abordar las habilidades geométricas que se deben desarrollar en el primer ciclo de la Educación Primaria; las acciones y operaciones para el desarrollo de habilidades geométricas y los niveles para el desarrollo de habilidades geométricas, a partir de ejemplos concretos que propicien reconocer la necesidad de elevar el nivel de desarrollo de habilidades en los escolares.

En el segundo encuentro se propone que se ofrezca la oportunidad a los docentes de elaborar instrumentos para diagnosticar el desarrollo de habilidades geométricas en los escolares, a partir de los niveles propuestos. Se sugiere además que los docentes clasifiquen los ejercicios que aparecen en los libros de texto y cuadernos de trabajo de cada grado, de acuerdo con los niveles abordados.

EVALUACIÓN

Se propone que se realice de forma sistemática a partir de las explicaciones, valoraciones y argumentaciones que se realizan en cada tema.

Por tal razón se debe utilizar el encuentro taller como forma de organización de la docencia, que permite proyectar desde el trabajo independiente y la autopreparación un sistema de actividades teórico-prácticas en función de los objetivos propuestos.

BIBLIOGRAFÍA

- Ballester Pedroso, S, y otros. 2001. Metodología de la enseñanza de la Matemática I. La Habana: Pueblo y Educación, 2001.
- . 2002. Metodología de la enseñanza de la Matemática II. La Habana: Pueblo y Educación, 2002.
- Barcia Martínez, Robert. 2002. Geometría para maestros primarios. I parte. La Habana: Pueblo y Educación, 2002.
- Bernabeus Plous, Matilde, y otros. 2005. Orientaciones metodológicas para instrumentar los ajustes curriculares en la Educación Primaria. Curso escolar 2004-2005. La Habana: Pueblo y Educación, 2005.

-
- Cuba. Ministerio de Educación. 2007. Programa Matemática Educación Primaria. La Habana: Pueblo y Educación, 2007.
- León González, J.L. y Martínez Barcia, R. (2010). Principios para el desarrollo de habilidades geométricas en la Educación Primaria (documento impreso).
- __. (2010). Orientaciones metodológicas complementarias para el tratamiento de los contenidos geométricos en el primer ciclo de la Educación Primaria (documento impreso).
- Rico Montero, Pilar, Santos Palma, Edith Miriam y Martín-Viaña Cuervo, Virginia. 2008. Exigencias del modelo de escuela primaria para la dirección por el maestro de los procesos de educación, enseñanza y aprendizaje. La Habana: Pueblo y Educación, 2008.
- Rizo Cabrera, Celia, y otros. 2001. Orientaciones metodológicas: Cuarto Grado II. La Habana: Pueblo y Educación, 2001.
- Starke, Hort y Türke, Wolfram. 1974. Fundamentos teóricos de la enseñanza de la geometría y orientaciones metódicas sobre la estructuración de la enseñanza. La Habana: Pueblo y Educación, 1974.

ANEXO 15. ENCUESTA A DOCENTES DEL PRIMER CICLO DE LA EDUCACIÓN PRIMARIA ANTES Y DESPUÉS DE LA PREPARACIÓN METODOLÓGICA OFRECIDA

Encuesta aplicada antes de realizarse la preparación metodológica

Maestro:

Con el propósito de determinar las causas que afectan el proceso de desarrollo de habilidades geométricas en el primer ciclo de la Educación Primaria y contribuir a su solución es que se lleva a cabo la siguiente investigación. Es por ello que sobre la base de los elementos que Ud. aportará se perfeccionará la estrategia didáctica que se propone para lograr tal fin.

Por favor, responda con sinceridad cada uno de los elementos que se piden y muchas gracias por su colaboración.

1. En el desarrollo del proceso de enseñanza-aprendizaje de los contenidos geométricos en el primer ciclo:

	Sí	No
Se considera lo suficientemente preparado para abordar los contenidos geométricos del ciclo.		
Logra motivar sus escolares en clases de contenidos geométricos.		
Utiliza medios de enseñanza que contribuyen a la abstracción y generalización de los contenidos geométricos.		
Establece relación entre los contenidos geométricos y el resto de las asignaturas que imparte.		
Apoya con ejemplificaciones la utilidad de los contenidos geométricos en la vida.		
La cantidad de horas que dedica a los contenidos geométricos en el grado que imparte es suficiente.		

2. ¿Cuáles son las principales causas que afectan el proceso de desarrollo de habilidades geométricas en el grado que imparte?

Encuesta aplicada luego de realizarse la preparación metodológica

Maestro:

La presente encuesta tiene como objetivo conocer su criterio sobre los elementos de la estrategia didáctica para el desarrollo de habilidades geométricas en el primer ciclo de la Educación Primaria y la preparación metodológica realizada.

Nuevamente le damos las gracias y confiamos en los criterios que aportará.

1. ¿Cuál es su opinión acerca de los elementos de la estrategia didáctica que se ofrece?
2. ¿Qué considera de los materiales docentes ofrecidos?
3. En relación con la preparación metodológica recibida, mencione los aspectos positivos y negativos que detectó en el desarrollo de cada encuentro.

ANEXO 16. GUÍA PARA LA OBSERVACIÓN DE CLASES DE CONTENIDO GEOMÉTRICO EN EL PRIMER CICLO DE LA EDUCACIÓN PRIMARIA (CURSOS ESCOLARES: 2009-2010 Y 2010-2011)

Observadores: _____

Nombre del maestro: _____

Escuela: _____

Grado: _____. Fecha: _____

1. Observar el proceso de enseñanza-aprendizaje de la geometría en el primer ciclo de la Educación Primaria, teniendo en cuenta los principales momentos de la clase (orientación, ejecución y control), a partir de los siguientes aspectos:

No	Elementos a observar	Calificación			
		5	4	3	2
1	Aseguramiento de las condiciones previas.				
2	Orientación de los escolares hacia las acciones a realizar, cómo hacerlo y el orden en que debe resolverlas.				
3	Uso de los medios de enseñanza para la apropiación de los conceptos y procedimientos geométricos.				
4	Ambiente educativo durante el desarrollo del proceso de enseñanza-aprendizaje.				
5	Calidad de ejercicios propuestos para el desarrollo de habilidades geométricas, por contenido específico.				
6	Participación de los escolares en la búsqueda de soluciones.				
7	Disciplina del grupo ante las actividades propuestas.				
8	Dominio del vocabulario geométrico en las respuestas dadas.				
9	Empleo de nuevas situaciones para generalizar los conocimientos.				
10	Dominio de las posibles respuestas dadas por los escolares.				
11	Aplicación de los contenidos estudiados a nuevas situaciones.				
12	Diagnóstico y seguimiento de los escolares a partir de los niveles ofrecidos.				

La calificación para los indicadores ha de realizarse atendiendo la siguiente escala:

5: Existe alta presencia del indicador.

3: Se aprecia mediana presencia del indicador.

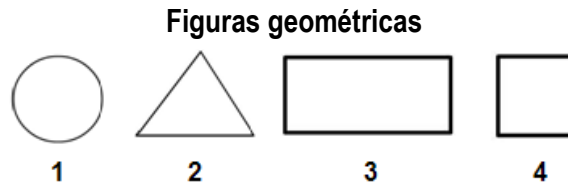
4: Se aprecia poca presencia del indicador.

2: No se observa presencia del indicador.

ANEXO 17. PRIMERAS PRUEBAS PEDAGÓGICAS APLICADAS A ESCOLARES DEL PRIMER CICLO DE LA EDUCACIÓN PRIMARIA DESPUÉS DE LA EVALUACIÓN PRÁCTICA DE LA ESTRATEGIA DIDÁCTICA

Primer grado

1. Enlaza cada figura geométrica con su nombre:



Nombres

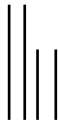
a) Triángulo b) Segmento c) Rectángulo d) Círculo e) Cuadrado

2. En la figura se han representado grupos de varillas. Selecciona, marcando con una equis (X), qué grupo no puede utilizarse para armar un rectángulo.

a).....



b).....



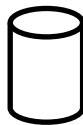
c).....



3. Completa la siguiente proposición colocando en el espacio en blanco el nombre de la figura geométrica que falta:

“El rectángulo que tiene sus cuatro lados iguales se llama _____”.

4. Selecciona, marcando con una equis (X), la figura que se observa si se mira este cuerpo geométrico desde arriba.



a).....



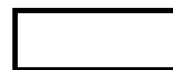
b).....



c).....



d).....



5. Observa la siguiente figura y determina, marcando con una equis (X), la mayor cantidad de rectángulos que encuentras.

a)..... 3 rectángulos.

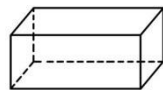
b)..... 5 rectángulos.

c)..... 6 rectángulos.



Segundo grado

1. Dado el siguiente cuerpo geométrico:



a) Menciona dos objetos que conozcas que tengan esa forma geométrica.

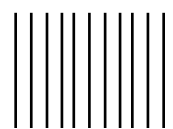
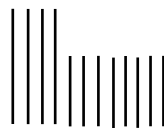
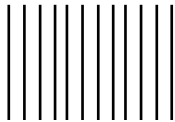
b) ¿Cuál es el nombre de este cuerpo geométrico?

2. En la figura se han representado grupos de varillas. Selecciona, marcando con una equis (X), qué grupos pueden utilizarse para armar un ortoedro.

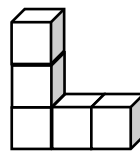
a).....

b).....

c).....



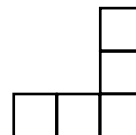
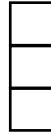
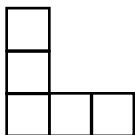
3. Selecciona, marcando con una equis (X), la figura plana que observas si miras este cuerpo desde la izquierda:



a).....

b).....

c).....

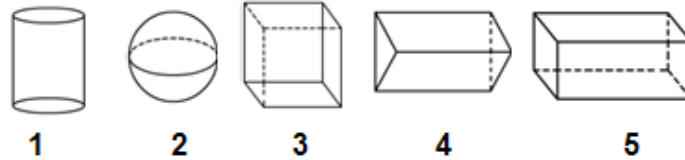


4. ¿Por qué se puede afirmar que el cubo es un ortoedro?

5. Explica la razón por la cual las pelotas ruedan con facilidad.

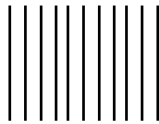
Tercer grado

1. Dados los siguientes cuerpos geométricos:

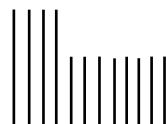


- a) Menciona, para cada caso, objetos que conozcas que tengan esa forma geométrica.
 b) ¿Cuál es el nombre de estos cuerpos geométricos?
2. En la figura se han representado grupos de varillas. Selecciona, marcando con una equis (X), qué grupos pueden utilizarse para armar prismas.

a).....



b).....



c).....

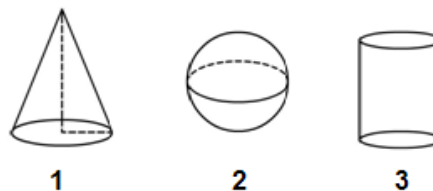


3. Daniel y Felipe construyeron una circunferencia de 3 m de radio y se situaron a 3000 mm y 300 cm de su centro, respectivamente. Analiza la siguiente situación y selecciona, marcando con una equis (X), la respuesta correcta. Argumenta.

- a)..... Daniel y Felipe están dentro de la circunferencia.
 b)..... Daniel y Felipe están a la misma distancia del centro.
 c)..... Daniel y Felipe están fuera de la circunferencia.
4. ¿Por qué se puede afirmar que el ortoedro y el cubo son prismas?
5. Explica la ventaja que tiene la forma ortoédrica de los edificios.

Cuarto grado

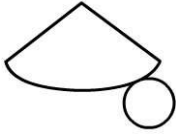
1. Dados los siguientes cuerpos geométricos:



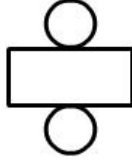
- a) Menciona, para cada caso, objetos que conozcas que tengan esa forma geométrica.
 b) ¿Cuál es el nombre de estos cuerpos geométricos?

2. Observa los siguientes desarrollos planos y selecciona, marcando con una equis (X), el que corresponde al del cilindro.

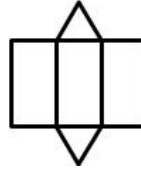
a).....



b).....



c).....



3. Observa los cuerpos 1, 2 y 3 y explica en qué se parecen y en qué se diferencian.

4. Luis construyó una circunferencia de 4 m de diámetro y se situó a 30 dm del centro. Analiza la siguiente situación y selecciona, marcando con una equis (X), la respuesta correcta. Argumenta.

a)..... Luis está en el centro de la circunferencia.

b)..... Luis está fuera de la circunferencia.

c)..... Luis está dentro de la circunferencia.

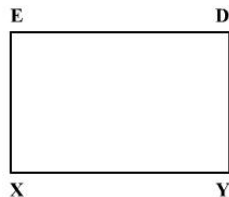
5. Explica la razón por la cual las gomas de un auto ruedan y se trasladan con facilidad.

ANEXO 18. SEGUNDAS PRUEBAS PEDAGÓGICAS APLICADAS A ESCOLARES DEL PRIMER CICLO DE LA EDUCACIÓN PRIMARIA DESPUÉS DE LA EVALUACIÓN PRÁCTICA DE LA ESTRATEGIA DIDÁCTICA

Segundo grado

1. Dada la siguiente figura:

a) Compara los segmentos del rectángulo y selecciona, marcando con una equis (X), la proposición falsa.



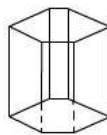
a).....El segmento DE tiene igual longitud que el segmento XY

b).....El segmento XY tiene igual longitud que el segmento DY.

c).....El segmento XE tiene igual longitud que el segmento DY

b) Traza un punto C entre E y D y un punto F entre X y E. Cuenta la cantidad de segmentos que se determinan en la figura.

2. Selecciona, marcando con una equis (X), la figura plana que observas si miras este cuerpo geométrico desde la derecha.

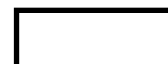


a).....

b).....

c).....

d).....



3. Enlaza el nombre de cada figura geométrica con sus propiedades.

Figuras geométricas

1. Cuadrado.
2. Triángulo.
3. Rectángulo.

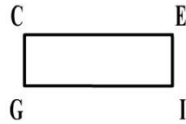
Propiedades

- a) Rectángulo que tiene sus cuatro lados iguales.
- b) Figura geométrica de cuatro lados y cuatro vértices.
- c) Figura geométrica de tres lados y tres vértices.

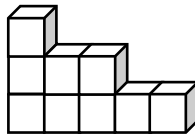
Tercer grado

1. Dada la siguiente figura:

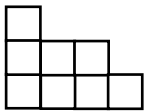
a) Traza los segmentos CI y GE y reconoce la cantidad de triángulos que se determinan.



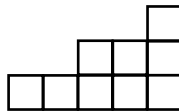
2. Selecciona, marcando con una equis (X), la figura plana que observas si miras este cuerpo desde arriba:



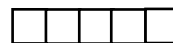
a).....



b)



c).....



3. Completa la siguiente proposición:

“El ortoedro que tiene sus seis caras cuadradas e iguales y sus aristas con _____ longitud se llama _____”.

4. Observa un ladrillo y explica la ventaja que tiene su forma de ortoedro.

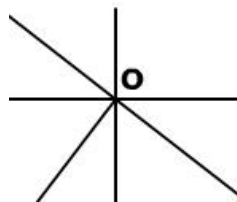
Cuarto grado

1. Observa la siguiente figura y selecciona, marcando con una equis (X), la mayor cantidad de pares de semirrectas que son opuestas:

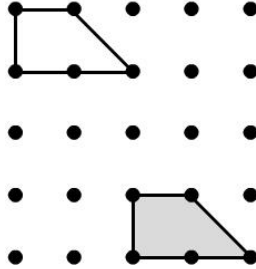
a)..... 3 pares de semirrectas.

b)..... 4 pares de semirrectas.

c)..... 7 pares de semirrectas.



2. Traza dos segmentos AB y CD de 5 cm y 40 mm, respectivamente. Compáralos.
3. Selecciona, marcando con una equis (X), cuál de los siguientes procedimientos debes seguir para trasladar en el geoplano la figura sombreada hasta la posición que ocupa la otra.



- a)La muevo 3 unidades hacia arriba y 1 a la izquierda.
- b)La muevo 3 unidades hacia la izquierda y 2 hacia arriba.
- c)La muevo 2 unidades hacia la izquierda y 3 hacia arriba.

4. Enlaza el nombre de cada cuerpo geométrico con sus propiedades.

Cuerpo geométrico

1. Cubo.
2. Esfera.
3. Ortoedro.

Propiedades

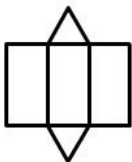
- a) Cuerpo geométrico limitado por 6 caras, 8 vértices y 12 aristas.
- b) Ortoedro que tiene sus caras cuadradas e iguales.
- c) Cuerpo geométrico redondo que no tiene vértices ni aristas.

5. Observa las tuberías de transportar el agua y explica la ventaja que tiene su forma de cilindro.

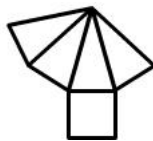
Quinto grado

1. Luisa y Felipe viven a 1000 m y 1 km de su escuela, respectivamente. ¿Cuál de los dos vive más lejos? Argumenta.
2. Observa los siguientes desarrollos planos y selecciona, marcando con una equis (X), el que corresponde al de la pirámide.

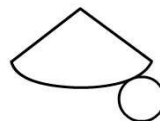
a).....



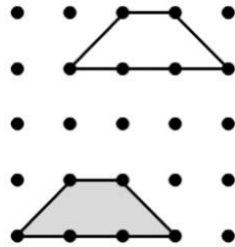
b).....



c).....



3. Selecciona, marcando con una equis (X), cuál de los siguientes procedimientos debes seguir para trasladar en el geoplano la figura sombreada hasta la posición que ocupa la otra.



- a)..... La muevo 3 unidades hacia arriba.
- b)..... La muevo 1 unidad hacia la derecha y 3 hacia arriba.
- c)..... La muevo 1 unidad hacia la izquierda y 2 hacia abajo.

4. Enlaza el nombre de cada cuerpo geométrico con sus propiedades.

Cuerpo geométrico	Propiedades
1. Cilindro.	a) Prisma de base rectangular.
2. Cubo.	b) Cuerpo geométrico limitado por 2 polígonos paralelos e iguales, como bases y sus otras caras rectangulares.
3. Prisma.	c) Ortoedro de seis caras cuadradas e iguales y sus aristas con igual longitud.
4. Esfera.	d) Cuerpo geométrico redondo que no tiene vértices ni aristas.
5. Ortoedro.	e) Cuerpo geométrico limitado por una superficie curva y dos círculos iguales y paralelos, como bases.

5. Observa un embudo y explica la ventaja que tiene su forma de cono.

ANEXO 19. PROCESAMIENTO ESTADÍSTICO DEL NIVEL DE DESARROLLO DE HABILIDADES GEOMÉTRICAS EN LOS ESCOLARES ANTES Y DESPUÉS DE LA INTRODUCCIÓN DE LA ESTRATEGIA DIDÁCTICA

Procesamiento estadístico del nivel de desarrollo de habilidades geométricas en los escolares antes de la introducción de la estrategia didáctica

Estadísticos

		Preprueba 1	Preprueba 2
N	Válidos	106	106
	Perdidos	0	0
Mediana		1,00	1,00
Moda		1	1

Tabla de frecuencia

Preprueba 1

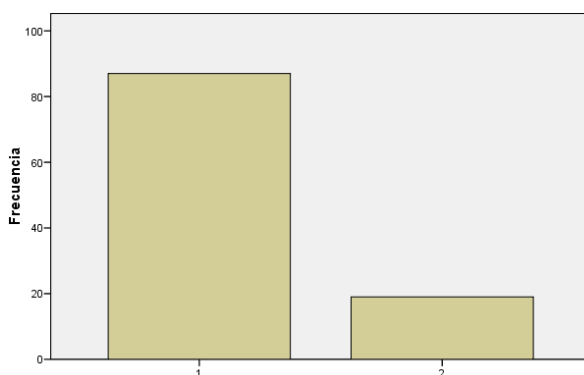
		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Nivel I	1	87	82,1	82,1	82,1
Nivel II	2	19	17,9	17,9	100,0
Total		106	100,0	100,0	

Preprueba 2

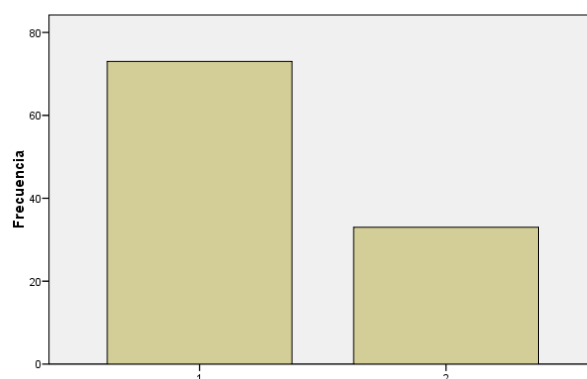
		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Nivel I	1	73	68,9	68,9	68,9
Nivel II	2	33	31,1	31,1	100,0
Total		106	100,0	100,0	

Gráficos de barras

Preprueba1



Preprueba 2



Procesamiento estadístico del nivel de desarrollo de habilidades geométricas en los escolares después de la introducción de la estrategia didáctica

Estadísticos

		Postprueba 1	Postprueba 2
N	Válidos	106	106
	Perdidos	0	0
Mediana		2,00	2,00
Moda		2	2

Tabla de frecuencia

Postprueba 1

		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Nivel I	1	37	34,9	34,9	34,9
Nivel II	2	46	43,4	43,4	78,3
Nivel II	3	23	21,7	21,7	100,0
Total		106	100,0	100,0	

Postprueba 2

		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Nivel I	1	27	25,5	25,5	25,5
Nivel II	2	51	48,1	48,1	73,6
Nivel II	3	28	26,4	26,4	100,0
Total		106	100,0	100,0	

Gráficos de barras

