



UNIVERSIDAD DE CIENFUEGOS "Carlos Rafael Rodríguez"
FACULTAD DE INGENIERÍA MECÁNICA
Institución autorizada: Departamento de Mecánica Aplicada y
Dibujo de la Universidad Central de las Villas

TESIS PRESENTADA EN OPCIÓN AL GRADO
CIENTÍFICO DE DOCTOR EN CIENCIAS
TÉCNICAS.

METODOLOGÍA DE CÁLCULO PARA LA
COMPROBACIÓN DE LA ESTABILIDAD, EL
DISEÑO DEL SISTEMA DE AMORTIGUACIÓN Y
LA OPTIMIZACIÓN DE LAS DIMENSIONES
RADIALES DEL CUERPO DE LOS CILINDROS
OLEOHIDRÁULICOS.

Autor: Ing. Víctor G. Gómez Rodríguez.

Cienfuegos 2004

RESUMEN

La industria nacional productora de cilindros hidráulicos no se encuentra al margen de la competitividad y requiere de herramientas que le garanticen lograr eficiencia y efectividad en el diseño de estos elementos de máquina.

El trabajo “Metodología de cálculo para la comprobación de la estabilidad, el diseño del sistema de amortiguación y la optimización de las dimensiones radiales del cuerpo de los cilindros oleohidráulicos” está dirigido a desarrollar una metodología para la determinación de las dimensiones óptimas en la dirección radial del cuerpo de los cilindros oleohidráulicos a partir de la minimización del peso de este, garantizando adecuadas resistencia a la explosión y rigidez, desarrollar un método analítico para la comprobación de la estabilidad en la etapa de diseño y un modelo matemático para los cálculos de diseño de los sistemas de amortiguación y, en consecuencia, elaborar métodos prácticos para comprobar la estabilidad, con una mayor aproximación a las condiciones reales y dimensionar el sistema de amortiguación de los cilindros oleohidráulicos.

El resultado del trabajo se presenta como un conjunto de modelos matemáticos que fortalecen el conocimiento ingenieril en esta rama del saber y posibilitan la formulación de metodologías prácticas para el mejoramiento del diseño de los cilindros.

Palabras clave : Sistema de amortiguación, cilindros oleohidráulico

Índice	Pag.
INTRODUCCION	1
CAPÍTULO I: ESTADO DEL ARTE.	
1.1 Introducción.....	6
1.2 Generalidades de los cilindros oleohidráulicos.....	6
1.3 Análisis de las particularidades del diseño del cuerpo de los cilindros hidráulicos.....	7
1.4 Estudios de Estabilidad de los Cilindros Oleohidráulicos.	
Estado del arte	10
1.4.1 Caracterización de la situación de los cilindros hidráulicos desde el punto de vista de la posible pérdida de la estabilidad del equilibrio .	10
1.4.2 Consideraciones generales acerca del Estado del Arte en los problemas de estabilidad del equilibrio en elementos comprimidos..	12
1.4.3 Métodos de evaluación de la posible pérdida de la estabilidad del equilibrio en elementos comprimidos.....	12
1.4.3.1 Método Clásico de Euler.....	13
1.4.3.2 Fórmulas Empíricas.....	13
1.4.3.3 Método del Coeficiente φ de Reducción de la Tensión Admisible	14
1.4.3.4 Métodos energéticos.....	15
1.4.3.5 Método de los Parámetros de Origen.....	16
1.4.3.6 Método de la Integración Numérica de la Ecuación Diferencial de la Curva Elástica de la Barra.....	17
1.4.3.7 Particularidades del Método de los Elementos Finitos para la evaluación de la Carga Crítica de elementos comprimidos	17
1.4.4 Estudios de estabilidad en los cilindros oleohidráulicos	19
1.5 Diseño de los sistemas de desaceleración en los cilindros oleohidráulicos.	
Estado del arte	24
1.5.1 Particularidades de los sistemas de amortiguación integrados en los cilindros.....	28
1.5.1.1 Sistemas de amortiguación por orificio calibrado	28
1.5.1.2 Sistemas de amortiguación mediante holgura entre espiga y cavidad	29
1.5.1.3 Sistemas de amortiguación en cilindros con válvulas insertadas en el pistón.....	31
1.5.2 Tendencias del diseño de los sistemas de amortiguación integrados en los cilindros	32

CAPITULO II. ANÁLISIS Y MODELACION DE LOS PROBLEMAS DE ESTABILIDAD EN LOS CILINDROS OLEOHIDRÁULICOS.	
2.1 Consideraciones iniciales	35
2.2 Características generales del nuevo esquema de análisis empleado.....	36
2.3 Consideraciones básicas y simplificaciones asumidas en el análisis...	37
2.4 Estudio de la influencia de la holgura radial en la estabilidad de los cilindros ..	40
2.4.1 Esquema de análisis propuesto.....	40
2.4.2 Método de análisis	41
2.4.3 Análisis del comportamiento de la desviación angular.....	41
2.4.4 Análisis del problema cuando no existe contacto metal-metal.....	45
2.4.5 Análisis del problema cuando existe una limitación de movimiento (un punto de contacto).....	47
2.4.5.1 Caso 1: Contacto entre la pared interior del cuerpo del cilindro y el borde de la cara frontal de la cabeza del pistón.....	47
2.4.5.2 Caso 2: Contacto del vástago con el borde exterior del buje guía.	48
2.4.6 Análisis del problema cuando existen dos limitaciones de movimiento	50
2.4.6.1 Caso 1: Contacto entre la pared interior del cuerpo del cilindro y los bordes de las caras de la cabeza del pistón	50
2.4.6.2 Caso 2: Contacto del vástago con las caras interior y exterior del buje guía	51
2.4.6.3 Caso 3: Contacto entre el borde de la cara frontal de la cabeza del pistón y la pared del cilindro y entre el vástago y el borde la cara externa del buje guía.....	53
2.5 Particularidades del análisis de estabilidad en los cilindros de un paso.....	54
2.6 Validación experimental del modelo propuesto.....	61
2.7 Condición de inicio de la pérdida de la estabilidad del cilindro hidráulico.....	63
2.8 Condición de pérdida total de la estabilidad en el cilindro hidráulico.....	64
2.9 Conclusiones del capítulo	68
CAPÍTULO III. METODOLOGÍAS DE CÁLCULO PARA SISTEMAS DE AMORTIGUACIÓN EN CILINDROS OLEOHIDRÁULICOS.	
3.1 Cálculo de la presión inicial del proceso de amortiguación.	70
3.2 Análisis teórico y propuesta de metodología de cálculo para sistemas de amortiguación en cilindros oleohidráulicos con espiga cilíndrica	72
3.3 Aplicación de las metodologías propuestas al diseño de sistemas de amortiguación de cilindros hidráulicos de producción nacional.	86
3.4 Conclusiones del capítulo	90
CAPÍTULO IV. OPTIMIZACIÓN DEL DISEÑO DEL CUERPO DE LOS CILINDROS OLEOHIDRÁULICOS	
4.1 Introducción.	92
4.2 Obtención del valor de la presión P que minimiza el diámetro exterior de la camisa.	93
4.3 Enfoque multicriterial en la optimización de la relación de los diámetros del cuerpo del cilindro oleohidráulico.	96
4.3.1 Planteamiento del problema.....	96
4.3.2 Definición del parametro característico α y los numeros adimensionales	97
4.3.3 Determinación del valor óptimo del parámetro característico α	99
4.3.4 Determinación de la influencia del material en el rango óptimo de caracteris dimensiones del cuerpo del cilindro oleohidráulico.....	102
4.4 Conclusiones del capítulo.....	104
CONCLUSIONES	106
RECOMENDACIONES	108
BIBLIOGRAFIA	109
ANEXOS	

INTRODUCCION

La industria oleohidráulica mundial, en las últimas décadas, ha trabajado en la optimización del diseño y la manufactura de aplicaciones destinadas a equipos de la industria metalmecánica, la agricultura, el transporte, la aeronáutica y la industria espacial.

En la Universidad de Cienfuegos desde el año 1988 el grupo de trabajo de Hidráulica de la Facultad de Ingeniería Mecánica comienza a desarrollar investigaciones vinculadas con la temática de los cilindros oleohidráulicos y en 1990 se crea el Centro de Estudios de la Oleohidráulica y la Neumática quien de conjunto con la Empresa Oleohidráulica de Cienfuegos José Gregorio Martínez han llevado a cabo trabajos destinados al perfeccionamiento de la producción nacional de cilindros. Esta empresa fue pionera en la fabricación de estos elementos en Cuba desde 1979 y ha desarrollado una meritoria labor en el suministro de estos elementos a la industria y el transporte nacional.

Una parte de las estrategias asumidas por las empresas productoras de cilindros hidráulicos apuntan hacia la personalización del producto que ofrecen al mercado, por lo que la fabricación de cilindros a pedidos, al margen de las producciones seriadas tradicionales, ha pasado a ser una fuente importante de ingresos de estas empresas. Es por ello que en la actualidad una de las tendencias en la optimización del diseño de los cilindros hidráulicos va dirigida fundamentalmente hacia el desarrollo de modelos de cilindros que cumplan con las exigencias de mínimo peso, mínimas dimensiones y alta fiabilidad ^[14,60,73].

Las firmas productoras de cilindros hidráulicos han desarrollado diversas metodologías para el diseño y el dimensionado de sus partes aplicando la resistencia de materiales o modelos, tanto computarizados como empíricos que logran, en algunos casos, una alta efectividad en su aplicación mientras que en otros hacen aproximaciones para simplificarlos que los hacen menos exactos. La industria nacional no ha estado ajena a esta situación, y si bien al inicio comenzó a partir de la reproducción de cilindros de otras firmas, hoy tiene sus propias metodologías y diseña completamente los cilindros que produce.

La optimización del diseño de los cilindros oleohidráulicos para la industria nacional, a partir de nuevos modelos matemáticos que respondan a los requisitos y las exigencias que se les imponen a estos agregados, aumenta la competitividad del producto

oleohidráulico cubano en el terreno internacional y aporta nuevos elementos al conocimiento en este tema.

Como resultado de estudios realizados se ha podido constatar que las exigencias de reducción de peso y prevención de las fallas primarias en los cilindros oleohidráulicos, provocados fundamentalmente por la falta de resistencia y la pérdida de la estabilidad que conllevan al colapso de los sistemas oleohidráulicos, no se ha abordado suficientemente en las investigaciones publicadas o responden a modelos aproximados en la generalidad de los casos.

La **situación problemática** se define por la necesidad de un diseño de los cilindros oleohidráulicos a partir de esquemas de análisis y de modelos matemáticos más precisos que describan los fenómenos y condiciones a las que están sometidos estos elementos de manera que se garantice un adecuado dimensionamiento de sus partes y componentes.

El **análisis bibliográfico** reconoce que los métodos existentes para los cálculos de diseño o para la prevención de fallas de algunas de las partes y sistemas de los cilindros oleohidráulicos son basados en aproximaciones teóricas que no responden a las particularidades y esquemas reales de carga de estos elementos.

La obtención de esquemas de análisis y modelos matemáticos que se acerquen más a las condiciones reales de trabajo de los cilindros oleohidráulicos y la formulación, a partir de ellos, de metodologías de cálculo que permitan el perfeccionamiento del dimensionamiento de sus partes y componentes, constituyen un **problema científico** a resolver ya que los métodos de cálculo para el diseño, recogidos en la literatura especializada están basados en aproximaciones que, generalmente, provocan el sobredimensionamiento.

Para ello fue necesario llevar a cabo un proceso de investigación profundo apoyado en métodos y técnicas con un adecuado rigor científico.

Los argumentos expuestos conducen a formular la **hipótesis** de este trabajo como sigue:

- Es posible desarrollar modelos y métodos de cálculo que permitan dimensionar correctamente el sistema de amortiguación, determinar las dimensiones en la dirección radial del cuerpo que garantice optimizar multicriterialmente su diseño y tomar en cuenta las holguras y el peso propio del cilindro, entre otros elementos, en el esquema de análisis para los cálculos de estabilidad.

A partir del enunciado de la hipótesis se deriva el **objeto de estudio teórico** de este trabajo que consiste en el mejoramiento del diseño de los cilindros oleohidráulicos de

producción nacional con el establecimiento de modelos matemáticos que respondan a las condiciones reales de trabajo de estos elementos de máquina. El **objeto de estudio práctico** es la industria oleohidráulica cubana y la validez de la hipótesis se singulariza en la Empresa Oleohidráulica de Cienfuegos José Gregorio Martínez que en conjunto con el Centro de Estudios de la Oleohidráulica y la Neumática de la Universidad de Cienfuegos Carlos Rafael Rodríguez han trabajado en investigaciones conjuntas encaminadas a elevar su competitividad y prestigio.

El **objetivo general** que se persigue con el desarrollo de esta investigación está dirigido a mejorar los métodos de cálculo para la verificación de la rigidez, el diseño del sistema de amortiguación y la optimización de las dimensiones radiales de los cilindros oleohidráulicos de producción nacional.

El cumplimiento del objetivo general se realiza mediante el desarrollo de los **objetivos específicos** identificados a continuación:

- Elaborar un esquema de análisis y desarrollar el correspondiente modelo matemático para los cálculos de estabilidad de los cilindros oleohidráulicos a partir de la consideración de las condiciones reales de carga y trabajo de los cilindros oleohidráulicos.
- Desarrollar un nuevo modelo matemático para el cálculo de amortiguación de los cilindros hidráulicos de producción nacional
- Optimizar las dimensiones del cuerpo del cilindro oleohidráulico en la dirección radial de manera que se garantice mínimo de peso y adecuadas resistencia a la explosión y rigidez del cilindro.
- Proponer metodologías prácticas para la comprobación de la estabilidad, el diseño del sistema de amortiguación y la optimización de las dimensiones radiales de los cilindros oleohidráulicos de producción nacional

Para lograr estos objetivos se hace necesario desarrollar, como principales **tareas de investigación**, las que se relacionan a continuación:

- Determinación del estado del arte de la problemática a resolver.
- Elaborar un esquema de análisis y el desarrollo del correspondiente modelo matemático para los cálculos de estabilidad de los cilindros oleohidráulicos que tome en cuenta la influencia de las holguras entre sus elementos y el peso del cilindro, entre otros elementos.

-
- Proponer una metodología práctica para la comprobación de la estabilidad del cilindro en la etapa de diseño.
 - Desarrollar un modelo matemático para el cálculo de amortiguación de los cilindros hidráulicos de producción nacional.
 - Establecer una metodología práctica de cálculo para el diseño del sistema de amortiguación de los cilindros oleohidráulicos de producción nacional.
 - Determinación de las dimensiones del cuerpo del cilindro oleohidráulico en la dirección radial que garanticen la minimización de peso y adecuadas resistencia a la explosión y rigidez del cilindro.
 - Evaluación del diseño de los cilindros oleohidráulicos de producción nacional a partir de los resultados de la optimización multicriterial de las dimensiones del cuerpo.

En el transcurso de la investigación fueron utilizados diversos **métodos**, como son: el enfoque sistémico, el método histórico lógico, el método comparativo, analógico, el análisis y la síntesis, el tratamiento automatizado de la información, la investigación de operaciones, y la estadística.

Los **resultados** de la investigación que se consideran **aportes científicos** son:

1. La propuesta de un nuevo esquema de análisis y la obtención del modelo matemático correspondiente para los cálculos de estabilidad de los cilindros que consideren la influencia de las holguras entre sus elementos, el peso propio del cilindro y del líquido hidráulico, los momentos de fricción en los apoyos articulados, las condiciones generales de rigidez de los apoyos y la ubicación de éstos a lo largo de su longitud, la inclinación del cilindro, las posibles excentricidades de la carga en ambos extremos, la variación en la pendiente producido por la elasticidad de los bujes guías y sellos así como las particularidades constructivas del vástago, lo que constituye además un aporte al conocimiento científico en el cálculo de la estabilidad de sistemas esbeltos de rigidez variable.
2. La obtención de modelos matemáticos para el cálculo de amortiguación de los cilindros hidráulicos con espigas cilíndricas y cónicas
3. La formulación de metodologías prácticas para el dimensionamiento de los sistemas de amortiguación con espigas cilíndricas y cónicas en la etapa de diseño.

-
4. La optimización multicriterial del diseño de las camisas de los cilindros hidráulicos.
 5. La familia de curvas obtenida para la selección de la relación óptima de los diámetros de la camisa de los cilindros hidráulicos en dependencia de las propiedades mecánicas del material.

El trabajo se estructuró en cuatro capítulos. El primero contiene el estado del arte sobre el diseño de los cilindros en general en el ámbito internacional y nacional. El segundo corresponde a la propuesta del nuevo esquema de análisis y el desarrollo del modelo matemático para los cálculos de estabilidad de los cilindros de un paso y el estudio de la influencia de las holguras y el peso del cilindro, entre otros elementos, en los cálculos de pandeo. El tercer capítulo desarrolla modelos matemáticos de dos sistemas típicos de desaceleración de la carga al final de la carrera y formula una metodología práctica para el adecuado dimensionamiento de éstos. El último capítulo presenta la optimización del diseño del cuerpo del cilindro oleohidráulico con un enfoque multicriterial.

Los capítulos se denominan en orden de aparición:

1. Estado del arte.
2. Análisis y modelación de los problemas de estabilidad en los cilindros oleohidráulicos.
3. Metodologías de cálculo para sistemas de amortiguación en cilindros oleohidráulicos.
4. Optimización del diseño del cuerpo de los cilindros oleohidráulicos.

CAPÍTULO I: ESTADO DEL ARTE.

1.1 Introducción.

En las últimas décadas, los cilindros hidráulicos, por su simple estructura, su alta fiabilidad de trabajo y gran compacidad han adquirido una utilización universal. Su manufactura requiere de una tecnología que se caracterice por la elevada exactitud en las dimensiones y acabados superficiales y que sea capaz de garantizar elevada rigidez, resistencia al desgaste, resistencia a la corrosión y a los esfuerzos a los que están sometidos sus elementos componentes.

En investigaciones realizadas en la Universidad Estatal de Oklahoma^[46,104] se han ofrecido análisis estadísticos sobre la durabilidad de los cilindros oleohidráulicos, demostrando que, la durabilidad de los sellos, la pérdida de la estabilidad, la incorrecta desaceleración de la carga al final del recorrido y la deformación del tubo son las causas más frecuentes de falla entre aquellas no concernientes a la contaminación del fluido.

Se elaboró un resumen de las tendencias en el diseño del cuerpo de los cilindros hidráulicos en el mundo por ser éste el elemento que mayor incide en el peso, se realizó un análisis crítico sobre la evolución de los estudios de estabilidad en barras y la aplicación al caso particular de los cilindros hidráulicos y se efectuó, además, un estudio sobre las tendencias en el diseño de los sistemas de desaceleración de la masa en movimiento del cilindro.

1.2 Generalidades de los cilindros oleohidráulicos.

Los cilindros hidráulicos tienen una estructura relativamente simple. En la Fig. 1.1 se muestran las partes fundamentales de estos elementos de máquinas.

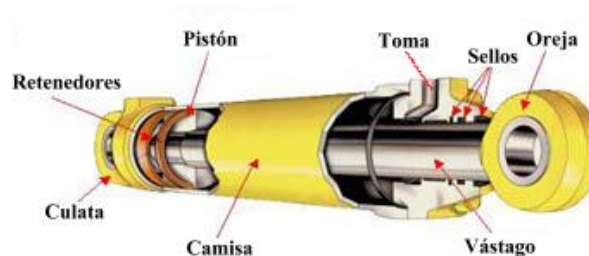


Fig. 1.1 Partes principales de un cilindro hidráulico

El cilindro oleohidráulico en su trabajo presenta cuatro factores claves para un buen funcionamiento: la velocidad, la temperatura, la presión y la amortiguación de la carga. Estos factores deben tenerse en cuenta a la hora de diseñar pues están íntegramente relacionados. La velocidad, la temperatura y la presión son tenidas en cuenta en la selección de los tipos de empaquetaduras a emplear y del material de las partes componentes, pues estas se encuentran en relación directa con estos parámetros. La amortiguación de la carga juega un papel fundamental pues la energía cinética del

conjunto vástago-pistón se transforma en calor durante el proceso de desaceleración de la carga transportada.

Los principales aspectos a tener en cuenta en la selección de un cilindro son: la longitud y diámetros de la camisa según parámetros del equipo, el tipo de anclaje, la longitud de la carrera, la distancia entre centro abierto, la distancia entre centro cerrado y el sistema de amortiguación, y la fuerza demandada por el mecanismo.

1.3 Análisis de las particularidades del diseño del cuerpo de los cilindros hidráulicos. La fabricación y comercialización del cuerpo de los cilindros tiene una alta normalización en sus dimensiones radiales, como resultado del rodillado requerido en los tubos que establece valores normalizados del diámetro interior de éstos^[15,22,32,47,53,73,108,127]. Este diámetro es maquinado progresivamente hasta su dimensión final, garantizando las exigencias de forma y posición, mientras que, el diámetro exterior no es sometido a elaboración mecánica, manteniéndose en la mayoría de los casos las dimensiones originales del tubo.

No se han encontrado, en la literatura científica consultada, referencias sobre la optimización de la relación de los diámetros de la camisa en los cilindros oleohidráulicos, sin embargo, la tendencia mundial en la fabricación de cilindros oleohidráulicos apunta hacia la producción de equipos con requisitos de mínimo peso y mínimas dimensiones radiales.

El espesor de la pared del tubo que conforma la camisa del cilindro hidráulico se determina generalmente a partir de las recomendaciones tales como las que aparecen en catálogos y otra literatura técnica aportada por diferentes firmas. En uno de ellos^[53] se relacionan las ecuaciones a utilizar para la determinación del espesor necesario según la norma DIN 2413 donde se propone que a partir del diámetro interior de la camisa, el espesor de la pared del tubo se determina mediante la expresión:

$$s = \frac{d_i}{200 \frac{K}{S} - 2} \quad (\text{mm}) \quad (1.1)$$

Donde:

d_i – Diámetro interior, mm

K – Valor característico para el tipo de material (límite de elasticidad), kp/mm^2

S – Coeficiente de seguridad (recomendado a tomar entre 2 y 4)

P – Presión máxima de trabajo, atm.

La relación de diámetros d_i/d_e obtenida a partir de estas recomendaciones es superior a 0.8.

Adicionalmente, en otros trabajos^[90] sobre la temática, se ofrecen nomogramas y tablas para la determinación del espesor necesario en las paredes de la camisa como por ejemplo el nomograma (Anexo A) basado en el acero St 35 con valores de $K = 230$ MPa y coeficientes de seguridad S entre 1 y 10. Este nomograma es utilizado por los diseñadores para determinar el espesor mínimo de las paredes del tubo pero tiene algunas limitantes entre los que se puede mencionar por ejemplo que sólo se puede aplicar a un tipo específico de material de la camisa y que, teniendo en cuenta que comúnmente el diámetro exterior del tubo no se maquina, resulta incómodo la determinación del espesor a partir de un diámetro interior preestablecido de antemano, además, la relación de diámetros d_i/d_e que se obtiene a partir del espesor determinado en este nomograma también, es superior a 0.8.

En otros documentos consultados^[86] se propone una metodología para la determinación del espesor del tubo de la camisa. El método parte del cálculo del espesor de la pared del tubo por la expresión derivada de la Ecuación de Laplace para bóvedas de paredes delgadas:

$$s = \frac{Pd}{2\sigma} \text{ (cm)} \quad (1.2)$$

Donde:

d – Diámetro medio de la camisa del cilindro, cm

P – Presión máxima de trabajo, kg/cm^2

σ – Carga de fatiga máxima admisible del material, kg/cm^2

Este procedimiento incluye la comprobación del valor de la tensión conocidos los valores aproximados del espesor y los diámetros de la camisa mediante la expresión exacta de la tensión en un cilindro con presión interior deducida de las ecuaciones de Lamé (1.3):

$$\sigma' = p \frac{d_e^2 + d_i^2}{d_e^2 - d_i^2} = p \frac{\left(\frac{d_e}{d_i}\right)^2 + 1}{\left(\frac{d_e}{d_i}\right)^2 - 1}$$

(1.3)

Donde:

d_e – Diámetro exterior de la camisa del cilindro, cm

d_i – Diámetro interior de la camisa del cilindro, cm

σ' – Tensión resultante, kg/cm^2

Esta metodología establece que si el valor de σ' resulta superior al valor de la tensión admisible $[\sigma]$, debe aumentarse ligeramente la relación entre los diámetros. En este documento se destaca la marcada influencia que tiene la relación de diámetros sobre la tensión de trabajo del cilindro. En este caso también, la relación de diámetros d_i/d_e que se obtiene del espesor determinado es superior a 0.8.

En otros trabajos^[22] se propone determinar el espesor del tubo de la camisa a partir de la fórmula de la tensión circunferencial de Laplace de donde:

$$s = \left(\frac{d_i p}{2\sigma} S \right) + c$$

(1.4)

Donde:

d_i – diámetro interior de la camisa del cilindro.

p – Presión máxima de trabajo.

S – Coeficiente de seguridad según proyecto.

c – Compensación de la pérdida de espesor por corrosión.

σ – Tensión admisible del material del tubo.

En esta publicación se ofrecen además tablas para la determinación de la presión máxima de trabajo a partir del espesor mínimo y el diámetro exterior del tubo o la determinación del espesor mínimo a partir de la presión máxima de trabajo y el diámetro exterior. Los resultados de la determinación del espesor mediante estas tablas conllevan también a la obtención de relaciones entre los diámetros interior y exterior de la camisa por encima de 0.8.

La firma Olesa S.A., en el Catálogo de elementos para circuitos oleodinámicos^[105], utiliza también la ecuación de Laplace para la determinación del espesor de pared en las camisas de los cilindros hidráulicos.

Alternativamente, se propone un ábaco para el cálculo del espesor de la pared de la camisa a partir de la presión de trabajo, el factor de seguridad y el diámetro interior de la camisa, semejante al nomograma (Anexo A) presentado anteriormente con los mismos inconvenientes y restricciones para su utilización práctica.

En algunos catálogos^[3,14,24,52,76,88] de firmas productoras de cilindros oleohidráulicos, se puede apreciar que existe una tendencia a producir cilindros con valores de la relación de los diámetros de la camisa en rangos entre 0.79 y 0.81, entre 0.81 y 0.83^[54,64,107,125,133], entre 0.83 y 0.85^[47,65,78,87,127] o con valores superiores a 0.85^[39,58,83,97,103,132], independientemente de las dimensiones o presiones que desarrollen éstos y el material de que estén fabricados los cuerpos. En el anexo B se muestra el valor de la relación de diámetros d_i/d_e en cilindros con 40 mm y 45 mm de diámetro de vástago (serie 1 y serie 2, respectivamente) producidos por las firmas Multiconex S.A, INOL Inc., Fluhydro System S.A, Prince Hydraulics S.L, Norgren S.A., Cilindros y cromados S.L., Geplasmetal S.A., Tecnocrom S.A. y Oleohidráulica de Cienfuegos. En esta gráfica se muestra además el valor promedio de la relación de diámetros de la camisa para las series de cilindros oleohidráulicos producidos por estas empresas a partir de los catálogos consultados, de donde puede concluirse que la media de dicho parámetro se encuentra ubicada en un intervalo entre 0,8 y 0.86 lo que demuestra la tendencia hacia la minimización de las dimensiones radiales del cuerpo. Del análisis de estos datos se evidencia que las firmas productoras de cilindros hidráulicos presentan una relación entre los diámetros interior y exterior de la camisa superior a 0.8. En todos los casos, los procedimientos aplicados para la determinación del espesor de la camisa del cilindro proponen un diseño de ésta donde se aprecia una sección transversal de dimensiones reducidas, lo que garantiza un bajo peso de este elemento del cilindro hidráulico.

En trabajos del autor^[66,69,70,71] se ha demostrado que cuando la relación de los diámetros de la camisa supera 0.8 las dimensiones han sido optimizadas unicriterialmente.

1.4 Estudios de Estabilidad de los Cilindros Oleohidráulicos. Estado del arte.

1.4.1 Caracterización de la situación de los cilindros hidráulicos desde el punto de vista de la posible pérdida de la estabilidad del equilibrio.

Los cilindros hidráulicos constituyen un elemento comprimido de dos tramos de rigidez diferente, en el caso más simple y de numerosos tramos de diferentes rigideces en los casos más complejos, como son los cilindros telescópicos. Las condiciones de apoyo pueden ser muy diversas, desde el caso más simple de apoyos articulados en los extremos hasta el caso de un apoyo empotrado y el otro articulado, ambos apoyos empotrados o también alguno de los apoyos no tiene que estar en los extremos. Los cilindros hidráulicos excepcionalmente trabajan todo el tiempo en posición vertical, lo

más común es que ocupen posiciones inclinadas o en algunos casos una posición completamente horizontal; esto implica que el peso propio del cilindro y el del líquido hidráulico constituyen, en estas condiciones, una carga transversal que mejora las condiciones para la posible pérdida de la estabilidad. Otro aspecto es que en las uniones deslizantes de los cilindros hidráulicos como son: el par de deslizamiento pistón – cuerpo del cilindro y la unión vástago – buje guía, existen holguras y en ellas existen elementos elásticos como son los sellos, de manera que en la realidad estas condiciones hacen que la línea elástica de un cilindro hidráulico, en condiciones de pérdida de la estabilidad del equilibrio, no es una función continua sino una línea quebrada, elemento este que complica cualquier análisis de estabilidad en estos elementos.

Es importante añadir que el estudio de los Catálogos de Cilindros Hidráulicos suministrados por fábricas productoras, permite inferir, dado el carácter extremadamente simple de las fórmulas que ofrecen para el cálculo de la Carga Crítica, las particularidades descritas, relacionadas con los cilindros hidráulicos no han sido tomadas en cuenta y se realizan cálculos aproximados, susceptibles de ser perfeccionados.

En los siguientes epígrafes se realizará un análisis del Estado del Arte de los Estudios de Estabilidad del Equilibrio en general y en particular para el caso de los cilindros hidráulicos donde se confirmará la apreciación expresada en el párrafo anterior.

1.4.2 Consideraciones generales acerca del Estado del Arte en los problemas de estabilidad del equilibrio en elementos comprimidos.

En un sentido amplio, la pérdida de la estabilidad del equilibrio de los elementos comprimidos (pandeo) se define como un fenómeno de inestabilidad estructural caracterizado por una pérdida del estado de equilibrio cuando las cargas externas alcanzan un estado crítico.

Los primeros experimentos sobre pandeo de barras comprimidas centralmente fueron realizados por Musschenbroek en 1729. Como resultado de sus pruebas concluyó que la carga del pandeo era inversamente proporcional al cuadrado de la longitud de la columna, resultado que fue obtenido por Euler 30 años después. Leonhard Euler en 1757 propuso el modelo matemático para los análisis de pandeo elástico en columnas que todavía es válido hoy. Al principio los ingenieros no aceptaron los resultados de los experimentos de Musschenbroek y la teoría de Euler. Casi 90 años después, Lamarle fue el primero en darle una explicación satisfactoria a la diferencia entre los resultados

teóricos y los experimentales. Él demostró que la teoría de Euler no se contradice con los resultados de los experimentos, siempre que se garanticen las condiciones que éste asumió en el desarrollo de la misma.

Las investigaciones sobre la posible pérdida de la estabilidad del equilibrio no se han detenido desde esa época, se han publicado numerosos trabajos^[4,37,129] sobre pandeo en columnas. Históricamente, el pandeo elástico o reversible de columnas fue el primer tópico de pandeo investigado^[94,128,134].

Un tratamiento más detallado del comportamiento de columnas y de otras estructuras frente al pandeo y al post pandeo plástico se desarrolló^[12, 37, 101, 102] enfocado al análisis de los problemas de estabilidad en vigas - columnas rígidas de sección constante y la determinación de las cargas críticas sin profundizar en el caso de columnas de sección variable.

Timoshenko y Gere ya en 1961 habían resuelto otros casos de interés tales como la viga - columna bajo una carga axial distribuida uniformemente sobre una fundación elástica utilizando un análisis similar. West y Mafi^[138] determinaron los autovalores de una viga - columna sobre soportes elásticos usando el método numérico del valor inicial. Cheng y Pantelides^[38] obtuvieron las ecuaciones diferenciales, coeficientes de rigidez, y fuerzas de empotramiento de una viga-columna, incluyendo las deformaciones a flexión y a cortante. Ang y Wang^[5] y posteriormente Wang^[135,136] profundizaron en el estudio del pandeo de vigas - columnas sobre fundaciones elásticas, utilizando el Método de Elementos finitos.

Más recientemente, los efectos de las conexiones semirígidas en la estabilidad de las vigas - columnas y estructuras empotradas han sido presentados por Aristizábal Ochoa^[7,8,9,10] y por Bezujov^[25]. Sin embargo, en ninguno de estos trabajos mencionados se ha abordado la aplicación de estos análisis a la estabilidad de cilindros oleohidráulicos con sus particularidades en los enlaces deslizantes de los mismos y con sus diferentes condiciones de apoyo y carga.

1.4.3 Métodos de evaluación de la posible pérdida de la estabilidad del equilibrio en elementos comprimidos.

Una descripción breve de los métodos utilizados para predecir la carga crítica de pandeo en columnas la da Timoshenko^[130]. Existen otros trabajos^[4,21,25,26,37,55,57,59,96,109,124,129,139] que ofrecen una presentación más detallada en los cuales se describen diferentes métodos para resolver este problema como son: el Método Clásico de Euler basado en la ecuación diferencial aproximada de la curva

elástica de una viga, las Fórmulas Empíricas, el Método del Coeficiente ϕ de Reducción de la Tensión Admisible, los Métodos Energéticos, el Método de los Parámetros de Origen, el Método de la Integración Numérica de la ecuación diferencial, el Método de los Elementos Finitos, la Fórmula de la Secante para el caso de columnas con carga excéntrica y la aplicación del Método de las Cargas Límites al abordar los casos de pérdida de la estabilidad bajo flexión longitudinal y transversal simultánea.

1.4.3.1 Método Clásico de Euler.

Según este método se parte de la ecuación diferencial aproximada de la curva elástica de una viga: $E I d^2y/dz^2 = M_f$, donde el momento flector M_f se expresa en función de la carga axial y de la flecha máxima del elemento comprimido, obteniéndose una ecuación diferencial que, como regla, puede ser resuelta por los métodos clásicos de solución de ecuaciones diferenciales y de donde se puede obtener la expresión de la carga crítica para diferentes condiciones de apoyo y de carga ^[55,109,129] e incluso se pueden obtener soluciones exactas para columnas de rigidez variable ^[25,55,59,109]. La expresión generalizada de la Carga Crítica de Euler se puede escribir de la siguiente manera:

$$P_{\text{crit}} = \frac{\pi^2 E I_{\text{min}}}{(\nu l)^2} \quad (1.5)$$

Donde ν es un coeficiente que depende de las condiciones de carga y de apoyo existentes en la columna y se conoce como coeficiente de reducción de la longitud. En Pisarenko ^[109] aparecen los valores de este coeficiente para numerosas variantes de elementos comprimidos con diferentes condiciones de carga y apoyos, incluso algunos casos de elementos de rigidez variable que pudieran ser aplicados de forma aproximada a cilindros hidráulicos.

1.4.3.2 Fórmulas Empíricas.

El Método Clásico de Euler presenta una gran limitación, es solamente aplicable en elementos esbeltos (gran longitud y pequeñas dimensiones en la sección transversal) cuando el comportamiento carga – deformación del elemento es lineal y las tensiones no exceden el límite de proporcionalidad del material. Este inconveniente obligó a la obtención de fórmulas empíricas que permitieran hacer pronósticos de la posible pérdida de la estabilidad del equilibrio cuando no se cumplen estas condiciones. Entre

estas fórmulas se encuentran la Fórmula del AISC (American Institute of Steel Construction)^[57]. Esta institución ha obtenido expresiones tanto para columnas intermedias o cortas (mediana y pequeña esbeltez) como para columnas esbeltas, hechas de acero estructural, aunque esta última es la misma Ecuación de Euler con el módulo de elasticidad específico del acero estructural y un factor de seguridad preestablecido $n_s = 1,92$. Estas fórmulas son sólo aplicables a elementos comprimidos de rigidez constante, o sea, que en ningún caso pudieran ser aplicables a cilindros hidráulicos.

Otra fórmula reflejada en la literatura es la de J.B. Johnson^[57], la cual ha sido obtenida para el caso de elementos intermedios, particularmente en elementos de máquinas que pueden ser fabricados de cualquier acero y en la cual no se prefija el factor de seguridad, dado el carácter variable de las condiciones ambientales y de servicio que caracteriza el comportamiento de los elementos de máquinas, pero también es sólo aplicable a elementos de rigidez constante.

En la literatura de la antigua URSS^[51,109,124] se utiliza para el caso de los miembros intermedios la Fórmula Empírica conocida como de Tetmaüer – Yasinski o simplemente Fórmula de Yasinski obtenida sobre la base de numerosos experimentos para diferentes materiales, donde la tensión crítica se expresa como una correlación del tipo:

$$\sigma_{\text{crit}} = a - b \lambda + c \lambda^2 \quad (1.6)$$

Los coeficientes de la correlación a, b y c aparecen en la literatura para diferentes materiales. La ecuación (1.6), al igual que las otras fórmulas empíricas mencionadas, es aplicable sólo a elementos de rigidez constante.

1.4.3.3 Método del Coeficiente ϕ de Reducción de la Tensión Admisible.

La limitación de la Fórmula de Euler mencionada en el epígrafe anterior, que condujo al desarrollo de Fórmulas Empíricas, creó una nueva limitación ya que para diseñar elementos con posible pérdida de la estabilidad del equilibrio era necesario entonces conocer a priori si el elemento a diseñar era esbelto o intermedio y esto no es posible conocerlo antes de que el elemento esté diseñado.

Se desarrolló entonces el Método del Coeficiente ϕ de Reducción de las Tensiones Admisibles, que es también un método empírico, pero que emplea una fórmula única para elementos intermedios y esbeltos.

La condición de pérdida de la estabilidad del equilibrio se formula de la siguiente manera:

$$\sigma_c = P / A \leq \varphi [\sigma]_c \quad (1.7)$$

Donde:

P - Carga de compresión sobre el elemento;

A- Area de la sección transversal;

φ - Coeficiente de reducción de la tensión admisible;

$[\sigma]_c$ - Tensión admisible a compresión del material del elemento comprimido.

Los valores de φ aparecen en^[26,55,56,109,124] para algunos materiales solamente y en un rango limitado de razones de esbeltez. Este método al igual que las anteriores fórmulas empíricas es sólo aplicable a elementos de rigidez constante y esbeltez hasta 200.

1.4.3.4 Métodos energéticos.

Como se explicó anteriormente hay casos donde la solución de la ecuación diferencial de la elástica de la barra comprimida obtenida en el Método de Euler, resulta complicada y la solución exacta es difícil de encontrar. Se emplean entonces métodos aproximados basados en diferentes consideraciones energéticas del sistema, conocidos como Métodos Energéticos^[55,129], como el método Rayleigh –Ritz, el método de Galiorkin, o el método de Trefftz, todos ellos parten de asumir una curva elástica para el elemento analizado que satisfaga ciertas restricciones (las condiciones de frontera establecidas por las ligaduras de los apoyos del problema real, son las restricciones utilizadas y pueden formularse diferentes ecuaciones de la curva elástica que satisfagan las mismas condiciones de apoyo) de donde es posible determinar una Carga Crítica Elástica con una aproximación aceptable en la práctica.

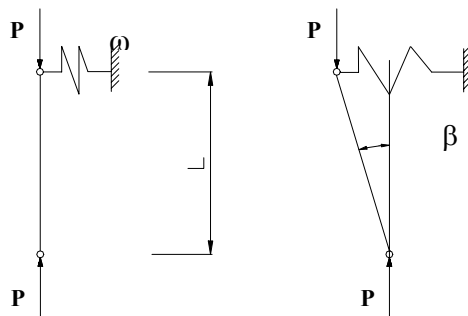


Fig.1.2 Sistema Estructural con desviación elástica de uno de los apoyos.

En Feodosiev^[55] se demuestra que aun con una aproximación inicial burda de la ecuación de la elástica de la barra comprimida, se obtiene una aproximación aceptable. Los Métodos Energéticos pueden utilizarse para obtener la Carga Crítica Elástica de un Sistema Estructural (como el mostrado en Fig.1.2) que asume una desviación lateral pequeña de alguno de los apoyos, el cual es considerado como un apoyo elástico. Esta desviación lleva a un aumento en la energía elástica de deformación del sistema, conocida como ΔU . Al mismo tiempo, la carga aplicada se mueve a través de una distancia pequeña βL y realiza un trabajo suplementario igual a ΔT . El sistema se comporta estable en su forma no desviada si $\Delta U > \Delta T$ e inestable si $\Delta U < \Delta T$. La carga crítica, P_{crit} , se obtiene de igualar la energía de tensión del sistema estructural debido a una desviación lateral virtual con el trabajo realizado por la carga del sistema. Esto puede expresarse por $\Delta U = \Delta T$.

La base teórica de la aproximación de los Métodos de Energía es descrita por Timoshenko y Gere^[129]. A cargas más bajas que la Carga Crítica Elástica, el aumento de energía de deformación en el elemento es menor que el trabajo realizado por la carga en su desplazamiento. La condición de inestabilidad se define, como la fase cuando el cambio de las dos energías anteriores es cero. Entonces la estructura no resistirá ninguna perturbación. Appeltauer y Barta^[6] en 1964 aplicaron un método energético aproximado para obtener una formula directa para determinar la Carga Crítica Elástica.

Los Métodos Energéticos son métodos aproximados y su utilización para los análisis de estabilidad en los cilindros hidráulicos de dos o más pasos es de aplicación poco práctica dada la dificultad de calcular los valores de la energía interna de deformación y el trabajo de las fuerzas exteriores para las múltiples condiciones de trabajo y apoyo de estos elementos, además es muy complicado, con este método, considerar la influencia de las holguras entre los pares deslizantes y el peso propio del cilindro en la determinación de la carga crítica que provoca la pérdida de la estabilidad y se puede únicamente continuar considerando al cilindro como una columna rígida escalonada.

1.4.3.5 Método de los Parámetros de Origen.

Este método aparece detalladamente descrito en Feodosiev^[55] y aparece precisamente descrito para la determinación de Cargas Críticas en barras de rigidez variable. En el mismo se emplean las Ecuaciones Universales de la Elástica de una Viga y se definen tres magnitudes adimensionales: la coordenada adimensional: $\zeta = z/l$, la flecha

adimensional: $\eta = y/l$ y el momento adimensional: $\mu = Ml/EI$. El sistema de ecuaciones obtenido se resuelve por métodos de integración numérica. Según Feodosiev este método es prácticamente exacto, los errores que se cometen, al determinar la carga crítica son consecuencia, no tanto de los errores relacionados con la integración numérica, que siempre pueden ser reducidos a un mínimo, sino de la medida en que el esquema de análisis empleado se diferencie del sistema real. Sin embargo, la experiencia del Colectivo de Mecánica Aplicada de la Universidad de Cienfuegos^[131] alrededor de este método es que el mismo resulta extremadamente engorroso en su planteamiento y complicado en su solución.

1.4.3.6 Método de la Integración Numérica de la Ecuación Diferencial de la Curva Elástica de la Barra.

Estos métodos, que incluye el procedimiento de Newmark y la técnica de la integración numérica gradual, se aplica principalmente a problemas de pandeo dónde la sección del elemento comprimido es variable. Además, como fue detallado por Allen y Bulson^[4], el método de Newmark, por ejemplo, puede utilizarse para las situaciones de flexión inelástica. Esta categoría de métodos también asume una forma de la curva elástica del elemento comprimido y entonces divide la longitud de la columna en varias particiones, adecuadamente limitadas. Se realizan dos integraciones numéricas de la ecuación diferencial de la flexión en la columna y en consecuencia se puede obtener la Carga Crítica de pandeo.

Normalmente, las funciones que caracterizan las ecuaciones de la curvas elásticas supuestas^[4, 37] son: la función seno, polinomios parabólicos, o cúbicos. La integración numérica de estas ecuaciones pueden efectuarse mediante los algoritmos descritos en la literatura^[45] pero actualmente existen software asistentes matemáticos como Mathematica, Matlab, Mathcad, o Mapple que resuelven los problemas de la integración numérica fácilmente a través de rutinas especializadas.

1.4.3.7 Particularidades del Método de los Elementos Finitos para la evaluación de la Carga Crítica de elementos comprimidos.

El método de los elementos finitos es otra de las tendencias actuales al estudio de la estabilidad de los sistemas y la determinación de las cargas críticas y está basado en el uso de funciones locales (es decir, definidos sobre subregiones o elementos finitos del

sistema estructural)^[16,41,82]. Los otros métodos normalmente se basan en funciones globales, es decir, aquellos definidos sobre la región entera del sistema estructural.

Este método es uno de los más populares utilizados en la actualidad para la solución de problemas de Ingeniería. A través de él, pueden ser representados procesos físicos reales mediante una modelación numérica, basado en un conjunto de ecuaciones diferenciales en derivadas parciales definidas sobre un cierto dominio o región de estudio.

Los conceptos básicos de su formulación del Método de los Elementos Finitos (MEF) han sido usados desde hace varias décadas para encontrar la solución a problemas de Ingeniería por medio de discretizaciones espaciales y temporales y una posterior aproximación numérica. El concepto de los elementos finitos parte de esa idea. Cada miembro de la estructura se subdivide en una serie de elementos suficientemente pequeños. La deformación sobre cada elemento puede ser definida por una función polinómica simple. Pueden determinarse los coeficientes de estas funciones polinómicas si los desplazamientos de cada nodo son conocidos. Como resultado, pueden calcularse los desplazamientos individuales de la estructura entera y por consiguiente puede describirse el comportamiento de la estructura totalmente en términos de los desplazamientos de los nodos.

Para el equilibrio el incremento en la energía potencial total debe ser estacionaria con respecto a estos desplazamientos nodales.

Esto lleva a un juego de ecuaciones homogéneas lineales, donde las variables dependientes de estas ecuaciones son los desplazamientos nodales ψ , es decir el

problema de valor propio $\lambda^f [K_{CG}]\{\psi\} = [K_{CE}]\{\psi\}$ donde λ^f es el factor de carga, K_{CE} es la matriz de rigidez elástica global que corresponde a las juntas que une (nodos) y K_{CG} es la matriz de rigidez geométrica.

El primer valor propio, es decir el valor más pequeño de λ^f al que la estructura se vuelve inestable es denominado factor de carga crítico λ_{crit}^f .

Esta aproximación clásica del valor propio fue discutida por muchos autores entre ellos Prezemieniecki^[110], Allen y Bulson^[4], Graves Smith^[74], Brebbia y Ferrante^[28], Coates y Kong^[40], Galambos^[62] y Bathe^[17].

Los valores propios y vectores característicos pueden ser obtenidos aplicando varias técnicas, entre ellos los métodos de iteración de vector (la iteración inversa, iteración delantera e iteración del cociente de Rayleigh) y métodos de transformación (como el método de Jacobi y el método de Jacobi Generalizado). En la actualidad existe una gran

cantidad de software que se basan en este método para el análisis de pandeo de elementos de estructuras.

Algunos autores^[16, 36] destacan varias consideraciones sobre el análisis de problemas de pandeo por el método de los elementos finitos a partir de las impresiones de primera vista que ofrecen los programas de elementos finitos cuyas limitaciones muchas veces se ignoran. Otros autores^[13, 36], por su parte, analizan el nivel de refinamiento y versatilidad alcanzado por los programas de análisis que incorporan el método de los elementos finitos y que son capaces de inspirar gran confianza en los análisis subyacentes a pesar de que esta herramienta no es la mejor para cada problema a analizar y propone que los resultados de la utilización de estos software sean juzgados y comparados con las expectativas o con resultados alternativos provenientes de una adecuada modelación matemática del problema o de ensayos prácticos.

El Método de los Elementos Finito constituye en si un método aproximado para resolver sistemas de ecuaciones diferenciales que modelan el problema. Debido a este carácter de aproximación que tiene una solución lograda por el método de los elementos finitos, esta se ve afectada por varias fuentes de error. Los tipos de error más usuales que se encuentran cuando se utiliza el método para la solución de problemas de ingeniería son los errores de discretización, errores de modelado y los errores de redondeo y manipulación matemática.

En trabajos revisados^[13, 36], los autores arriban a importantes conclusiones referentes al tratamiento de los errores que introduce en la resolución del problema el método de los elementos finitos. Aunque en los problemas reales no puede obtenerse un valor exacto del error de discretización, se ha demostrado^[17, 34, 35, 36, 106, 127] que existe una convergencia asintótica de la solución del problema en función a los parámetros de "número de grados de libertad", o el "tamaño de los elementos".

Los métodos analíticos utilizados en la tesis no descarta que el MEF pueda ser también adecuado para modelar eficientemente diversas condiciones de carga y de rigideces de las partes componentes del elemento comprimido. Su aplicabilidad a la solución de los problemas enfrentados puede ser tenida en cuenta en futuros trabajos.

1.4.4 Estudios de estabilidad en los cilindros oleohidráulicos.

En el caso de los cilindros oleohidráulicos los tipos de fallas que éstos pueden presentar pueden clasificarse en fallas primarias y fallas secundarias.

Las fallas primarias son fallas estructurales de los componentes principales (el cuerpo del cilindro, el vástago), que principalmente dependen de la longitud, la resistencia y la rigidez de los miembros.

Estas fallas en los cilindros pueden ocurrir debido a la tensión axial excesiva en columnas cortas; la excesiva tensión sobre las paredes debido a la presión hidráulica interior; el pandeo en las columnas largas y la combinación de esfuerzos longitudinales, transversales y de flexión que superan la capacidad del material.

Las fallas secundarias se deben a las concentraciones de tensión en los hilos de rosca, las conexiones estrechas (tomas, etc.), las soldaduras, los orificios de los tornillos, etc., debido a fallas de componentes no estructurales como los bujes, los sellos, debido a fallas en los elementos estructurales secundarios como los puntos del apoyo y los pasadores.

Estas fallas son principalmente debido a la configuración y las características de resistencia de los elementos individuales y a efectos locales como el desgaste, la fatiga y las concentraciones de tensión.

Como se apuntó con anterioridad en investigaciones realizadas en la Universidad Estatal de Oklahoma^[46] los análisis estadísticos sobre la durabilidad de los cilindros oleohidráulicos demuestran que la pérdida de estabilidad en los cilindros es una de las causas de mayor peso entre las fallas no concernientes a contaminación del fluido.

Desde un principio las investigaciones analíticas de los cilindros utilizaron la solución del problema de Euler en el análisis del pandeo en las columnas. Inicialmente, sólo se consideró el vástago en el cálculo y se analizó este como una columna delgada axialmente cargada^[80] pues se partía de la consideración de que el cilindro, al ser más rígido que el vástago no se pandearía y por ello sólo el vástago fue incluido en el análisis.

Los cilindros tienen un extremo sellado rígidamente y en el otro se desliza el vástago. Debido a la presencia del vástago deslizándose en el interior de la camisa del cilindro se demostró experimentalmente^[23] la necesidad de incluir a esta última en el análisis del pandeo y entonces el sistema se trató como una columna continua de sección variable (Figura 1.3).

Aunque la distribución de la tensión en la columna de sección variable no es igual que la distribución de la tensión en un cilindro real, resulta correcto considerarlos así en el análisis de pandeo, puesto que este es provocado principalmente por los momentos flectores actuantes.

Si la carga axial o la presión del fluido son la causa de cualquier flexión, entonces la distribución del momento flector es la misma para ambos casos, y el pandeo depende principalmente del momento flector^[95]. De aquí que, sólo para el análisis de este, la presión interior en el cilindro puede ser reemplazada por la carga axial en las paredes del cilindro. Debe notarse que este análisis no puede usarse para determinar la falla por fatiga del cilindro. Del análisis practicado se concluye que el cilindro real difiere principalmente de una columna de sección variable en los aspectos siguientes:

- La carga axial es transmitida a la parte superior (vástago) a través de la presión del fluido.
- Las dos partes no se unen rígidamente, tiene un contacto deslizante (con holguras) entre ellas.

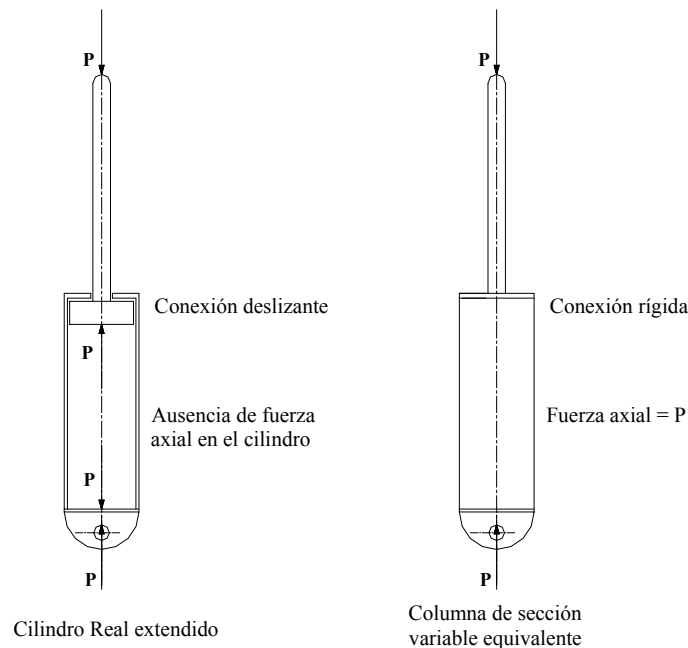


Fig.1.3 Esquema de un cilindro real y la columna de sección variable equivalente

Si el cilindro estuviera completamente recto no existiera ninguna fuerza transferida a la conexión deslizante cuerpo - vástago, pero debido a las holguras en ésta conexión se desarrollan fuerzas laterales perpendiculares al eje del cilindro que provocan un momento flector y desarrollan una pendiente inicial (Fig. 1.4). La presencia de la pendiente reduce la rigidez del sistema y su capacidad para transmitir fuerza.

La carga axial máxima (carga crítica) que soporta el cilindro es mínima cuando la distancia entre el apoyo del cuerpo del cilindro y el apoyo de vástago del pistón es máxima. En general, sólo este caso necesita ser investigado. Sin embargo, si la fuerza

desarrollada por el sistema disminuye proporcionalmente al aumento de la longitud entre los apoyos, las investigaciones deben estar dirigidas al estudio del comportamiento frente a diferentes combinaciones de fuerza y longitud.

Cuando el cilindro no se extiende totalmente, la parte solapada central del vástago dentro del cuerpo del cilindro puede considerarse razonablemente como un tubo cilíndrico. En este caso es necesario considerar que el sistema está compuesto por tres elementos cada uno de los cuales posee rigidez diferente. Con ciertas aproximaciones, se desarrollaron ecuaciones para los momentos y tensiones en estas tres partes^[61] para este tipo particular de cilindro.

En toda la literatura consultada se evidencia que en los análisis de pandeo, un cilindro de varios pasos es tratado como una columna rígida escalonada. El tratamiento de este problema usando ecuaciones diferenciales cuando en la viga aumenta el número de tramos de diferente sección es muy laborioso y restringe las posibilidades del diseñador. Se han desarrollado algunos procedimientos para calcular la carga crítica de una columna con estas características y con un número finito de pasos con conexiones rígidas entre ellos, es decir, sin considerar la holgura existente en los sistemas reales entre la conexión deslizante vástago - camisa. Es necesario destacar que en estos trabajos^[79, 128] no se tiene en cuenta tampoco el peso propio del cilindro o se proponen modelos de sistemas de cilindros en posición vertical en el que la influencia del peso propio del sistema es despreciable.

En ninguno de estos métodos de análisis es posible una solución directa, la carga crítica es obtenida por iteración y los análisis de las columnas de sección variable propuestos sólo son aplicables para cilindros esbeltos.

En algunos artículos^[79, 128] se considera que los cilindros de poca longitud usualmente fallan por fatiga (fallas del material) sin tener en cuenta que el cilindro real no es ideal ni está perfectamente cargado axialmente. En [23], por su parte, se proponen ecuaciones para el análisis de las tensiones en un sistema compuesto por un cilindro recto montado por la cabeza, lo cual restringe su aplicación a otros tipos o esquemas de montaje de cilindros.

En los clásicos de la literatura sobre resistencia de materiales^[51, 55, 56] se recoge toda una teoría sobre el cálculo de estabilidad de vigas.

Con el desarrollo de las aplicaciones informáticas y la variedad de asistentes matemáticos que existen se ha intentado trabajar en la solución de las limitantes para

resolver las ecuaciones diferenciales que modelen el problema de la estabilidad de vigas de secciones variables^[77, 100, 131].

En estos trabajos se trató de aplicar el método de las ecuaciones diferenciales al estudio de la estabilidad de los cilindros telescópicos aunque, desde un inicio, se aborda la modelación del problema con limitaciones. El modelo propuesto en uno de ellos^[131] considera al cilindro como una barra escalonada de rigidez variable perfectamente cargada (ausencia de excentricidades en la aplicación de la carga), y carente de flexión inicial, lo que excluye la posible influencia que pueden tener las holguras en este sentido así como el peso propio de las partes del cilindro cuando esté se aleja, en uno u otro sentido, de la posición vertical.

Otra limitante de esta investigación radica en el hecho de que las ecuaciones diferenciales ordinarias homogéneas con coeficientes constantes obtenidas^[30,85,93,140], constan de dos soluciones: la complementaria y la particular y se llega a esta última con la utilización del asistente Matemática versión 4.0, que constituye en si un software de uso muy específico y los requerimientos de tecnología para su instalación así como su adecuado manejo puede constituir una limitación para el personal técnico y la industria manufacturera.

En la literatura científica revisada se hace referencia a un método que permite efectuar los cálculos de estabilidad y resistencia de cilindros hidráulicos con cualquier número de pasos. El método propuesto en este artículo^[19] es superior a los resultados obtenidos por otros autores.

La deficiencia del método propuesto en el artículo en cuestión^[19] radica en que no incluyen el peso propio del cilindro en los cálculos a pesar de que éste influye sustancialmente en el estado tensional del vástago en un sistema articulado – articulado considerando el pandeo provocado por el peso propio y el momento flector iguales a cero y propone adoptar el valor del pandeo inicial equivalente únicamente a la deformación provocada por las holguras entre las uniones deslizantes en cada paso.

En otros trabajos^[18, 111] se intenta la determinación del pandeo sin tener en cuenta que el vástago trabaja en condiciones de flexión transversal y longitudinal combinadas.

En otro artículo^[44] se trata al vástago como una columna que puede fallar por pandeo si su diámetro no se determina con precisión para que resista el impacto de la desaceleración y las cargas sin tener en cuenta a la camisa, en las recomendaciones para la selección del diámetro del vástago.

Cabe destacar los trabajos realizados en la Universidad de Sydney por Rasmussen y Hancock^[114,115,116] referentes a la determinación de cargas críticas de pandeo en columnas de acero inoxidable.

Estas investigaciones refuerzan la hipótesis de que los estudios y normativas referentes los análisis del comportamiento de la estabilidad en el caso particular de los cilindros hidráulicos se han basado, hasta la fecha, en estudios previos y normativas ya existentes donde quedan preestablecidas las bases para el dimensionamiento a partir de modelos, normas y métodos de análisis aplicables únicamente a barras rígidas, sin considerar las particularidades de estos elementos de máquina. Dicha forma de proceder ha conducido a reglas de diseño conservadoras para los cilindros hidráulicos y no ha propiciado, en general, el avance en el conocimiento de dicho problema.

En la literatura científica^[120] se ha encontrado referencia a la utilización de métodos empíricos para los cálculos de estabilidad en los cilindros hidráulicos y la utilización, a partir de estos resultados, de software de elementos finitos para el modelado del cilindro como una columna de sección variable en su longitud.

De forma general la mayoría de los autores^[2,18,19,20,77,84,100,111,131] consultados coinciden en que los métodos conocidos de cálculo de cilindros hidráulicos a la estabilidad y la resistencia son escasos o están desarrollados de forma parcial o insuficientemente.

Sin embargo, el resultado de estas investigaciones sobre la estabilidad de cilindros demuestran la posibilidad real de modelar esta problemática de manera que se pueda estimar más acertadamente el valor de la fuerza crítica de pérdida de la estabilidad teniendo en cuenta las particularidades del modelo real (influencia de las holgura, el peso propio del cilindro y el fluido hidráulico, la excentricidad de la carga aplicada, la fricción en los apoyos y la elasticidad de los sellos y otros elementos).

1.5 Diseño de los sistemas de desaceleración en los cilindros oleohidráulicos.

Estado del arte

A pesar de que las velocidades de desplazamiento de los cilindros hidráulicos son bajas, en ellos se producen grandes fuerzas de empuje y son capaces de desplazar grandes masas por lo que se hace necesaria la disipación de la energía cinética al final de la carrera, de manera tal que la carga transportada comience a desacelerarse y la disipación de la energía sirva para amortiguar el choque con la tapa en la carrera de empuje y con la culata en la carrera de retroceso, disminuyendo las fuerzas inerciales que actuarían sobre las masas en movimiento.

Actualmente se utilizan diferentes dispositivos para garantizar una adecuada desaceleración en sistemas y maquinarias en general cuando la velocidad del desplazamiento excede 0.1 m/s o se necesita un posicionamiento exacto de la carga al final del recorrido.

Algunos ejemplos típicos de mecanismos usados para llevar al reposo los objetos en movimiento son: los topes de goma y los resortes o muelles y los sistemas con amortiguación mediante cilindros, cuyo diagrama carga – deformación se muestra en la Fig. 1.5.

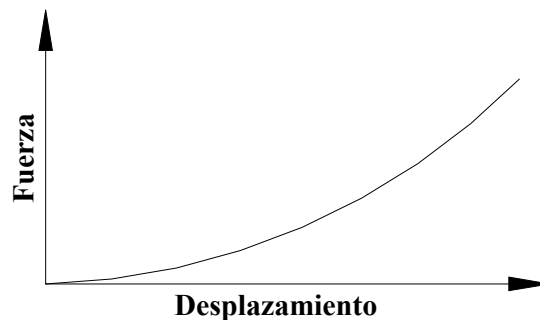


Fig. 1.5 Características de un sistema de amortiguación mediante muelles o topes de gomas

A pesar de que todos estos dispositivos son económicos, unos son altamente ineficientes y otros tienen un rango operativo limitado. Es frecuente encontrar cilindros oleohidráulicos sin dispositivos de desaceleración donde las cargas chocan contra un tope mecánico. En estos casos la energía se descarga en la estructura mecánica al detenerse la carga, y este impacto directo puede deteriorar el dispositivo o la carga.

La desaceleración requiere de la deformación elástica de la carga o la estructura, y, como la deformación es típicamente muy pequeña, la fuerza de resistencia es alta, seguida de ruido, vibración y fatiga. Para aplicaciones con altas velocidades, altas cargas o requerimientos de control preciso, estas soluciones simples tienen muchas características indeseables. Por ejemplo, la energía absorbida por resortes y topes de goma en realidad es acumulada y luego regresada al objeto o máquina. Esto produce un punto de parada no controlado y un potencial daño a la carga o al equipamiento.

Las amortiguaciones integradas en los cilindros (Fig. 1.6), funcionan forzando el fluido a pasar por un orificio calibrado y absorbiendo parte de la energía del sistema.

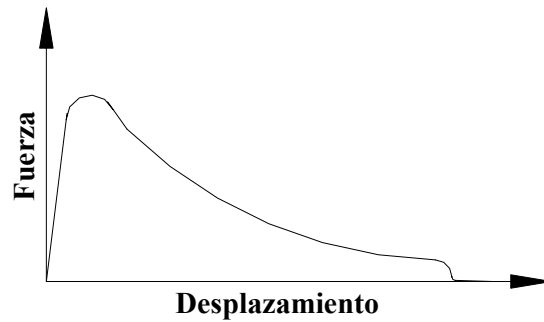


Fig. 1.6 Características de un sistema de amortiguación integrado en el cilindro

Este tipo de amortiguación provee una alta fuerza inicial, disminuyendo notablemente a medida que la carrera avanza. Su limitación radica en que son recomendadas sólo para un rango determinado de presiones, cargas y velocidades.

Los equipos hidroneumáticos necesitan de diseños que les permitan resolver problemas para disminuir la velocidad de las cargas que transportan, pues muchas de las máquinas industriales utilizan los cilindros hidráulicos para generar el movimiento en los mecanismos, y las velocidades de las cargas puede ser lo bastante altas, como para causar el daño al cilindro o al mecanismo si no se controlan las desaceleraciones.

En la actualidad existe una tendencia creciente a la utilización de dispositivos externos como amortiguadores o válvulas, para lograr una desaceleración suave de una carga los que pueden proveer además una desaceleración predecible y controlada.

Los amortiguadores de choque pueden proveer al sistema de una desaceleración predecible y controlada^[1,14,46,60,99], convirtiendo la energía mecánica en calor. Los diseños básicamente contienen una disposición de dos cilindros concéntricos con un espacio entre ambos, el interior y el exterior. El cilindro interior, también llamado tubo de impacto, tiene una serie de orificios a lo largo de su longitud. El movimiento del pistón genera una alta presión y fuerza la circulación del aceite alojado en el interior a través de los orificios hacia un acumulador ubicado detrás del pistón. El aceite que es forzado a través de los orificios se calienta rápidamente debido a la fricción. Este calor se transfiere del aceite a las paredes del cilindro exterior y se disipa en la atmósfera. Por ello la mayoría de los amortiguadores de choque presentan un cuerpo roscado, lo que facilita su montaje y aumenta la superficie de disipación.

Para restituir el amortiguador a su posición de reposo una vez desaparecida la carga, un resorte empuja la cabeza del pistón hacia fuera. Una válvula alojada en el pistón permite el paso rápido del aceite desde el acumulador hacia el tubo de impacto.

Sin embargo, la vida útil de un amortiguador de choque está limitada por la integridad de su sistema de sellado sobre todo su desgaste y el mantenimiento asociado. Otras de las limitaciones de este sistema son:

- Velocidades de impacto elevadas.
- Considerable tamaño.
- El pintado de las paredes exteriores de los amortiguadores de choque no es recomendado, ya que puede disminuir su capacidad de disipación de calor por lo que se restringe su uso en medios agresivos.
- No constituyen las soluciones satisfactorias al problema para aplicaciones en equipo móviles, pues las limitaciones espaciales frenan en muchos casos el uso de estos.

Las válvulas por su parte son eficientes en la disminución de la velocidad de una carga, pero son costosas y los dispositivos asociados pueden ser susceptibles a las altas temperaturas, el medio agresivo y las vibraciones típicas en las aplicaciones móviles.

En conclusión, para aplicaciones en equipos móviles, que es el campo de mayor utilización en el país, en las industrias azucarera y del transporte fundamentalmente, los amortiguadores externos y las válvulas, a pesar de ser métodos eficientes desde el punto de vista energético, no constituyen las soluciones más satisfactorias al problema, por las limitaciones espaciales, las vibraciones y los medios agresivos en que deben trabajar estos cilindros hidráulicos.

La opción, entonces, que puede ser eficaz para garantizar y controlar la desaceleración de una carga es el mencionado diseño de mecanismos de desaceleración integrados en el cilindro. La incorporación de este mecanismo de amortiguación de la carga en el cilindro tiene la ventaja de ser compacto, muy fiable y de costo aceptable, además de que permite el trabajo en rangos de presiones en las que se mueven las principales aplicaciones de los productos oleohidráulicos en el país.

Como se comentó con anterioridad, en investigación realizadas en la Universidad Estatal de Oklahoma^[46,60] se han reportado estadísticas sobre la durabilidad de los cilindros oleohidráulicos y las causas más frecuentes de fallas demostrando que la incorrecta desaceleración de la carga al final del recorrido es la tercera causa de mayor incidencia en la durabilidad de los cilindros, entre aquellas fallas no concernientes a la contaminación del fluido .

Otras investigaciones^[27,49,75,81,92,98,113,137] coinciden con que quizás el requisito más exigente planteado a los cilindros oleohidráulicos es la desaceleración controlada al final de la carrera del pistón y que no existen avances en la modelación y simulación para muchos de los dispositivos de desaceleración. Muchas firmas productoras de cilindros hidráulicos^[14,24,39,47,52,64,76,83,97,103,125,132,133] diseñan los sistemas de amortiguación integrados en los cilindros a partir de modelos experimentales o modelos obtenidos mediante MEF.

1.5.1 Particularidades de los sistemas de amortiguación integrados en los cilindros.

La disipación de energía cinética en los sistemas en general y en los cilindros en particular se logra haciendo pasar el fluido de trabajo a través de un estrechamiento lo que eleva la presión en la cámara hacia la que se mueve el émbolo, disminuyéndose la velocidad y transformando la energía cinética en calor.

Un aspecto a tener en cuenta a la hora de diseñar estos sistemas de amortiguación son los altos valores de presión y de temperatura que se producen durante el frenado del cilindro tanto en la carrera de tracción como en la de compresión del vástago, pues pueden exceder los límites de diseño del tubo del cilindro o de las uniones soldadas y por ende cambiar sus propiedades mecánicas lo que traería consigo la deformación de este o cualquier otro fenómeno que afecte la fiabilidad del cilindro hidráulico. Por estos motivos es de vital importancia hacer un estudio minucioso del comportamiento del fluido, las presiones y de las temperaturas durante el frenado de estos mecanismos tan utilizados como son los cilindros hidráulicos.

Existen varios trabajos^[11,31,32,33,72,75,81,98,113] donde se describen los diferentes tipos de diseños de los elementos integrados al cilindro destinados a la desaceleración de la carga al final de la carrera. El principio de funcionamiento de cada uno de ellos y algunas ventajas y desventajas tecnológicas de los distintos diseños conforman los temas discutidos a continuación. Es necesario destacar que sobre las metodologías y modelos utilizados en el diseño de los sistemas de amortiguación en cilindros hidráulicos existen escasas referencias publicadas pues, frecuentemente, estos datos los fabricantes se los reservan.

1.5.1.1 Sistemas de amortiguación por orificio calibrado.

El sistema de desaceleración en cilindros con amortiguación fija por orificio calibrado (Fig.1.7) consiste en una espiga cilíndrica A que penetra en la cavidad B forzando al

fluido a salir por el orificio D con un aumento de la presión en la cámara C, disminuyéndose de esta forma la velocidad del sistema vástago pistón y lográndose la desaceleración de la carga.

La amortiguación según el diseño puede ser brusca o gradual en dependencia del diámetro del orificio D que debe responder a un valor límite pues si llega a ser muy grande no produce el frenado de la carga. Una característica que constituye una desventaja de este sistema de amortiguación radica en la elevada exigencia a la coaxialidad de los elementos que lo componen por lo que la elaboración de los orificios requiere de una alta precisión.

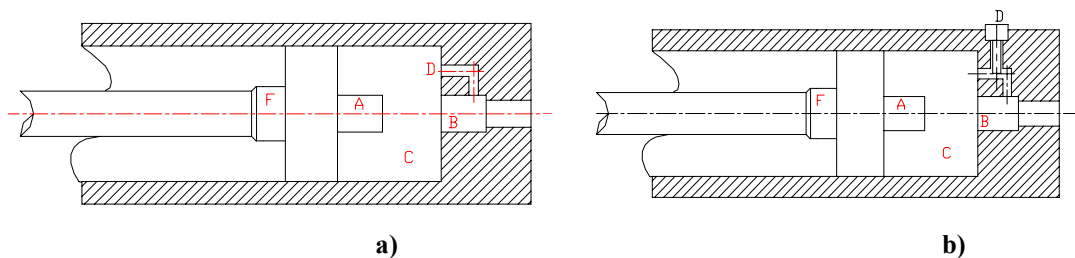


Fig. 1.7 Cilindro con amortiguación fija por orificio calibrado.

- a) Sin válvula estranguladora
b) Con válvula estranguladora

El principio de funcionamiento del sistema de desaceleración en cilindros con amortiguación por orificio calibrado con válvula estranguladora (Fig.1.7 b) es similar al descrito pero cuenta con una válvula reguladora de flujo D por lo que la estrangulación del fluido puede ser regulada y por lo tanto lo será la desaceleración. En dependencia de la estrangulación de la válvula se obtendrán en la cámara C diferentes presiones de frenado. Su ventaja radica en que permite regular manualmente la curva de desaceleración para una aplicación dada.

1.5.1.2 Sistemas de amortiguación mediante holgura entre espiga y cavidad.

En los cilindros con amortiguación mediante la holgura existente entre la espiga cilíndrica y la cavidad cilíndrica en la tapa o en la culata (Fig.1.8 a), al igual que los anteriores, el principio de funcionamiento se basa en la penetración de la espiga A en la cavidad B.

La amortiguación en este tipo de sistema difiere de los anteriores en que se realiza por una holgura existente entre estos dos elementos, por lo que al comenzar la entrada de la espiga A en la cavidad B el fluido se ve restringido a salir por esta holgura, ocurriendo la estrangulación del fluido que va pasando de la cámara C a la cavidad B incrementándose de esta forma la presión en C y por consiguiente el frenado del sistema vástago – pistón.

La elaboración de este tipo de sistema de amortiguación es mucho más sencilla y por lo tanto es uno de los más usados, pues estos carecen de orificios y válvulas estranguladoras los cuales son elementos que requieren una alta precisión en su elaboración y por lo tanto encarecen la fabricación del mecanismo hidráulico.

La amortiguación en el sistema depende de la holgura, por lo que el fabricante de acuerdo a las condiciones de desaceleración que se necesiten puede jugar con el

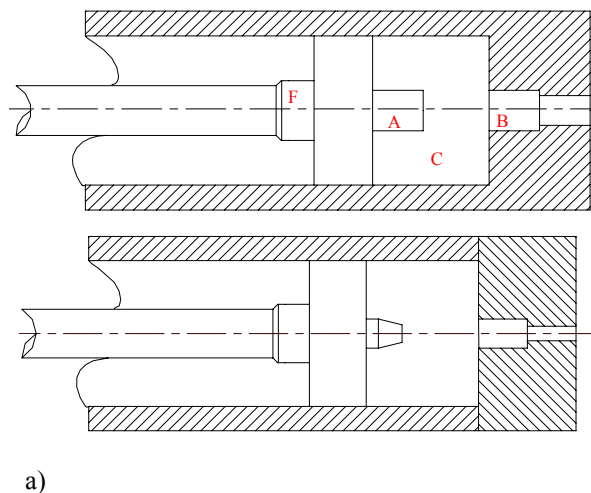
dimensionado de este elemento para lograr la disminución deseada de la velocidad del sistema vástago – pistón.

Al inicio de la amortiguación se produce un brusco incremento de la presión y posteriormente disminuye gradualmente hasta que se detiene el movimiento. El incremento de presión puede llegar hasta el doble de la presión nominal y en ocasiones sobrepasarla. Esto no es conveniente pues se produce una sobrecarga del tubo, los sellos del pistón y la unión soldada de la culata y el cuerpo, es por eso que en estos tipos de sistemas la tecnología de elaboración de los cilindros hidráulicos juega un papel fundamental en su funcionamiento pues si no se fabrican con las exigencias requeridas traen consigo la rotura del elemento.

Otra desventaja de este sistema^[11,31,32,33,72,75,81,98,113] radica en la carencia de una metodología que permita determinar la holgura óptima entre la espiga y la cavidad en la culata necesarias para garantizar determinadas condiciones de desaceleración y al igual que los ejemplos antes expuestos este sistema tiene que estar dotado de una alta coaxialidad para lograr su objetivo.

Para eliminar el efecto de las elevadas presiones que se producen durante la desaceleración en los sistemas de amortiguación de espiga cilíndrica se fabrican sistemas de amortiguación con espigas de sección variable, por lo que la sección anular entre la espiga y la cavidad de amortiguación disminuye a medida que esta penetre.

Para la construcción de estos tipos de sistema de amortiguación hay que tener en cuenta que la variación en el diámetro no puede ser muy elevada pues puede que no se logre frenar el sistema vástago – pistón si no se logra disipar la energía necesaria para que ocurra la parada del sistema. En la figura Fig.1.8 b, c y d se presentan ejemplos de estos amortiguadores.



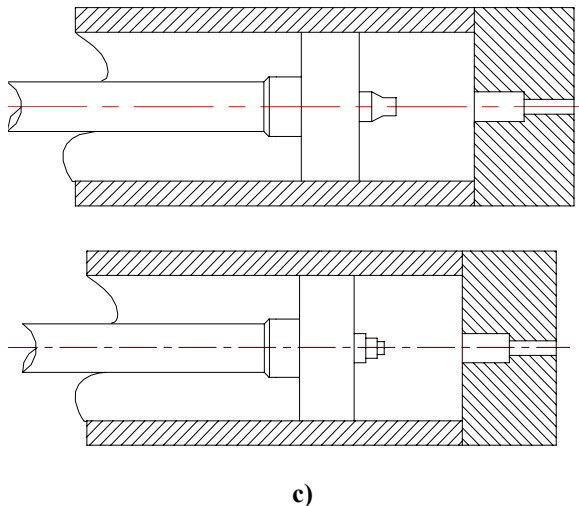


Fig. 1.8 Sistemas de amortiguación mediante holgura entre espigas de diferentes secciones y cavidad cilíndrica.

- a) Sistema de amortiguación con espiga cilíndrica
- b) Sistema de amortiguación con espiga cónica
- c) Sistema de amortiguación con espiga de parábola invertida
- d) Sistema de amortiguación con espiga escalonada.

De estos amortiguadores, el que logra mejores características de trabajo es el de parábola invertida, pero tecnológicamente su manufactura resulta muy compleja por lo que no son muy utilizados, siguiéndole en orden el cónico y el escalonado.

En estos amortiguadores, la presión dentro de la cámara de amortiguación mantiene un comportamiento más estable que en los de espiga cilíndrica, por lo que la desaceleración es más efectiva y menos brusca, además la elevación de la presión es notablemente menor lo cual es otra ventaja sobre sistemas con espiga de sección cilíndrica en los que la presión se asciende instantáneamente al inicio de la amortiguación y alcanza valores muy elevados.

1.5.1.3 Sistemas de amortiguación en cilindros con válvulas insertadas en el pistón.

El sistema de amortiguación de cilindros con válvulas insertadas en el pistón (Fig.9) difiere notablemente de los anteriores pues carece de espiga. Válvulas de vástago son insertadas en el pistón C. Cuando el cilindro se desplaza hacia la derecha, la presión actuante mantiene cerradas las válvulas. Cuando se acerca el final de la carrera, los vástagos de la válvula que sobresalen hacen contacto con la culata permitiendo que se comuniquen las cámaras A y B y la presión comienza a compensarse entre las dos cámaras. La principal desventaja de este sistema radica en que se necesita una adecuada selección de las válvulas o cartuchos para garantizar una correcta desaceleración de la carga al final de la carrera y no existe en la literatura consultada referencia sobre

metodologías para su selección de manera que pueda garantizarse determinadas condiciones de desaceleración y que se evite el sobrecalentamiento provocado por la estrangulación en la válvula que es transmitido al pistón y por consiguiente influye directamente sobre los sellos, lo que constituye uno de los principales problemas a la hora del diseño de este tipo de sistema de amortiguación. Durante este proceso existe la posibilidad de que se alcancen temperaturas perjudiciales para la instalación y el aceite puede llegar a tales temperaturas en que se afecten sus propiedades fundamentalmente, además el deterioro de las válvulas implica una inmediata sustitución de éstas y con ello el desarme del cilindro para la corrección del problema. Adicionalmente, los vástagos de las válvulas deben ser lo suficientemente largos para garantizar la curva de desaceleración necesaria.

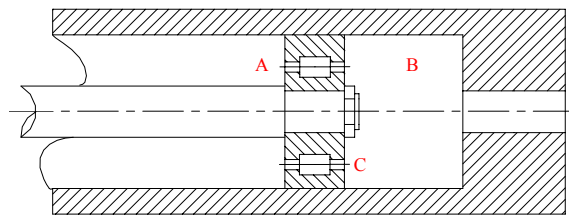


Fig. 1.9 Sistema de amortiguación con válvulas insertadas en el pistón

En todas las válvulas se produce esta transformación de la energía hidráulica en calor por los rozamientos del aceite al pasar por ellas, y por los rozamientos de sus piezas interiores durante sus actuaciones. Si a estos sobrecalentamientos se unen condiciones medioambientales perjudiciales como altas temperaturas o climas calientes, como es el caso de la mayor parte de las aplicaciones existentes en la industria nacional, el problema discutido se agrava.

1.5.2 Tendencias del diseño de los sistemas de amortiguación integrados en los cilindros.

De la consulta y análisis de los diferentes catálogos de firmas fabricantes de cilindros hidráulicos y otras bibliografías especializadas en mecanismos y elementos hidráulicos^[3,14,47,58,64,83,89,103,105,107,125] se pudo constatar que muchos de los textos consultados tratan el tema de los sistemas amortiguación de forma muy superficial.

La firma Mannesmann Rexroth^[89] presenta una metodología de cálculo incompleta para el diseño del sistema de amortiguación al final de la carrera, en ésta sólo se puntualizan algunos detalles, como los resultados desde el punto de vista energético y otros aspectos

que no llegan a concretar una metodología por lo que no se consideran como una herramienta de cálculo factible a la hora del diseño.

La firma Olesa^[105] hace referencia al diseño de sistemas de amortiguación de forma superficial. La selección de los elementos principales se basa en nomogramas fundamentalmente, sin brindar la posibilidad de simular el comportamiento de determinados parámetros importantes como la presión del sistema y la velocidad en dependencia de la variación de la geometría del amortiguador por lo que este procedimiento no permite predecir la relación entre ellos. Esto imposibilita que el diseñador observe el comportamiento de los principales factores del proceso de deceleración de la masa en movimiento, no pueda trabajar con datos que posibiliten la optimización del diseño y no tenga la posibilidad de ajustar el diseño de la amortiguación a las exigencias de desaceleración de la carga del cliente.

En las revistas y la literatura técnica vinculadas a la fabricación de cilindros y mecanismos hidráulicos, por lo general, se describe el funcionamiento de los sistemas pero nunca se detallan las metodologías, ecuaciones principales o procedimientos para la obtención de los parámetros fundamentales que son una herramienta poderosa a la hora de realizar un diseño o mejorarlo, pues ellos van describiendo a medida que se calcula el comportamiento del sistema.

En diferentes trabajos de investigación se ha dado un tratamiento especial a esta problemática y se han logrado establecer modelos para diferentes sistemas de amortiguación integrados en los cilindros^[11,31,33,49,72,75,81,113] a pesar que su tratamiento en la literatura es escaso y el procedimiento más usual en la mayor parte de las firmas de prestigio internacional productora de cilindros hidráulicos con sistemas de amortiguación integrados en el cuerpo de éstos está basado en el dimensionamiento de los componentes como la espiga y la cavidad en la culata a partir de nomogramas obtenidos experimentalmente.

Conclusiones del capítulo:

Del análisis de la bibliografía se desprende que:

1. No se encontraron referencias sobre la optimización del diseño del cuerpo de los cilindros oleohidráulicos a pesar de que la tendencia mundial en la fabricación de estos elementos para la maquinaria en general se encamina a la producción de equipos con requisitos de mínimo peso y, por ende, de mínimas dimensiones.

-
2. Se han encontrado en la literatura referencias sobre investigaciones analíticas en los cilindros donde se utiliza la solución del problema de Euler en el análisis del pandeo en las columnas y donde el cilindro es considerado una columna rígida de sección variable pero no se han encontrado soluciones en las cuales se tengan en cuenta elementos como las holguras existentes y el peso propio del cilindro.
 3. No ha sido estudiada con exactitud la influencia de la pendiente inicial debido a las holguras, surgida a partir fuerzas laterales perpendiculares al eje del cilindro y el momento flector que ellas provocan, en la reducción de la rigidez del sistema y su capacidad para transmitir fuerza.
 4. Es necesario desarrollar modelos matemáticos precisos que posibiliten la simulación de las condiciones cercanas a las de explotación de un cilindro oleohidráulico.
 5. No se cuenta con modelos que permitan desarrollar métodos de cálculo para los diferentes sistemas de amortiguación pues los existentes se basan, en algunos casos, en suposiciones puntuales como la disminución uniforme de la velocidad del pistón que hacen que los cálculos basados en esta consideración no sean exactos, y en otros, en nomogramas obtenidos experimentalmente.

CAPITULO II. ANÁLISIS Y MODELACION DE LOS PROBLEMAS DE ESTABILIDAD EN LOS CILINDROS OLEOHIDRÁULICOS.

2.1 Consideraciones iniciales.

Los modelos existentes para los análisis de estabilidad en los cilindros oleohidráulicos en general se basan en las expresiones obtenidas para el caso de barras rígidas, incluso obtenidas muchas veces para barras de rigidez constante.

Como fue discutido anteriormente, la carencia de un método para los cálculos de estabilidad de los cilindros oleohidráulicos en general y los telescópicos en particular ha sido preocupación constante de los profesionales del diseño de estos elementos de máquinas que han intentado solucionar el problema pero que se han tropezado con las limitaciones que la gran complejidad matemática de la solución de las ecuaciones que describen este fenómeno en los cilindros, les impone.

El factor principal que determina la aparición de tensiones en cualquier punto es la carga axial. En el vástago aparecen tensiones axiales directas y tensiones circunferenciales si la barra es hueca y presurizada, y en el cilindro como resultado aparecen tensiones sobre las paredes debido a la presión hidráulica interna.

La carga axial también provoca flexión a causa de la deflexión del cilindro para propiciar la pérdida de la estabilidad, en este caso fundamentalmente en el vástago. La excentricidad de la fuerza aplicada, la excentricidad de los apoyos, y el propio peso del cilindro desarrollan momentos flectores en el sistema y aparece el pandeo en la estructura.

La ubicación y el tipo de apoyos del cilindro, empotrados o articulados, determinan la longitud reducida del cilindro ($l_{eq} = \nu l$), donde ν es el coeficiente de reducción de la longitud. Cuando el apoyo del cilindro es desplazado del extremo final del cuerpo, disminuye la distancia entre los pasadores y a su vez aumenta la capacidad de transmitir carga.

Por otro lado, en el caso de un cilindro inclinado u horizontal con un apoyo intermedio, la porción restante ubicada más allá del apoyo del cilindro produce un momento flector en los pasadores de los apoyos del cilindro que inducirá momentos y tensiones en el sistema.

La pendiente entre el cuerpo y el vástago, a causa de las holguras existentes, provoca el aumento de la excentricidad de la carga axial y aumenta además el momento flector y las tensiones actuantes.

Para evitar que se deformen los vástagos de los cilindros excesivamente largos, se usa un separador sobre el mismo vástago que impide que el émbolo llegue en su recorrido hasta la tapa. Este separador se conoce con el nombre de "*stop tube*" por la función que realiza. Los separadores reducen las fuerzas de contacto en el sistema cuerpo - vástago con el aumento del brazo del momento actuante sobre esta conexión deslizante.

Todos los factores enumerados serán incluidos en el análisis que se describirá en el presente trabajo. Hay un número considerable de otros factores que pueden influir en la aparición de tensiones en el sistema. Sin embargo estos factores no pueden tratarse matemáticamente y sólo pueden considerarse en la selección del factor de seguridad aplicado al sistema.

2.2 Características generales del nuevo esquema de análisis empleado.

El análisis de la bibliografía consultada evidenció que no existen métodos de cálculo a la estabilidad de los cilindros hidráulicos de uno o más pasos que tenga en cuenta las condiciones reales de diseño y explotación de estos elementos de la maquinaria industrial.

En el nuevo esquema de análisis que se propondrá en el presente trabajo se tuvieron en cuenta los siguientes elementos no considerados con anterioridad:

- Las holguras existentes entre pistón – cuerpo y vástago – buje guía.
- El peso propio del cilindro y del líquido hidráulico.
- Los momentos de fricción en los apoyos articulados.
- Las condiciones generales de rigidez de los apoyos: empotrado, articulado, etc.
- La ubicación de los apoyos del cilindro a lo largo de su longitud.
- La inclinación del cilindro.
- Las posibles excentricidades de la carga en ambos extremos.
- La variación en la pendiente producido por la elasticidad de los bujes guías y sellos.
- Las particularidades constructivas del vástago: macizo o hueco, con o sin presión interior.

2.3 Consideraciones básicas y simplificaciones asumidas en el análisis.

Las consideraciones y las limitaciones asumidas en el desarrollo de los análisis fueron:

- Todos los materiales son linealmente elásticos, isotrópicos y homogéneos.
- Las deflexiones son pequeñas comparadas con la longitud total del sistema.
- Es aplicable la Ley de Hooke.
- Existe coaxialidad entre los ejes del cuerpo del cilindro y el vástago antes de la acción de la carga externa.
- El vástago se consideró totalmente extendido pero la cabeza del pistón no se encuentra en contacto con el buje guía.
- La longitud del buje guía es pequeña comparado con la longitud total del cilindro.
- El sistema es tratado como una barra con un cambio en la sección transversal que ocurre en cada nuevo paso del cilindro.
- La porción del vástago que permanece en el interior de la camisa del cilindro se mantiene recta.
- Los bujes y los sellos en la interfase cuerpo – vástago, son considerados perfectamente elásticos y han sido reemplazados por resortes lineales en el plano de pandeo.
- No existe transmisión alguna de fuerza axial a través de la fricción en la cabeza del pistón o el buje guía.
- La fuerza de fricción entre el pistón y el cuerpo y entre el vástago y el buje guía no se tienen en cuenta pues constituye una fuerza interna del sistema.
- Todas las fuerzas aplicadas y los momentos actúan en uno de los planos principales del sistema y producen pandeo en ese plano solamente.
- Todos los pasadores de los puntos de apoyo son considerados perpendiculares al plano de pandeo.
- El cuerpo del cilindro se apoya en cualquier parte a lo largo de su longitud pero la conexión deslizante cuerpo – vástago necesariamente se ubica entre los apoyos del cuerpo del cilindro y del vástago.
- Las tapas traseras y delanteras del cilindro se consideran perpendiculares al eje del cilindro antes y después de ser sometido este a la acción de una fuerza externa.

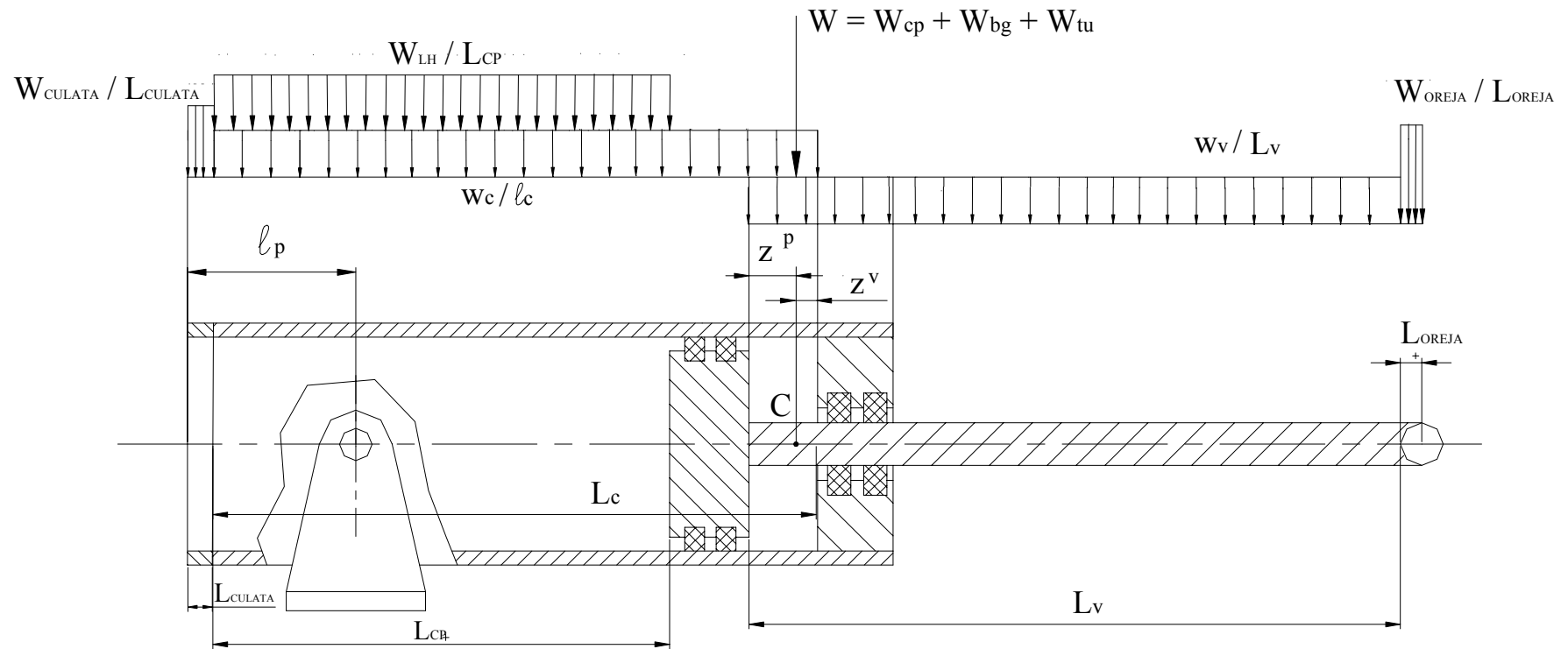


Fig. 2.1a Esquema real de carga de un cilindro oleohidráulico

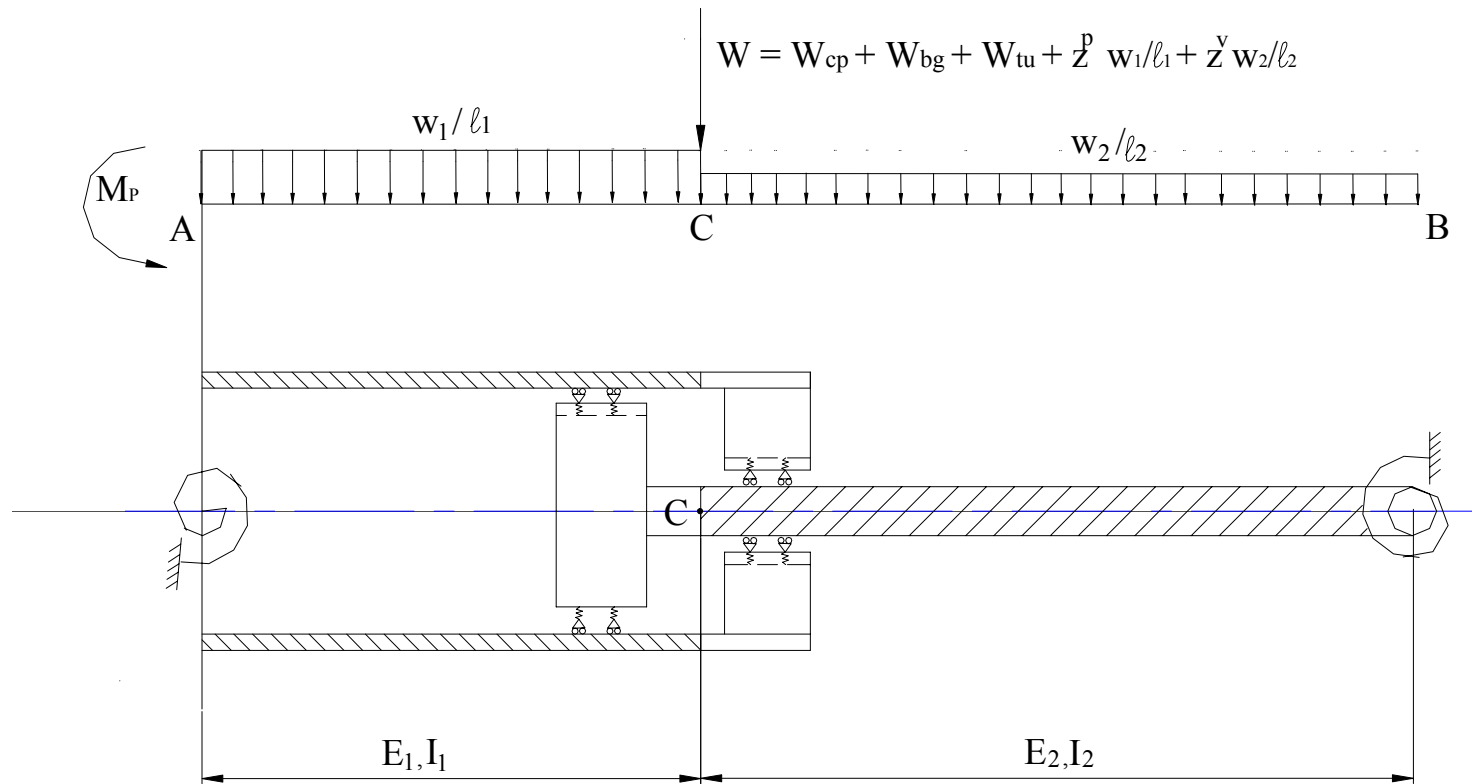


Fig. 2.1b Esquema de análisis y modelo del sistema real

2.4 Estudio de la influencia de la holgura radial en la estabilidad de los cilindros.

2.4.1 Esquema de análisis propuesto.

Sobre la base de las consideraciones y simplificaciones planteadas en el epígrafe anterior se elaboró el esquema de análisis del sistema que se aspira a resolver para el caso de un cilindro de simple etapa, tal como se muestra en las Fig. 2.1a y 2.1b donde:

W_{CULATA} y L_{CULATA} – Peso y longitud de la culata.

W_{LH} y L_{CP} – Peso de líquido hidráulico y longitud del espacio que éste ocupa desde la culata hasta la cara frontal de la cabeza del pistón.

W_C y L_C – Peso y longitud del tubo del cilindro.

W_v y L_v – Peso y longitud del vástago.

W_{cp} , W_{bg} y W_{tu} – Peso de la cabeza del pistón, el buje guía y la tuerca de fijación respectivamente.

W_{OREJA} y L_{OREJA} – Peso y longitud de la oreja.

l_p – Longitud de la culata al apoyo intermedio.

Se consideró que los dos tramos del modelo, CA y CB (Fig. 2.1b), tienen una rigidez igual a la rigidez del cuerpo del cilindro y a la rigidez del vástago, respectivamente. El punto de transición C, es el punto donde el eje del cuerpo del cilindro y el eje del vástago se cortan cuando el sistema se deforma por la acción de las cargas actuantes. Los tramos CA y CB están cargados con una fuerza uniformemente distribuida igual al cociente de la suma de los pesos de los diferentes elemento y del líquido hidráulico entre su longitud. El peso W de la conexión deslizante entre el cuerpo del cilindro y el vástago fue considerado como una carga concentrada en el punto de transición C, como se muestra en la Fig. 2.1b.

El peso del buje guía y el peso de la cabeza del pistón fueron incluidos dentro de la carga concentrada W en el punto de transición C. En el anexo I se justifica la consideración de estas cargas distribuidas como cargas concentradas en el punto C. El momento, con respecto al punto C, provocado por los pesos de la cabeza del pistón, del buje guía y de las partes solapadas de las cargas distribuidas debido al peso del cilindro y del vástago se desestimó por ser poco significativo lo que se demuestra en el Anexo H.

Para el caso de cilindros con apoyos intermedios, el momento provocado por el peso de la parte en voladizo fue aplicado en el lugar donde se encontraba el apoyo del cilindro.

Los bujes y los sellos fueron considerados como elementos elásticos y remplazados por resortes lineales.

2.4.2 Método de análisis

Se asumió, como en la generalidad de la literatura consultada, que el cilindro oleohidráulico real se comporta como una barra de sección variable el cual, a diferencia de los modelos propuestos con anterioridad, posee uniones elásticas entre sus pasos y en los apoyos. En la transición de un paso a otro se desarrollan pendientes cuyas magnitudes dependen del valor del momento flector en ella y de las holguras existentes. Basado en ello se planteó una ecuación diferencial para la deflexión en cada tramo y se resolvió usando las condiciones de contorno en los apoyos. La curva elástica es una función discontinua en cada una de estas conexiones deslizantes cuerpo - vástago, sin embargo la deflexión es común para ambos tramos. El número de constantes desconocidas en la solución de las ecuaciones diferenciales y el número de condiciones de contorno disponibles son iguales, por lo que las constantes desconocidas pueden ser determinadas.

2.4.3 Análisis del comportamiento de la desviación angular.

En la unión deslizante en la interfase cuerpo - vástago en un cilindro oleohidráulico se produce una desviación angular (diferencia de pendientes entre el eje del vástago y el eje del cuerpo del cilindro), que aumenta con el incremento de la carga aplicada. Para considerar esta desviación angular en el pandeo y en el análisis de estabilidad del cilindro, es necesario determinar la relación entre esta y el momento que surge en esta unión deslizante.

Existe una gran variedad de configuraciones y materiales para los bujes y los sellos. Debido a las diferencias en el diseño, el ensamble y los materiales usados en los componentes de la interfase, no se puede obtener una relación completamente generalizable. El procedimiento propuesto para obtener la relación entre el momento y la desviación angular en la interfase cuerpo - vástago es lo suficientemente general para que, con los ajustes en la rigidez, pueda usarse para el análisis de un diapasón amplio de configuraciones de los bujes y los sellos.

Como las deflexiones del vástago del cilindro aumentan con la carga que se aplica, las fuerzas laterales sobre los bujes y los sellos también aumentan. La compresión en los bujes y los sellos, así como la desviación angular son directamente proporcionales a la carga transversal. Esta variación lineal entre la desviación angular y el momento que

aparece en la unión deslizante vástago – cuerpo es válida mientras no aparezca ningún punto de contacto entre el cuerpo y el vástago.

Dependiendo de la configuración de la interfase cuerpo - vástago (las holguras entre la cabeza del pistón y la pared del cilindro; las holguras entre el buje guía y el vástago; la longitud del espacio remanente entre el buje guía y la cabeza del pistón y la longitud de solapamiento del cuerpo del cilindro con el vástago), cuando la pendiente aumenta, puede aparecer el punto de contacto mencionado.

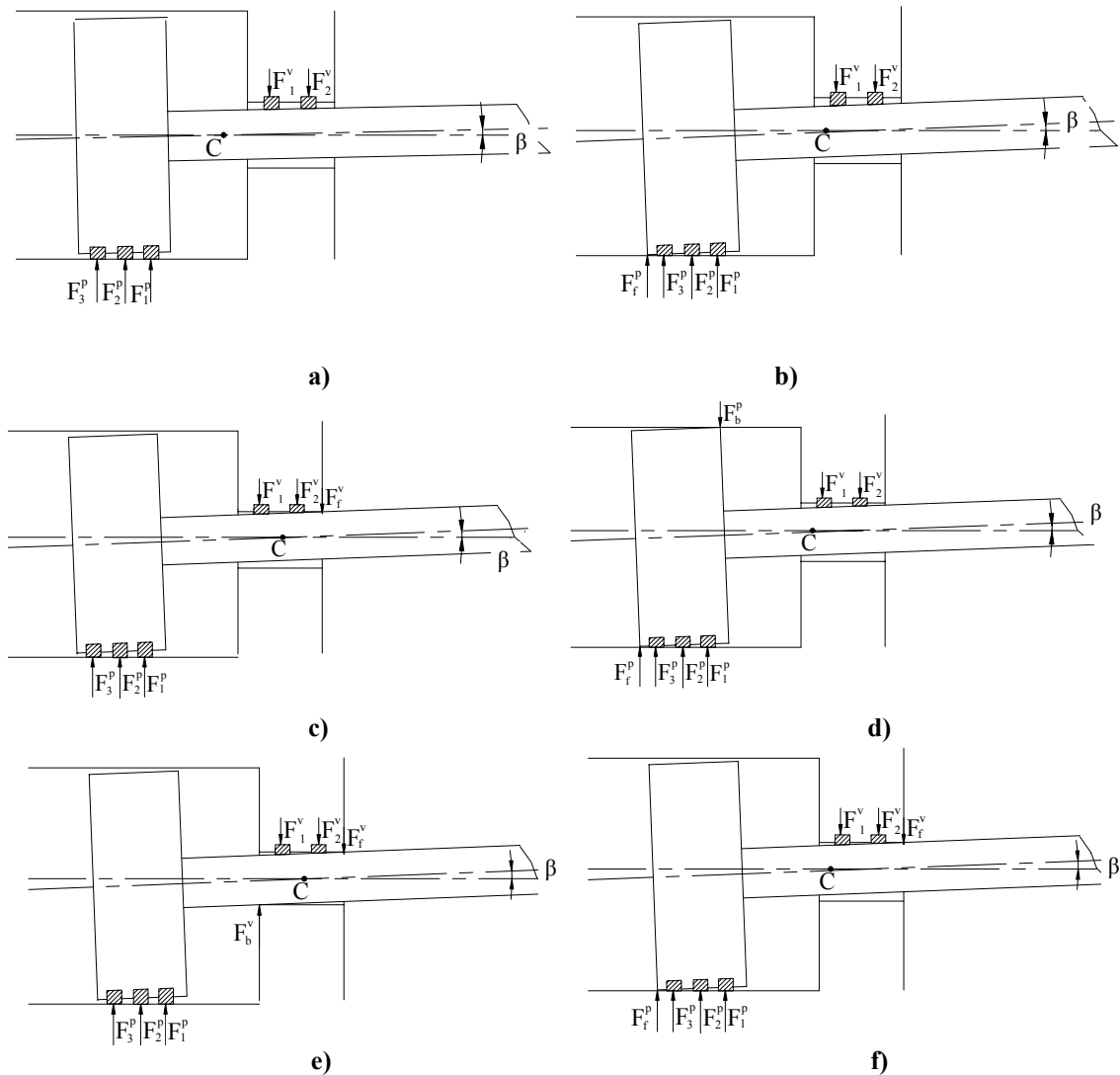


Fig. 2.2 Posibles combinaciones de puntos de contacto en la interfase cuerpo-vástago

- a) Ausencia de contacto metal-metal
- b) Contacto entre la pared interior del cuerpo y la cara frontal del pistón
- c) Contacto entre el vástago y el borde exterior del buje guía
- d) Contacto entre la pared interior del cuerpo y los bordes delantero y trasero del pistón
- e) Contacto entre el vástago y los bordes interior y exterior del buje guía
- f) Contacto en el borde delantero de la cabeza del pistón y el borde externo del buje guía

Este punto de contacto introduce una ligadura suplementaria (restricción al movimiento) y también asimila una parte de la fuerza lateral que se desarrolla en ese punto. De ahí que, al aparecer el punto de contacto, surge una relación diferente entre el momento y la desviación angular. El incremento de ésta finaliza con la aparición de un segundo punto de contacto.

De la discusión anterior se deduce que para valores bajos de momentos flectores en la unión deslizante buje guía – vástago, existe una relación directa entre el momento y la desviación angular.

- Sin embargo, como el momento aumenta, puede ocurrir contacto en el borde delantero de la cabeza del pistón (Fig. 2.2 b) o en el borde externo del buje guía (Fig. 2.2 c) al tiempo que la relación entre la pendiente y el momento cambian.

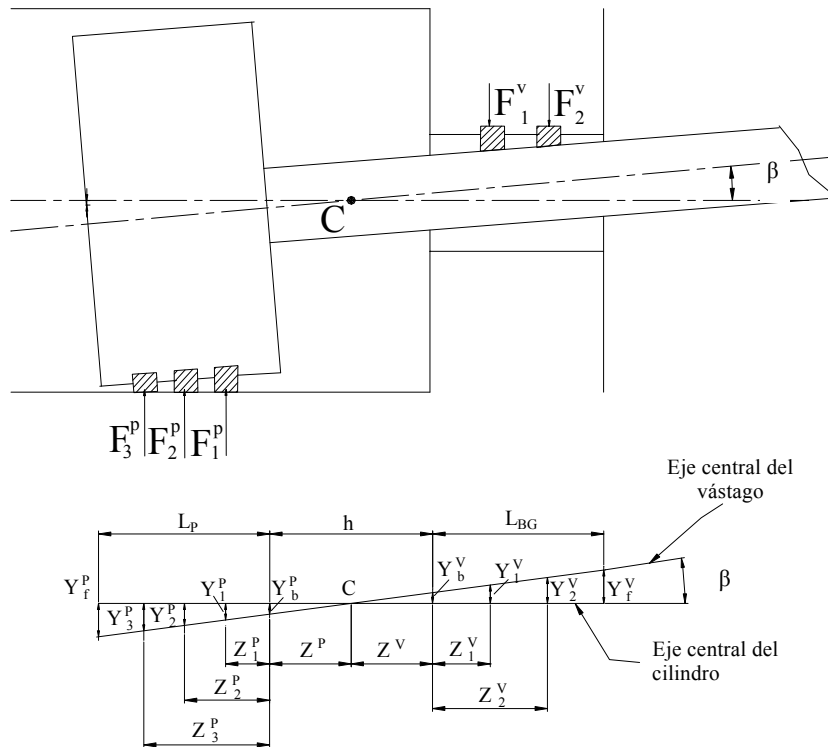


Fig. 2.3 Deformación en sellos y bujes

Como el momento continúa aumentando, el segundo punto del contacto aparece, lo que conduce a que la desviación angular se torne entonces constante. En dependencia de la configuración de la unión buje guía – vástago este par de puntos de contacto puede aparecer en tres combinaciones diferentes, a saber:

- En los bordes delantero y trasero de la cabeza del pistón (Fig. 2.2 d).

- En los bordes exterior o interior del buje guía (Fig. 2.2 e).
- En el borde delantero de la cabeza del pistón y el borde externo del buje (Fig.2.2 f).

Se desarrolló entonces la ecuación de la relación entre el momento y la desviación angular para estos casos y la ecuación para las fuerzas laterales en los sellos y los bujes y en los puntos de contacto para una unión buje guía – vástago con cualquier número de sellos o bujes. El diagrama de la Fig. 2.3 muestra la desviación angular entre el eje del cilindro y el eje del vástago, y las deformaciones en los sellos del pistón y el buje guía.

Del diagrama de cuerpo libre, tomando $\tan(\beta) \cong \beta$ (ángulo muy pequeño).

$$\beta = \frac{y_1^p}{z^p + z_1^p} = \frac{y_2^p}{z^p + z_2^p} = \dots = \frac{y_M^p}{z^p + z_M^p} = \frac{y_1^v}{z^v + z_1^v} = \frac{y_2^v}{z^v + z_2^v} = \dots = \frac{y_N^v}{z^v + z_N^v} \quad (2.1)$$

Donde:

y_i^p - Deformaciones en los sellos de la cabeza del pistón, $i = 1 \dots M$

y_i^v - Deformaciones en los sellos del vástago, $i = 1 \dots N$

z_i^p - Distancia del lateral exterior de la cabeza del pistón a los sellos, $i = 1 \dots M$

z_i^v - Distancia del lateral interior del buje guía a los sellos, $i = 1 \dots N$

z^p - Distancia del lateral exterior de la cabeza del pistón al punto C.

z^v - Distancia del lateral exterior del buje guía al punto C.

Los bujes y los sellos han sido modelados como elementos elásticos y sustituidos por resortes lineales de donde:

$$y_i^p = \frac{F_i^p}{k_i^p}; \quad i = 1 \dots M \quad (2.2)$$

$$y_i^v = \frac{F_i^v}{k_i^v}; \quad i = 1 \dots N$$

Donde

F_i^p, F_i^v - fuerzas laterales en los sellos del pistón y el vástago respectivamente.

k_i^p, k_i^v - rigidez respectiva de los sellos del pistón y del vástago modelados como apoyos elásticos.

De la combinación de las ecuaciones (2.1) y (2.2) se obtiene:

$$\beta = \frac{F_1^p}{k_1^p(z^p + z_1^p)} = \dots = \frac{F_M^p}{k_1^p(z^p + z_M^p)} = \frac{F_1^v}{k_1^v(z^v + z_1^v)} = \dots = \frac{F_N^v}{k_N^v(z^v + z_N^v)} \quad (2.3)$$

En la cual z^v y z^p están relacionadas por la expresión:

$$z^v = h - z^p \quad (2.4)$$

Siendo h la distancia existente entre la cabeza del pistón y el buje guía al inicio de la carrera (ver Fig. 2.4).

2.4.4 Análisis del problema cuando no existe contacto metal – metal.

En este caso el momento flector que actúa en la unión deslizante buje guía – vástago desarrolla fuerzas laterales solamente sobre los sellos y los bujes.

En la Fig. 2.4 se muestra la desviación angular y las fuerzas correspondientes en los sellos y los bujes. Del equilibrio de fuerzas en la dirección transversal se tiene que la suma de fuerzas verticales en el pistón y en el vástago es la misma, o sea:

$$\sum_{i=1}^M F_i^p = \sum_{i=1}^N F_i^v \quad (2.5)$$

Estas fuerzas pueden ser expresadas en términos de β usando la ecuación (2.3):

$$\sum_{i=1}^M k_i^p z_i^p + z^p \sum_{i=1}^M z_i^p = \sum_{i=1}^N k_i^v z_i^v + h \sum_{i=1}^N k_i^v - z^p \sum_{i=1}^N k_i^v$$

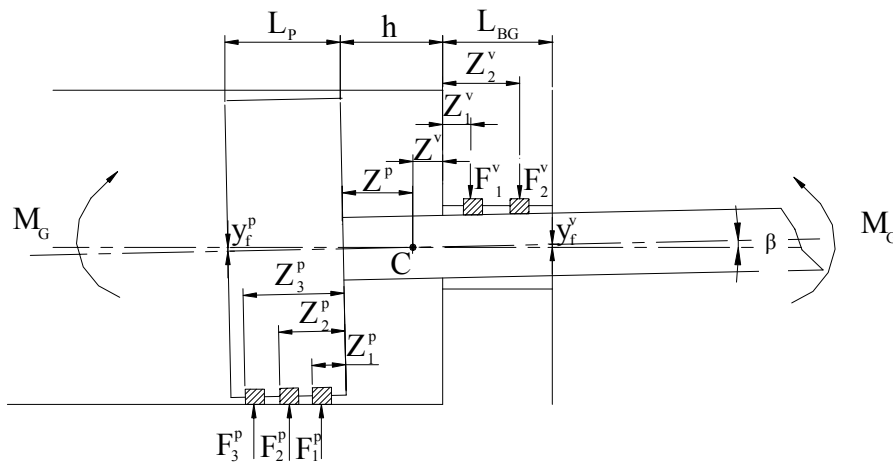


Fig. 2.4 Ausencia de contacto metal-metal

Esta ecuación puede ser resuelta para z^p obteniéndose que

$$z^p = \frac{\sum_{i=1}^N k_i^v z_i^v + h \sum_{i=1}^N k_i^v - \sum_{i=1}^M k_i^p z_i^p}{\sum_{i=1}^M k_i^p + \sum_{i=1}^N k_i^v} \quad (2.6)$$

Se suman los momentos alrededor del punto C para obtener

$$\sum_{i=1}^M F_i^p (z^p + z_i^p) + \sum_{i=1}^N F_i^v (z^v + z_i^v) = M_G \quad (2.7)$$

Donde M_G es el momento flector de la unión deslizante vástago – buje guía.

Las fuerzas laterales en la ecuación (2.7) son expresadas en términos de β utilizando la expresión (2.3), de donde se obtiene que:

$$\beta = \frac{M_G}{\sum_{i=1}^M k_i^p (z^p + z_i^p)^2 + \sum_{i=1}^N k_i^v (z^v + z_i^v)^2} \quad (2.8)$$

La desviación de la cara frontal de la cabeza del pistón y del vástago en la cara frontal del buje guía será:

$$y_f^p = \beta (z^p + L_p) \quad (2.9)$$

$$y_f^v = \beta (z^v + L_{bg}) \quad (2.10)$$

Donde:

L_p y L_{bg} – longitud del pistón y longitud del buje guía, respectivamente.

Evidentemente en el caso en que no se establezca contacto alguno metal – metal tendría lugar solamente si las cargas transversales son muy pequeñas por lo tanto la consideración de la rigidez alrededor del punto C para estas condiciones puede considerarse transitoria. En este caso, β_v y β_c toman valores que dependen de la rigidez a la flexión del contacto sellos de goma – metal que no ha sido investigada. En la práctica, para cierto valor de momento, si cualquier desviación y_f^p es mayor que la holgura radial entre la cabeza del pistón y la pared del cuerpo del cilindro H_{CC} (Fig. 2.5), o la desviación y_f^v es mayor que la holgura radial del vástago en el buje guía H_{VBG} (Fig. 2.5), aparecerá el caso con, al menos, una ligadura o limitación de movimiento, lo cual cambia las consideraciones de la rigidez alrededor del punto C lo cual se explica posteriormente.

Si ambos desplazamientos son mayores que las correspondientes holguras radiales, en este caso para poder utilizar el caso apropiado de limitación al movimiento, se debe analizar cual de las desviaciones y_f^p o y_f^v sobrepasa primero la respectiva holgura radial H_{CC} o H_{VBG} al aumentar la desviación β en las ecuaciones (2.9) y (2.10).

Si y_f^p sobrepasa el valor de la holgura radial H_{CC} el caso de una ligadura en la cara frontal de la cabeza del pistón puede ser considerado y si, por otra parte, y_f^v sobrepasa la

holgura radial H_{VBG} puede considerarse que existe una ligadura en la cara externa del buje guía.

2.4.5 Análisis del problema cuando existe una limitación de movimiento (un punto de contacto).

2.4.5.1 Caso 1: Contacto entre la pared interior del cuerpo del cilindro y el borde de la cara frontal de la cabeza del pistón.

El contacto metal con metal entre la cara frontal de la cabeza del pistón con la pared del cilindro (Fig. 2.5) establece que

$$y_f^p = H_{cc} \quad (2.11)$$

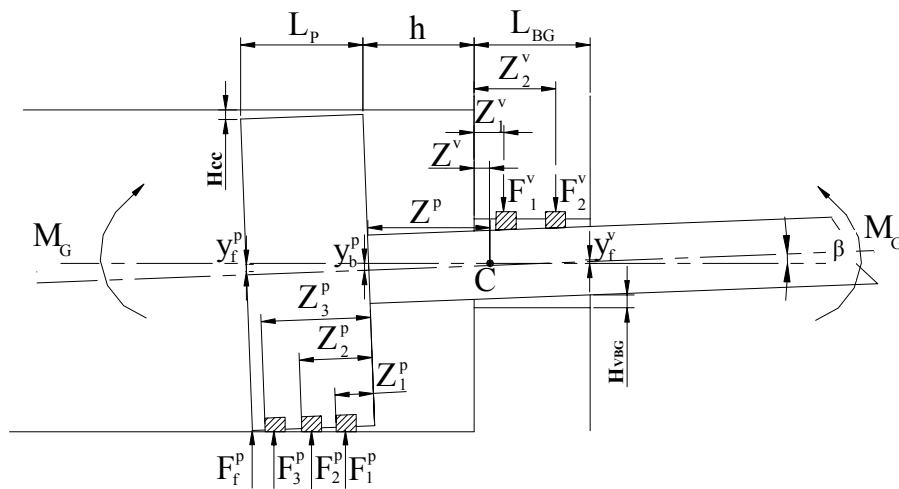


Fig. 2.5 Contacto entre la pared interior del cuerpo del cilindro y la cara frontal de la cabeza del pistón

La desviación angular es expresada como:

$$\beta = \frac{H_{cc}}{z^p + L_p} \quad (2.12)$$

Al sumar las fuerzas verticales se obtiene,

$$F_f^p + \sum_{i=1}^M F_i^p = \sum_{i=1}^N F_i^v \quad (2.13)$$

Donde F_f^p - fuerza puntual lateral en la cara frontal de la cabeza del pistón.

Las fuerzas en los sellos expresadas mediante la pendiente β (ecuación (2.3)) al ser sustituidas en la expresión (2.13) permite que la fuerza puntual lateral sea expresada como:

$$F_f^p = \beta \left[\sum_{i=1}^N k_i^v z_i^v + h \sum_{i=1}^N k_i^v - \sum_{i=1}^M k_i^p z_i^p - z^p \left(\sum_{i=1}^M k_i^p + \sum_{i=1}^N k_i^v \right) \right] \quad (2.14)$$

La suma de los momentos con relación al punto de contacto aparecido es:

$$-\sum_{i=1}^M F_i^p (L_p - z_i^p) + \sum_{i=1}^N F_i^v (L_p + h + z_i^v) = M_G \quad (2.15)$$

Al igualar las ecuaciones (2.3) y (2.12) se obtiene

$$F_i^p = \frac{H_{cc} k_i^p (z^p + z_i^p)}{z^p + L_p}; \quad i = 1 \dots M$$

$$F_i^v = \frac{H_{cc} k_i^v (h - z^p + z_i^v)}{z^p + L_p}; \quad i = 1 \dots N \quad (2.16)$$

De la combinación de las ecuaciones (2.15) y (2.16) resulta que

$$z^p = \frac{\sum_{i=1}^N (h + z_i^v) (L_p + h + z_i^v) k_i^v - \sum_{i=1}^M (L_p - z_i^p) z_i^p k_i^p - \frac{M_G L_p}{H_{cc}}}{\frac{M_G}{H_{cc}} + \sum_{i=1}^M k_i^p (L_p - z_i^p) + \sum_{i=1}^N k_i^v (L_p + h + z_i^v)} \quad (2.17)$$

Para que todos los signos sean consistentes, la holgura radial H_{cc} en la cara frontal de la cabeza del pistón debe tener el mismo signo que M_G ; o lo que es lo mismo, que la relación $\frac{M_G}{H_{cc}}$ sea siempre positiva.

Los desplazamientos en la cara posterior de la cabeza del pistón y en el vástago en la salida del buje guía serán:

$$y_b^p = \beta z^p \quad (2.18)$$

$$y_f^v = \beta (z^v + L_{BG}) \quad (2.19)$$

2.4.5.2 Caso 2: Contacto del vástago con el borde exterior del buje guía.

El contacto metal con metal entre el borde exterior del buje guía y el pistón (Fig. 2.6) se produce al cumplirse la siguiente condición:

$$y_f^v = H_{VBG} \quad (2.20)$$

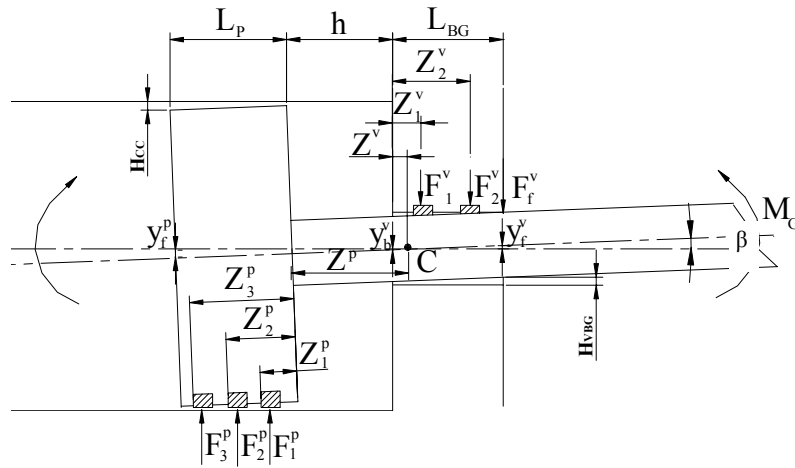


Fig. 2.6 Contacto del vástago con el borde exterior del buje guía.

La desviación angular es expresado como:

$$\beta = \frac{H_{VBG}}{h - z^p + L_{BG}} \quad (2.21)$$

Como en el caso anterior al sumar las fuerzas verticales se obtiene,

$$\sum_{i=1}^M F_i^p = F_f^v + \sum_{i=1}^N F_i^v \quad (2.22)$$

Sustituyendo las fuerzas en los sellos expresadas mediante la pendiente β en la ecuación (2.3) en la expresión (2.22), la fuerza en el punto de contacto lateral en el borde exterior del buje guía es

$$F_f^v = \beta \left[z^p \left(\sum_{i=1}^M k_i^p + \sum_{i=1}^N k_i^v \right) - \left(\sum_{i=1}^N k_i^v z_i^v + h \sum_{i=1}^N k_i^v - \sum_{i=1}^M k_i^p z_i^p \right) \right] \quad (2.23)$$

Los momentos son sumados con respecto al punto de contacto para obtener

$$\sum_{i=1}^M F_i^p (L_{BG} + h + z_i^p) - \sum_{i=1}^N F_i^v (L_{BG} - z_i^v) = M_T \quad (2.24)$$

Al igualar las ecuaciones (2.3) y (2.21) se obtiene

$$F_i^p = \frac{H_{VBG} k_i^p (z^p + z_i^p)}{h - z^p + L_{BG}}; \quad i = 1 \dots M$$

$$F_i^v = \frac{H_{VBG} k_i^v (h - z^p + z_i^v)}{h - z^p + L_{BG}}; \quad i = 1 \dots N \quad (2.25)$$

Al sustituir la ecuación (2.25) en (2.24) se tiene que

$$x^p = \frac{\sum_{i=1}^N (h + z_i^v)(L_{BG} - z_i^v)k_i^v - \sum_{i=1}^M (L_{BG} + h + z_i^p)z_i^p k_i^p + \frac{M_G(h + L_{BG})}{H_{VBG}}}{\frac{M_G}{H_{VBG}} + \sum_{i=1}^M k_i^p(L_{LBG} + h + z_i^p) + \sum_{i=1}^N k_i^v(L_{BG} - z_i^v)} \quad (2.26)$$

Nuevamente para que todos los signos sean consistentes, la holgura radial H_{VBG} debe tener el mismo signo que M_G ; o lo que es lo mismo, que la relación $\frac{M_G}{H_{VBG}}$ sea siempre positiva.

Los desplazamientos en la cara frontal de la cabeza del pistón y en el vástago en la cara interior del buje guía serán:

$$y_f^p = \beta(z^p + L_p) \quad (2.27)$$

$$y_b^v = \beta z^v \quad (2.28)$$

2.4.6 Análisis del problema cuando existen dos limitaciones de movimiento.

2.4.6.1 Caso 1: Contacto entre la pared interior del cuerpo del cilindro y los bordes de las caras de la cabeza del pistón.

El contacto metal – metal entre la pared interior del cilindro y las caras frontal y trasera de la cabeza del pistón (Fig. 2.7) se produce al cumplirse las condiciones siguientes:

$$z^p = \frac{L_p}{2}\beta \quad (2.29)$$

$$\beta = \frac{2H_{CC}}{L_p} \quad (2.30)$$

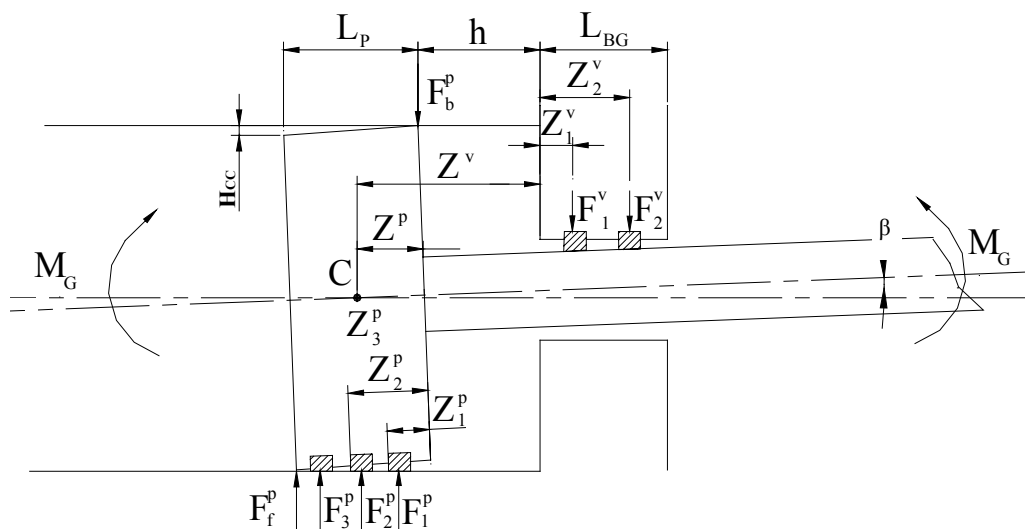


Fig. 2.7 Contacto entre la pared interior del cuerpo del cilindro y las caras de la cabeza del pistón

Los momentos son sumados con respecto al punto de contacto de la cara posterior de la cabeza del pistón,

$$F_f^p L_p + \sum_{i=1}^M F_i^p z_i^p + \sum_{i=1}^N F_i^v (h + z_i^v) = M_G$$

de donde

$$F_f^p = \frac{M_G - \sum_{i=1}^M F_i^p z_i^p - \sum_{i=1}^N F_i^v (h + z_i^v)}{L_p} \quad (2.31)$$

Sumando las fuerzas verticales se obtiene que la fuerza puntual en la cara posterior de la cabeza del pistón en el punto de contacto con la pared interior del cilindro es:

$$F_b^p = F_f^p + \sum_{i=1}^M F_i^p - \sum_{i=1}^N F_i^v \quad (2.32)$$

2.4.6.2 Caso 2: Contacto del vástago con las caras interior y exterior del buje guía.

El contacto metal – metal entre el vástago y la pared interior y exterior del buje guía (Fig. 2.8) se produce al cumplirse las condiciones siguientes:

$$z^p = h + \frac{L_{BG}}{2} \quad (2.33)$$

$$\beta = \frac{2H_{VBG}}{L_{BG}} \quad (2.34)$$

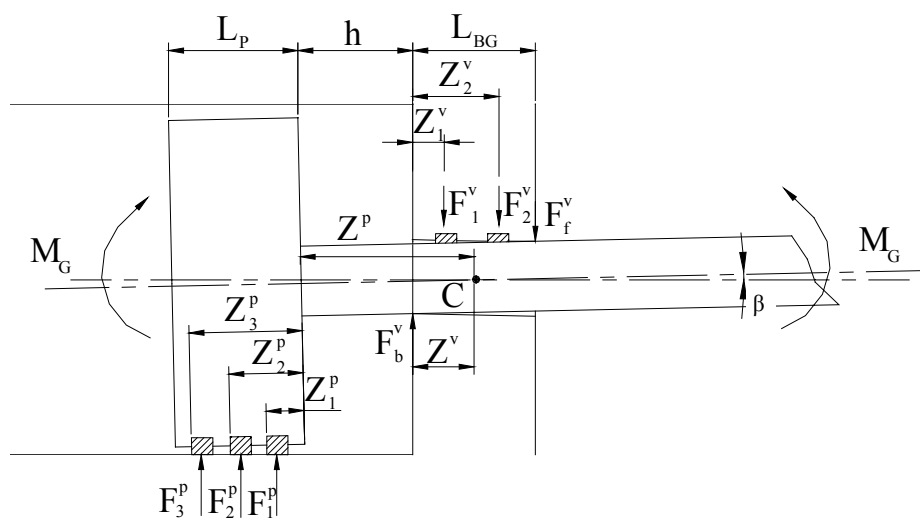


Fig. 2.8 Contacto del vástago con las caras interior y exterior del buje guía.

Los momentos son sumados con respecto al punto de contacto del vástago con la cara interior del buje guía, se tiene que:

$$F_f^v L_{BG} + \sum_{i=1}^N F_i^v z_i^v + \sum_{i=1}^M F_i^p (h + z_i^p) = M_G$$

de donde

$$F_f^v = \frac{M_G - \sum_{i=1}^N F_i^v z_i^v - \sum_{i=1}^M F_i^p (h + z_i^p)}{L_{BG}} \quad (2.35)$$

La fuerza puntual en la cara interior del buje guía se obtiene a partir de la suma de las fuerzas verticales:

$$F_b^v = F_f^v + \sum_{i=1}^N F_i^v - \sum_{i=1}^M F_i^p \quad (2.36)$$

2.4.6.3 Caso 3: Contacto entre el borde de la cara frontal de la cabeza del pistón y la pared del cilindro y entre el vástago y el borde la cara externa del buje guía.

El contacto metal – metal entre el borde de la cara frontal de la cabeza del pistón y el contacto entre el vástago y el borde de la cara externa del buje guía (Fig. 2.9) se produce al cumplirse la condición siguiente:

$$\beta = \frac{H_{VBG} + H_{CC}}{L_p + h + L_{BG}} \quad (2.37)$$

La distancia del punto C a la cara posterior de la cabeza del pistón se determina por:

$$z^p = \frac{H_{CC}}{\beta} - L_p \quad (2.38)$$

de manera que $\frac{H_{CC}}{\beta}$ siempre sea positivo.

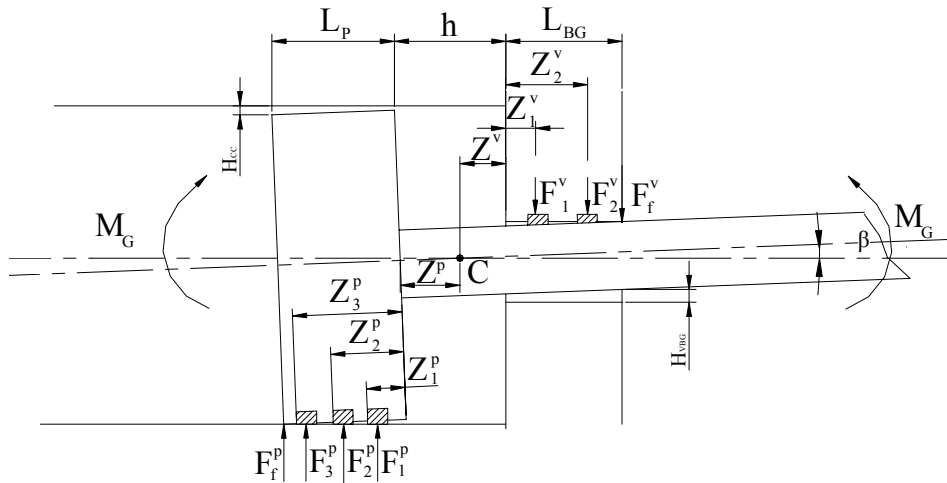


Fig. 2.9 Contacto entre la cara frontal de la cabeza del pistón y la pared interior del cilindro y entre el vástago y la cara externa del buje guía.

La suma de los momentos con respecto al punto exterior de contacto del vástago con el buje guía da como resultado:

$$F_f^p = \frac{M_G + \sum_{i=1}^N F_i^v (L_{BG} - z_i^v) - \sum_{i=1}^M F_i^p (L_{BG} + h + z_i^p)}{L_p + h + L_{BG}} \quad (2.39)$$

De la suma de las fuerzas verticales se obtiene que:

$$F_f^v = F_f^p + \sum_{i=1}^M F_i^p - \sum_{i=1}^N F_i^v \quad (2.40)$$

Evidentemente los casos analizados en los que aparecen dos puntos de contactos en cualquiera de sus tres combinaciones es la situación más crítica de carga y la más probable. Cualquiera de éstos tres casos puede aparecer cuando las cargas transversales son muy grandes y en ellos, los valores que adoptan β , β_v y β_c dependen exclusivamente de condiciones geométricas y no es necesario conocer la rigidez alrededor del punto C.

2.5 Particularidades del análisis de estabilidad en los cilindros de un paso.

En cada punto de la longitud del cilindro pueden plantearse las ecuaciones para los momentos, las pendientes y las flechas. En la Fig. 2.10 se muestra el sistema resultante para los cilindros de un paso con todas las fuerzas y reacciones, donde:

P – Carga axial sobre el cilindro.

L – Longitud entre los apoyos del cilindro.

e_c y e_v – Excentricidad de la carga axial en el cuerpo del cilindro y el vástago respectivamente.

β_c y β_v – Desviación angular del eje del cilindro y el eje del vástago con respecto a los apoyos.

k_c y k_v – Rigidez de los resortes rotacionales en los pasadores de los apoyos del cilindro y del vástago respectivamente (rigidez angular de los apoyos).

f_c y f_v – Coeficiente de fricción en los pasadores de los apoyos del cilindro y del vástago respectivamente

R'_c - Reacción lateral en el apoyo del cuerpo del cilindro provocado por el peso propio del sistema.

R'_v - Reacción lateral en el apoyo del vástago provocado por el peso propio del sistema.

$M_p = \frac{w_1 \cdot l_p^2}{2}$ – Momento en el cuerpo del cilindro provocado por el peso propio de la parte posterior al apoyo del cuerpo

W – Fuerza concentrada en el punto C que considera el peso del pistón, el peso del buje guía, el peso de la tuerca y el peso de las partes del tubo del cilindro y del vástago solapadas en la unión deslizante.

w_1 – Peso por unidad de longitud del cuerpo del cilindro y del líquido hidráulico.

w_2 – Peso por unidad de longitud del vástago y del líquido hidráulico si fuera presurizado.

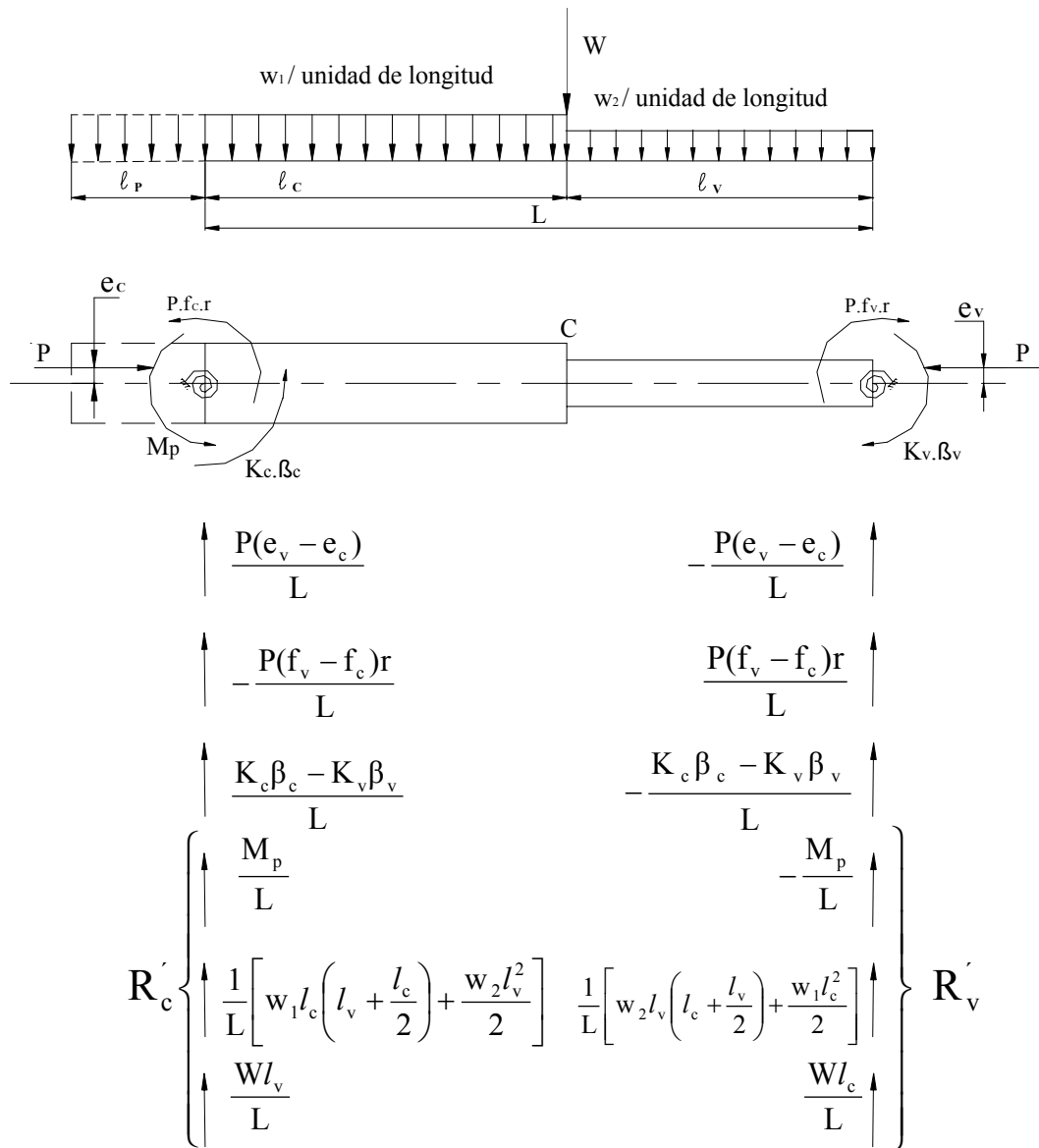


Fig. 2.10 Fuerzas y reacciones en un sistema de un cilindro de simple paso.

En la Fig. 2.10 se muestra la reacción provocada por la diferencia de excentricidades entre el apoyo del vástago y el apoyo del cuerpo, la reacción provocada por el momento de fricción en los apoyos articulados, la reacción provocada por la rigidez al giro de los apoyos empotrados, con cojinetes de rodamiento, etc y las reacciones provocadas por el peso propio del sistema: la reacción provocada por la parte del cilindro que queda en voladizo en aquellos que poseen apoyos intermedios, la reacción provocada por el peso del tubo del cilindro, el vástago y el líquido hidráulico y la reacción provocada por la fuerza concentrada en el punto C.

En este análisis, las ecuaciones diferenciales para las deflexiones fueron planteadas para el cuerpo y el vástago del cilindro flexionados. Estas ecuaciones diferenciales se resuelven a partir de las condiciones de frontera y de compatibilidad para obtener las ecuaciones del pandeo. Las ecuaciones de la pendiente se obtuvieron por diferenciación de las ecuaciones de pandeo.

El esquema de un cilindro hidráulico de simple paso se muestra en Fig. 2.11 en tres posibles posiciones: absolutamente recto; con una pendiente inicial β' pero sin carga axial y cargado con una pendiente β que aumenta con el aumento de la carga. El sistema transitará a través de estos tres estados cuando es sometido a una carga en sus extremos. Está claro que la desviación angular en cualquier punto del sistema es, de una parte, debido a la presencia de la pendiente y de otra, debido a la flexión del cuerpo del cilindro y el vástago.

En la Fig. 2.11, la porción de la desviación desde la posición absolutamente recta a la posición indicada por las líneas punteadas es debida a la pendiente, y la porción de las líneas punteadas a la posición pandeada es debida a los momentos flectores en el sistema. Las ecuaciones diferenciales son escritas para el pandeo total.

Para una sección cualquiera en la porción del cilindro, por ejemplo en la sección 1-1 de la Fig. 2.11, el momento flector que provoca el pandeo es obtenido partiendo de la ecuación diferencial aproximada de la curva elástica de la barra para ese tramo, como

$$M_1 = -E_1 I_1 \frac{d^2 y_1}{dz^2} \quad (2.41)$$

Donde,

E_1 – Módulo de elasticidad del material del cuerpo del cilindro

I_1 – Momento de inercia del cuerpo del cilindro en cuestión

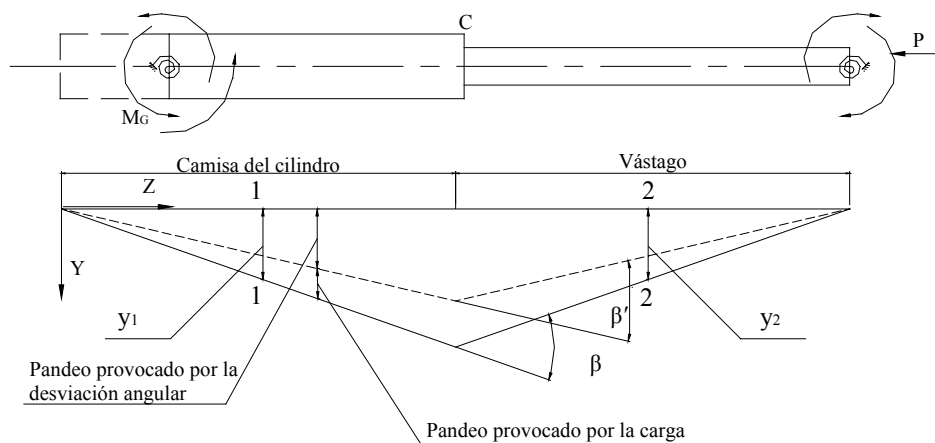


Fig. 2.11 Posiciones de pandeo en un cilindro oleohidráulico típico

El momento flector en esta misma sección provocado por las cargas externas y las reacciones es:

$$M_1 = \frac{P(e_v - e_c)}{L}z - \frac{P(f_v - f_c)}{L}z + \frac{k_c\beta_c - k_v\beta_v}{L}z + R'_c z - M_p - Pf_c - k_c\beta_c - \frac{w_1}{2}z^2 + P(e_c + y_1) \quad (2.42)$$

Donde:

y_1 – deflexión a cualquier distancia z en el cilindro con respecto a sus apoyos.

Para mantener el equilibrio el momento interno y externo deben ser igualados por lo que al combinar las ecuaciones (2.41) y (2.42) se obtiene

$$\frac{d^2 y_1}{dz^2} + K_1^2 y_1 = K_1^2 \left[-\frac{e_v - e_c}{L}z + \frac{f_v - f_c}{L}z - \frac{K_c\beta_c - K_v\beta_v}{PL}z - \frac{R'_c}{P}z + \frac{M_p}{P} + f_c + \frac{K_c\beta_c}{L} + \frac{w_1}{2P}z^2 - e_c \right] \quad (2.43)$$

Donde:

$$K_1^2 = \frac{P}{E_1 I_1}$$

Se realizó un análisis similar en una sección cualquiera de la porción del vástago (sección 2 – 2, Fig. 2.11) de donde se obtuvo que:

$$\frac{d^2 y_2}{dz^2} + K_2^2 y_2 = K_2^2 \left[-\frac{e_v - e_c}{L}(L - z) + \frac{f_v - f_c}{L}(L - z) - \frac{K_c\beta_c - K_v\beta_v}{PL}(L - z) - \frac{R'_v}{P}(L - z) + f_v + \frac{K_v\beta_v}{P} + \frac{w_2}{2P}(L - z)^2 - e_v \right] \quad (2.44)$$

Donde:

$$K_2^2 = \frac{P}{E_2 I_2}$$

Las ecuaciones diferenciales 2.43 y 2.44 describen el comportamiento de las desviaciones en el cuerpo y el vástago de un cilindro cargado.

Las condiciones de contorno y de compatibilidad que se aplicaron para la solución de estas ecuaciones fueron:

$$\begin{aligned}
z = 0 & \quad y_1 = 0 \\
z = L & \quad y_2 = 0 \\
z = l_c & \quad y_1 = y_2 \\
z = l_c & \quad \frac{dy_1}{dz} - \beta = \frac{dy_2}{dz}
\end{aligned} \tag{2.45}$$

Se obtuvo entonces la solución general para las ecuaciones 2.43 y 2.44 como:

$$\begin{aligned}
y_1 = C_1 \cos(K_1 \cdot z) + D_1 \sin(K_1 \cdot z) - \frac{e_v - e_c}{L} z + \frac{f_v - f_c}{L} z - \frac{K_c \beta_c - K_v \beta_v}{PL} z - \frac{R_c}{P} z + T_1 + \frac{K_c \beta_c}{P} + \frac{w_1}{2P} z^2 \\
(0 \leq z \leq l_c)
\end{aligned} \tag{2.46}$$

y

$$\begin{aligned}
y_2 = C_2 \cos(K_2 \cdot z) + D_2 \sin(K_2 \cdot z) + \frac{e_v - e_c}{L} (L - z) - \frac{f_v - f_c}{L} (L - z) + \frac{K_c \beta_c - K_v \beta_v}{PL} (L - z) - \frac{R_v}{P} (L - z) + \\
+ T_2 + \frac{K_v \beta_v}{P} + \frac{w_2}{2P} (L - z)^2 \quad (l_c \leq z \leq L)
\end{aligned} \tag{2.47}$$

Donde,

$$T_1 = \frac{M_p}{P} + f_c - e_c - \frac{w_1}{PK_1^2} \tag{2.48}$$

$$T_2 = f_v - e_v - \frac{w_2}{PK_2^2} \tag{2.49}$$

C_1, C_2, D_1 y D_2 - constantes determinadas a partir de las condiciones de contorno (2.45)

La aplicación de las condiciones de contorno permitió determinar:

$$C_1 = -T_1 - \frac{K_c \beta_c}{P} \tag{2.50}$$

$$C_2 = \left[-D_2 \sin(K_2 L) - T_2 - \frac{K_v \beta_v}{P} \right] \frac{1}{\cos(K_2 L)} \tag{2.51}$$

Con la aplicación de las condiciones de compatibilidad en la unión deslizante, o sea cuando $z = l_c$, y sustituyendo los valores de C_1 y C_2 de las ecuaciones (2.50) y (2.51) se obtuvo

$$\begin{aligned}
D_1 \sin(K_1 l_c) + D_2 \frac{\sin(K_2 l_c)}{\cos(K_2 L)} = \left(T_1 + \frac{K_c \beta_c}{P} \right) \cos(K_1 l_c) - \left(T_2 + \frac{K_v \beta_v}{P} \right) \left(\frac{\cos(K_2 l_c)}{\cos(K_2 L)} \right) - T_3
\end{aligned} \tag{2.52}$$

Donde,

$$T_3 = \frac{w_2}{PK_2^2} - \frac{w_1}{PK_1^2} \tag{2.53}$$

La ecuación de la pendiente es igual a la primera derivada de la ecuación de pandeo (2.46) y (2.47) por lo que:

$$\frac{dy_1}{dz} = C_1 K_1 \sin(K_1 \cdot z) + D_1 K_1 \cos(K_1 \cdot z) - \frac{e_v - e_c}{L} + \frac{f_v - f_c}{L} - \frac{K_c \beta_c - K_v \beta_v}{PL} - \frac{R'_c}{P} + \frac{w_1}{2P} z$$

$$(0 \leq z \leq l_c) \quad (2.54)$$

$$\frac{dy_2}{dz} = -C_2 K_2 \sin(K_2 \cdot z) + D_2 K_2 \cos(K_2 \cdot z) - \frac{e_v - e_c}{L} + \frac{f_v - f_c}{L} - \frac{K_c \beta_c - K_v \beta_v}{PL} + \frac{R'_v}{P} - \frac{w_2}{2P} (L - z)$$

$$(l_c \leq z \leq L) \quad (2.55)$$

Con la aplicación de las condiciones de compatibilidad en la unión deslizante y sustituyendo los valores de C_1 y C_2 de las ecuaciones (2.50) y (2.51) se obtiene:

$$D_1 K_1 \cos(K_1 l_c) - D_2 K_2 \frac{\cos(K_2 l_v)}{\cos(K_2 L)} = \left(-T_1 - \frac{K_c \beta_c}{P} \right) K_1 \sin(K_1 l_c) +$$

$$\left(T_2 + \frac{K_v \beta_v}{P} \right) \left(\frac{K_2 \sin(K_2 l_c)}{\cos(K_2 L)} \right) + \frac{W}{P} + \beta \quad (2.56)$$

Donde,

$$W = R'_c + R'_v - w_1 l_c - w_2 l_v$$

Resolviendo simultáneamente las ecuaciones (2.52) y (2.56) se obtiene:

$$D_1 = \frac{1}{Q} \left[\left(T_1 + \frac{K_c \beta_c}{P} \right) \frac{K_2 - K_1 \tan(K_1 l_c) \tan(K_2 l_v)}{\tan(K_1 l_c) \tan(K_2 l_v)} - \left(T_2 + \frac{K_v \beta_v}{P} \right) \frac{K_2}{\sin(K_1 l_c) \sin(K_2 l_v)} - \right.$$

$$\left. - T_3 \frac{K_2}{\sin(K_1 l_c) \sin(K_2 l_v)} + \left(\beta + \frac{W}{P} \right) \frac{1}{\sin(K_1 l_c)} \right] \quad (2.57)$$

$$D_2 = \frac{1}{Q} \left[\left(T_1 + \frac{K_c \beta_c}{P} \right) \frac{K_1 \cos(K_2 L)}{\sin(K_1 l_c) \sin(K_2 l_v)} - \left(T_2 + \frac{K_v \beta_v}{P} \right) \frac{K_2 \tan(K_1 l_c) \tan(K_2 l_c) + K_1 \cos(K_2 l_c)}{\tan(K_1 l_c) \sin(K_2 l_v)} - \right.$$

$$\left. - T_3 \frac{K_1 \cos(K_2 L)}{\tan(K_1 l_c) \sin(K_2 l_v)} - \left(\beta + \frac{W}{P} \right) \frac{\cos(K_2 L)}{\sin(K_2 l_v)} \right] \quad (2.58)$$

Donde:

$$Q = \frac{K_1}{\tan(K_1 l_c)} + \frac{K_2}{\tan(K_2 l_v)} \quad (2.59)$$

El valor de las constantes C_1 , C_2 , D_1 y D_2 en las ecuaciones de flexión (2.46) y (2.47) y en las ecuaciones de la pendiente (2.54) y (2.55) son obtenidas de las ecuaciones (2.50), (2.51), (2.57) y (2.58), respectivamente.

La pendiente β es determinada por el método explicado anteriormente. Las otras dos variables desconocidas, β_c y β_v , que aparecen en las ecuaciones de flexión y la pendiente y en las ecuaciones para determinar C_1 , C_2 , D_1 y D_2 se determinan a partir de las condiciones de contorno siguientes:

$$z = 0 \quad \frac{dy_1}{dz} = \beta_c \quad y \quad z = L \quad \frac{dy_2}{dz} = \beta_v \quad (2.60)$$

Al combinar las ecuaciones (2.50), (2.51), (2.54), (2.55), (2.57), (2.58) y (2.60) se obtienen dos ecuaciones de la forma:

$$\beta_c A_{11} + \beta_v A_{12} = B_1 \quad (2.61)$$

y

$$\beta_c A_{21} + \beta_v A_{22} = B_2 \quad (2.62)$$

Donde:

$$A_{11} = 1 - \frac{K_c}{P} \frac{K_1(K_2 - K_1 \tan(K_1 l_c) \tan(K_2 l_v))}{K_1 \tan(K_2 l_v) + K_2 \tan(K_1 l_c)} + \frac{K_c}{PL} \quad (2.63)$$

$$A_{12} = \frac{K_v}{P} \frac{K_1 K_2}{K_1 \tan(K_2 l_v) + K_2 \tan(K_1 l_c)} \frac{1}{\cos(K_2 l_v) \cos(K_1 l_c)} - \frac{K_v}{PL} \quad (2.64)$$

$$B_1 = \frac{K_1}{Q} \left[T_1 \frac{K_2 - K_1 \tan(K_1 l_c) \tan(K_2 l_v)}{\tan(K_1 l_c) \tan(K_2 l_v)} - T_2 \frac{K_2}{\sin(K_1 l_c) \sin(K_2 l_v)} - T_3 \frac{K_2}{\sin(K_1 l_c) \tan(K_2 l_v)} + \left(\beta + \frac{W}{P} \right) \frac{1}{\sin(K_1 l_c)} - \frac{e_v - e_c}{L} + \frac{f_v - f_c}{L} - \frac{R_c}{P} \right] \quad (2.65)$$

$$A_{21} = -\frac{K_c}{P} \frac{K_1 K_2}{K_1 \tan(K_2 l_v) + K_2 \tan(K_1 l_c)} \frac{1}{\cos(K_1 l_c) \cos(K_2 l_v)} + \frac{K_c}{PL} \quad (2.66)$$

$$A_{22} = 1 + \frac{K_v}{P} \frac{K_2 \tan(K_1 l_c) \tan(K_2 l_c) + K_1}{K_1 \tan(K_2 l_v) + K_2 \tan(K_1 l_c)} \frac{K_2 \cos(K_2 l_c)}{\cos(K_2 l_v) \cos(K_2 L)} - \frac{K_v}{P} \frac{K_2 \sin(K_2 L)}{\cos(K_2 L)} - \frac{K_v}{PL} \quad (2.67)$$

$$B_2 = \frac{K_2}{Q} \left[T_1 \frac{K_1}{\sin(K_1 l_c) \sin(K_2 l_v)} - T_2 \frac{K_2 \tan(K_1 l_c) \tan(K_2 l_c) + K_1 \cos(K_2 l_c)}{\tan(K_1 l_c) \sin(K_2 l_v) \cos(K_2 L)} - T_3 \frac{K_1}{\tan(K_1 l_c) \sin(K_2 l_v)} - \left(\beta + \frac{W}{P} \right) \frac{1}{\sin(K_2 l_v)} + T_2 K_2 \tan(K_2 L) - \frac{e_v - e_c}{L} + \frac{f_v - f_c}{L} - \frac{R_v}{P} \right] \quad (2.68)$$

Resolviendo simultáneamente las ecuaciones (2.61) y (2.62) se obtiene:

$$\beta_c = \frac{B_1 A_{22} - A_{12} B_2}{A_{11} A_{22} - A_{12} A_{21}} \quad (2.69)$$

y

$$\beta_v = \frac{B_2 A_{11} - A_{21} B_1}{A_{11} A_{22} - A_{12} A_{21}} \quad (2.70)$$

Con las ecuaciones (2.50), (2.51), (2.57), (2.58), (2.59) y (2.70) se pudo determinar las incógnitas C_1 , C_2 , D_1 , D_2 , β_c y β_v , respectivamente, en las ecuaciones de pandeo (2.46) y (2.47) y en las ecuaciones de la pendiente (2.54) y (2.55).

La ecuación del momento flector para la parte del cuerpo del cilindro se determinó por la ecuación (2.42) y de forma similar la ecuación para el momento flector en el vástago se determina mediante

$$M_2 = -\frac{P(e_v - e_c)}{L}(L-z) + \frac{P(f_v - f_c)}{L}(L-z) - \frac{k_c\beta_c - k_v\beta_v}{L}(L-z) + R'_v(L-z) - Pf_v - k_v\beta_v - \frac{W_2}{2}(L-z)^2 + P(e_v + y_2) \quad (2.71)$$

2.6 Validación experimental del modelo propuesto.

Para la validación experimental del modelo propuesto se seleccionó un cilindro hidráulico producido en la Empresa Oleohidráulica de Cienfuegos con la nomenclatura CH.12.100/40.200.00.00 con los siguientes datos según fabricante:

- Diámetro interior de la camisa: 100 mm
- Diámetro del vástago: 40 mm
- Recorrido máximo del vástago: 200 mm
- Presión de trabajo: 12 MPa
- Presión de prueba: 18 MPa
- Fuerza de empuje: 96 kN
- Fuerza de tiro: 79 kN

Los sellos utilizados en el cilindro, en condiciones normales de trabajo, según recomendaciones del fabricante, asimilan una holgura radial de hasta 2 mm. Teniendo en cuenta las dimensiones nominales y los límites superior e inferior del margen de tolerancia de estos elementos, la holgura diametral máxima entre el cuerpo y el pistón en el cilindro utilizado en el experimento es de 2.22 mm y la mínima es de 0.55 mm.

Los ensayos experimentales (Fig. 2.12) se efectuaron al cilindro en posición horizontal con un esquema de instalación articulado – articulado y completamente extendido, en una instalación diseñada al efecto.

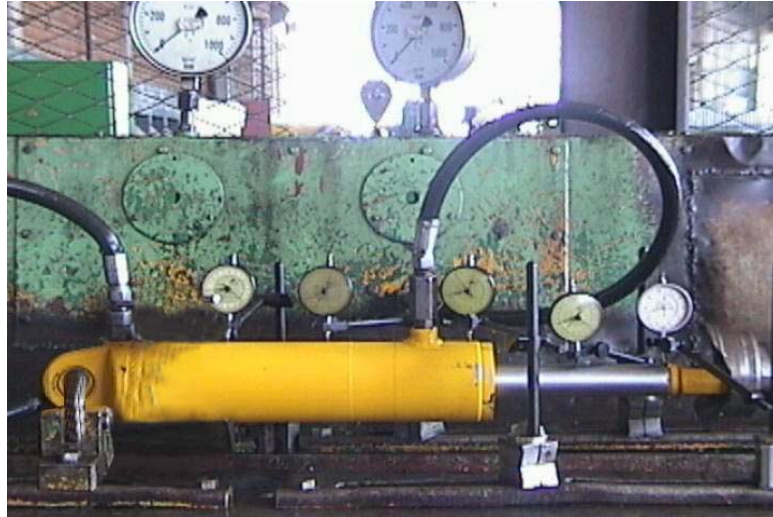


Fig. 2.12 Instalación con el cilindro hidráulico utilizados en los ensayos experimentales para la validación del modelo.

Se efectuaron las mediciones de la deformación (flecha) provocada por la acción de una presión aplicada de 12, 18 y 22 MPa. Para cada presión aplicada se efectuaron 3 repeticiones del experimento.

Los resultados de los experimentos y la validación del modelo se muestran en la Tabla 1.

Tabla 1. Desplazamientos medios obtenidas en los ensayos experimentales y valores de éstos a partir del modelo propuesto

	P=12 Mpa							P=18 Mpa							P=22 Mpa						
	Distancia del centro del apoyo del cuerpo al punto de medición, mm																				
	0	115	215	300	395	505	520	0	115	215	300	395	505	520	0	115	215	300	395	505	520
$\beta = 0$	0	20,6	62	81,1	83,8	35,5	0	0	34,1	83,6	92,1	82	39,2	0	0	59,1	101,9	130	109	69	0
$\beta = 0.05$	0	21,2	63,3	84,5	90,8	30	0	0	45,2	85,2	93,7	76	49,7	0	0	68,5	106	139	111	65	0
$\beta = 0.1$	0	24	64,1	87	79	28,5	0	0	36,5	85,9	94,2	79	53,9	0	0	63,7	118	125	112	75	0
Experim.	0	23,5	67,5	86	72,5	36	0	0	40,7	89	101	85	50,3	0	0	71	111	130	117	70,8	0

Para la validación del modelo se consideró que no existía excentricidad en la aplicación de la carga. En esta primera validación se consideró la influencia del peso propio del cilindro y del fluido hidráulico y se adoptaron, según recomendaciones de la literatura consultada^[124], tres valores de la pendiente inicial: $\beta = 0$ (caso ideal, no existen holguras en el cilindro), $\beta = 0.05$ y $\beta = 0.1$.

Los resultados del experimento se muestran en la figura 2.13. En dicha figura, alrededor de las curvas experimentales de 12 MPa y 22 MPa, se muestran los resultados del modelo para los tres valores de la pendiente inicial.

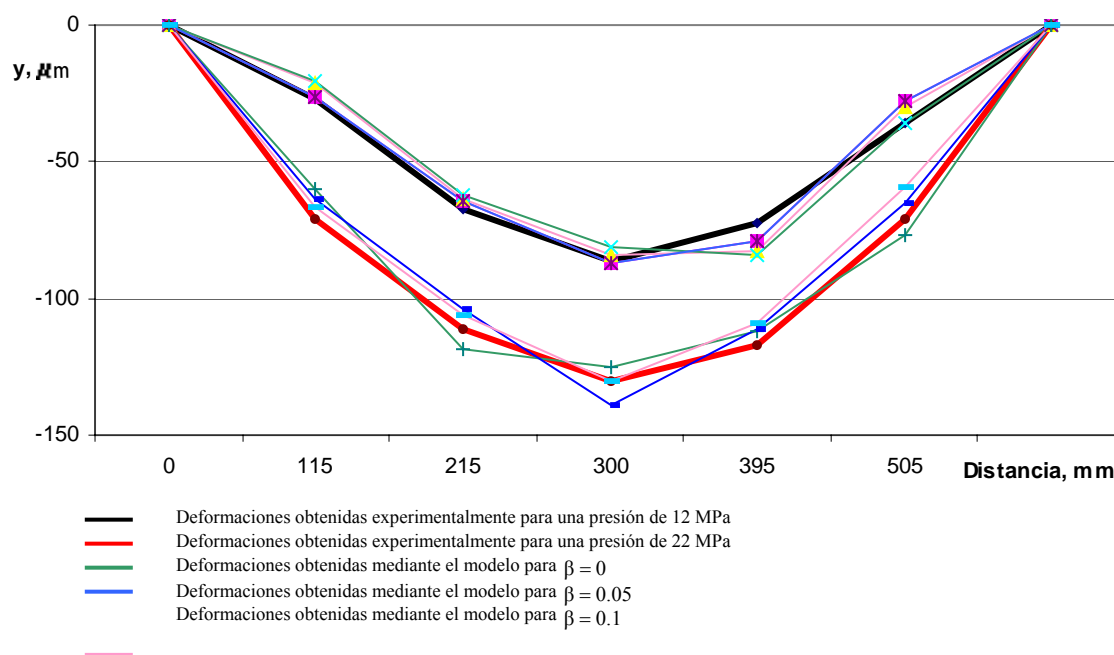


Fig. 2.13 Deformaciones en diferentes puntos del cilindro según los resultados de los experimento y la evaluación del modelo.

Del análisis de los resultados del modelo expuestos en la tabla 1 y en la figura 2.13 se obtienen, de forma general, valores de la deformación en cada punto con un error promedio igual a 9,21 %.

En la validación del modelo fueron desestimados algunos factores por lo que el valor medio del error obtenido por el modelo podría ser menor. Debe destacarse además que, las flechas determinada por el modelo propuesto, considerando el caso ideal de la pendiente inicial nula ($\beta = 0$), presentan un valor promedio del error de 10.57 %. Por otra parte, cuando se asumió para la determinación de las flechas una pendiente inicial $\beta = 0.05$ y $\beta = 0.1$ se obtuvieron valores más cercano a los resultados experimentales pues los valores promedio del error fue de 9.8 % y 7.3 % respectivamente, lo que evidencia la influencia que tiene la pendiente inicial en el pandeo de los cilindros oleohidráulicos.

2.7 Condición de inicio de la pérdida de la estabilidad del cilindro hidráulico.

Teniendo en cuenta la expresión (2.71) para la determinación del momento flector en la zona del vástago se puede plantear la condición de inicio de pérdida de la estabilidad del equilibrio. Esta condición se caracteriza por la aparición de deformaciones plásticas en determinada sección del vástago donde las tensiones normales tienen su valor máximo. Esto ocurre cuando:

$$\sigma_{\max_v} = \sigma_{\max_{c_v}} + \sigma_{\max_{f_v}} = \sigma_f \quad (2.72)$$

Donde:

$\sigma_{\max_{C_V}}$ - Tensión de compresión en el vástago provocada por la fuerza axial P.

$\sigma_{\max_{f_v}}$ - Tensión de flexión en el vástago provocada por las cargas axiales y transversales.

Se parte de la condición de que el límite de fluencia a la compresión es igual al de la flexión para los materiales empleados en la fabricación de los vástagos y que la pérdida de estabilidad en el cilindro ocurre en alguna sección de la zona del vástago.

La tensión máxima en la zona del vástago (para el caso del vástago macizo) se puede calcular por la expresión:

$$\sigma_{\max_v} = \frac{P}{A} + \frac{M_{f_{\max_v}}}{W_x} = \sigma_f \quad (2.73)$$

Donde:

$$A = \frac{\pi d_v^2}{4} \quad - \text{Área del vástago}$$

$$W_x = \frac{\pi d_v^3}{32} \quad - \text{Módulo de la sección a flexión del vástago}$$

Entonces:

$$\sigma_{\max_v} = \frac{4P}{\pi d_v^2} + \frac{32M_{f_{\max_v}}}{\pi d_v^3} = \sigma_f \quad (2.74)$$

Donde:

d_v - diámetro del vástago

P – carga axial del cilindro

σ_f - Tensión de fluencia en el material del vástago.

Procesando la ecuación (2.74) se puede obtener el valor de la carga axial para la cual se inicia la aparición de deformaciones plásticas en el vástago y por lo tanto se puede considerar que se inicia el proceso de pérdida de la estabilidad del equilibrio en el cilindro.

2.8 Condición de pérdida total de la estabilidad en el cilindro hidráulico.

El hecho de que comiencen a aparecer deformaciones plásticas en el vástago no significa en lo absoluto que se produzca la pérdida de la estabilidad del equilibrio en el cilindro.

Las tensiones normales debido a la flexión se distribuyen en la sección transversal del vástago de manera proporcional a la distancia de la línea recta y el inicio de la aparición

de deformaciones plásticas implica solamente que las tensiones máximas de la sección alcanzaran el valor de la tensión de fluencia tal como se muestra en la Fig. 2.14 a).

A partir de este instante y medida que aumenta el momento flector, la sección en dirección al eje neutro, tal como se ilustra en la Fig. 2.14 b). la pérdida total de la estabilidad se producirá cuando la fluencia se extienda a través de toda la sección (Fig. 2.14 c)), después de lo cual las deformaciones subsiguientes del vástago ocurrirán sin incremento de la carga axial. En la sección se forma lo que se conoce como articulación plástica que transmite un momento flector igual al momento flector límite. O sea:

Según Pisarenko^[109]

$$M_{lim} = \sigma_f W_{pl} \quad (2.75)$$

Donde:

W_{pl} – Momento resistente plástico de la sección.

Para una sección circular, según Pisarenko^[109]:

$$W_{pl} = 1.7W_x = 1.7 \frac{\pi d_v^3}{32} = 0.167d_v^3 \quad (2.76)$$

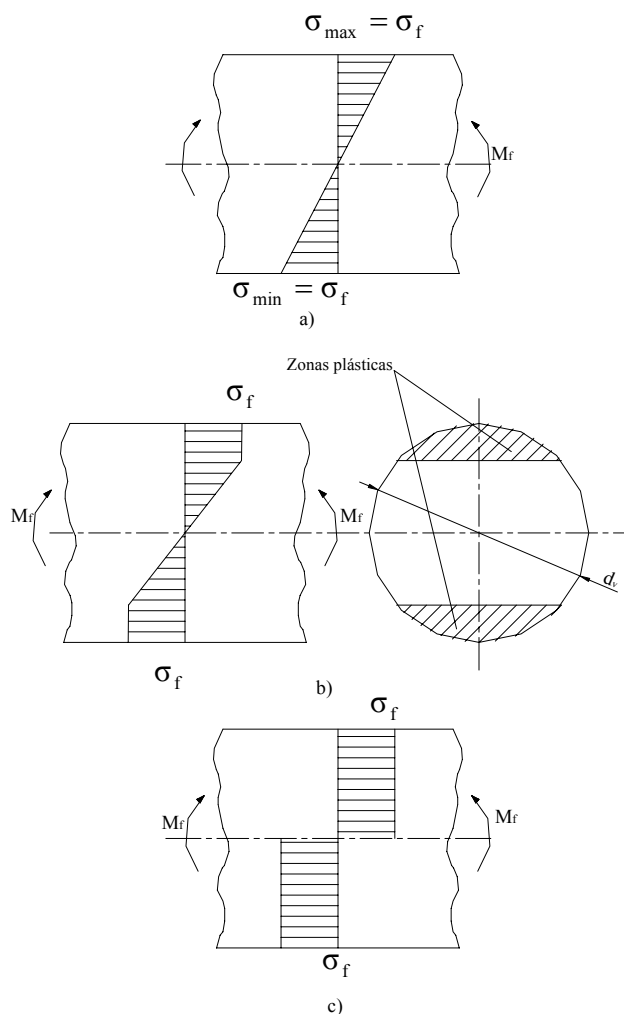


Fig. 2.14 Proceso de desarrollo de las deformaciones plásticas.

La condición de pérdida de la estabilidad del equilibrio será entonces

$$\sigma_{\max_v} = \frac{P}{A} + \frac{M_{f \max_v}}{W_{pl}} = \sigma_f \quad (2.77)$$

De donde se puede obtener que:

$$\sigma_{\max_v} = \frac{4P}{\pi d_v^2} + \frac{6M_{f \max_v}}{d_v^3} = \sigma_f \quad (2.78)$$

De esta ecuación se puede obtener el valor de la fuerza P para pérdida total de la estabilidad del equilibrio.

La metodología propuesta se fundamenta en la aplicación de una carga axial inicial P, la obtención de la ecuación de la elástica, las pendientes y el momento flector a partir de la solución dada a las ecuaciones diferenciales del modelo propuesto y la aplicación del método de las cargas límites para precisar la condición de inicio y pérdida total de la estabilidad del equilibrio.

Si la condición (2.74) no se cumple para dicha carga, se eleva la misma en una magnitud ΔP y se repite el procedimiento hasta determinar la carga para la que se cumple la condición de carga límite, sobre la base de la cual se establecerá la carga crítica de inicio de pérdida de la estabilidad para dicho cilindro.

Como se demostró en el capítulo 1, en los cálculos de estabilidad^[44, 80], es frecuente considerar al cilindro hidráulico o como una columna axialmente cargada de diámetro igual al diámetro del vástago y de longitud igual a la longitud total del cilindro (L_c) completamente extendido (Fig. 2.15 a), o como una columna empotrada-articulada (Fig. 2.15 b) con diámetro igual al diámetro del vástago y con una longitud igual a la longitud del vástago completamente extendido, equivalente a $L_c/2$. En la industria oleohidráulica nacional se utiliza el primer esquema para los cálculos de verificación de rigidez en los cilindros hidráulicos en la etapa de diseño.

Para un cilindro con una longitud total de $L_c=2000$ mm, $d_v=25$ mm y con el esquema representado en la Fig. 5 a) se obtiene, a partir del Método Clásico de Euler:

$$P_{\text{crit}} = \frac{\pi^2 E I_{\text{min}}}{(\nu l)^2} = 963,82 \text{ kgf}$$

Por otra parte, para el esquema representado en la Fig. 4 b) el valor de la carga crítica es:

$$P_{\text{crit}} = 5782,97 \text{ kgf}.$$

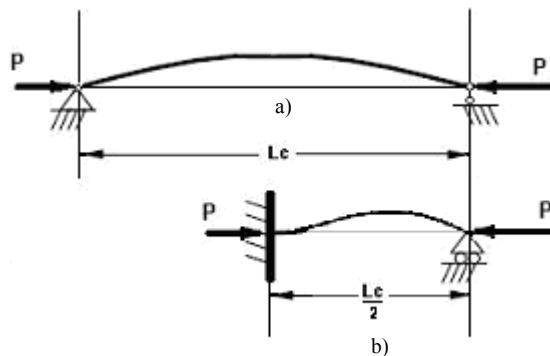


Fig. 5 Esquemas de instalación más utilizados por los fabricantes para los cálculos de estabilidad.

Mediante la expresión (11) y las ecuaciones obtenidas en la tesis para las flechas y los momentos, la carga crítica que establece el inicio de pérdida de la estabilidad en un cilindro hidráulico con el vástago fabricado de un material con $\sigma_f = 3600$ kgf/cm² es:

$$P_{\text{crit}} = 1947 \text{ kgf}.$$

Del análisis de lo anterior se deriva que los valores de presión límite recomendado por la industria oleohidráulica nacional están por debajo de los valores límites de pérdida de la estabilidad del cilindro según el modelo propuesto, por lo que este cilindro en realidad soporta cargas de trabajo alrededor de 1.5 veces por encima del valor de las recomendadas en la actualidad y por consiguiente sus partes están sobredimensionadas para los valores recomendados.

Por el contrario, aquellos fabricantes que utilizan para el cálculo de la carga crítica el esquema de instalación mostrado en la Fig. 5 b) proponen valores de ésta equivalentes al doble de las obtenidas por el procedimiento propuesto en la tesis, por lo que, en estos cilindros, se alcanzará la pérdida total de la estabilidad mucho antes de alcanzar el valor de la carga límite recomendada.

2.9 Conclusiones del capítulo

1. El modelo elaborado para realizar el análisis de estabilidad de los cilindros hidráulicos permite tomar en cuenta aspectos fundamentales en la pérdida de la estabilidad de estos elementos a causa de que las holguras existentes entre pistón - camisa y vástago – buje guía, determinan la condición fundamental de que la línea elástica del elemento no sea una función continua sino quebrada, lo que introduce particularidades que fueron consideradas en el planteamiento y solución de las ecuaciones diferenciales obtenidas en el modelo, así como otros factores básicos como lo son las cargas transversales debido a los pesos del cilindro y el fluido hidráulico, entre otros.
2. El análisis desarrollado es aplicable para una gama extensa de variación en las particularidades del diseño y fabricación del cilindro, o sea: la existencia de posibles excentricidades de fabricación entre el eje del vástago y el eje del cilindro, las diferentes condiciones de diseño de los apoyos de los cilindros: empotrados o articulados, en los extremos o en una posición intermedia, etc, el diseño y ubicación de los sellos y bujes y el diseño del vástago: macizo o hueco, con o sin presión interna.
3. De los resultados obtenidos a partir del modelo propuesto se aprecia que, en comparación con las mediciones experimentales, se obtienen valores de la deformación en cada punto con un error promedio inferior al 10%. Debe destacarse además que, analizando los resultados obtenidos mediante dicho

modelo se evidencia la influencia que tiene la pendiente inicial provocada por las holguras existentes en el cilindro hidráulico.

4. Se aplica finalmente el método de las cargas límites como única vía posible para establecer la condición de inicio de la pérdida de la estabilidad en los casos de flexión transversal y longitudinal simultánea en condiciones complejas de carga como lo es un cilindro hidráulico.
5. La aplicación de la metodología propuesta para la determinación de la carga crítica que marca el inicio de la pérdida de la estabilidad con los resultados obtenidos del modelo propuesto demuestran que los cilindros de la industria oleohidráulica nacional pueden trabajar con cargas superiores a las recomendadas y que puede considerarse que están sobredimensionados para éstas condiciones.

CAPÍTULO III. METODOLOGÍAS DE CÁLCULO PARA SISTEMAS DE AMORTIGUACIÓN EN CILINDROS OLEOHIDRÁULICOS.

La industria nacional no posee una metodología práctica que permita el adecuado dimensionamiento de cada uno de los elementos que intervienen en el proceso de desaceleración de la carga al final del recorrido.

Las firmas productoras de cilindros hidráulicos^[3,14,47,58,64,83,89,103,105,107,125] utilizan para el diseño de los sistemas de amortiguación integrados modelos experimentales o modelos obtenidos mediante el método de los elementos finitos.

Como se comentó con anterioridad, en investigación realizadas en la Universidad Estatal de Oklahoma^[46] la incorrecta desaceleración de la carga al final del recorrido constituye la tercera causa de mayor incidencia en la durabilidad de los cilindros, entre aquellas fallas no concernientes a la contaminación del fluido siendo este quizás, según varios autores^[27,49,75,81,92,98,113,126,137] el requisito más exigente planteado a los cilindros oleohidráulicos. Contar con metodologías que permitan la modelación y simulación de éstos sistemas de manera que se pueda precisar un adecuado dimensionamiento de los elementos que los componen, en la etapa de diseño, es una necesidad de la industria oleohidráulica nacional.

3.1 Cálculo de la presión inicial del proceso de amortiguación.

La desaceleración del pistón comienza cuando la espiga entra en la cámara de amortiguación.

En ese momento cambia la cantidad de movimiento del fluido y producto de esto disminuye la energía cinética del sistema vástago – pistón – carga.

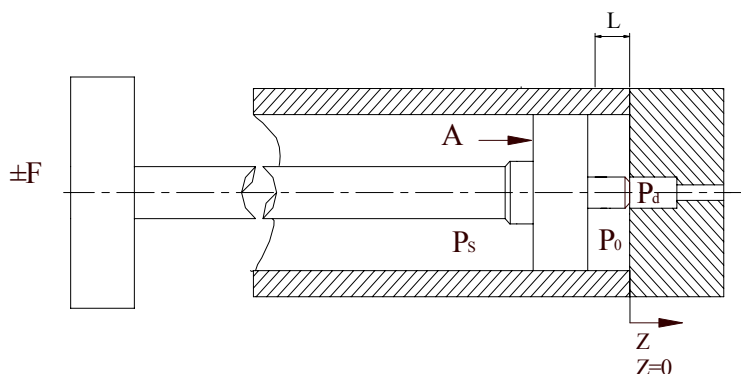


Fig. 3.1 Esquema de fuerzas para un sistema de amortiguación con espiga en cavidad cilíndrica

El esquema de fuerza para la amortiguación con espiga cilíndrica es mostrado en la figura 3.1, de donde puede escribirse que:

$$(P_0 - P_d)A dt = (v_i - v_0)\rho A dz \quad (3.1)$$

Donde dz es el espacio recorrido por la onda de presión en el tiempo dt .

$$a = \frac{dz}{dt} - \text{velocidad del sonido en el líquido}$$

P_0 - Presión inicial del proceso de amortiguación, MPa

P_d - Presión en la cavidad cilíndrica, MPa

m - Masa en movimiento, Kg.

v_i - Velocidad de desplazamiento en el momento t , m/s

v_0 - Velocidad inicial de desplazamiento, m/s

A - Área efectiva de trabajo del cilindro en la carrera de tiro, mm^2

Entonces

$$P_0 - P_d = (v_i - v_0)\rho A \quad (3.2)$$

La energía cinética del sistema será la del líquido más la de las partes en movimiento.

$$E_k = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}\rho Alv^2 = \frac{1}{2}v^2(m + \rho Al) \quad (3.3)$$

La variación de la energía cinética del sistema es igual al trabajo de compresión del líquido.

$$\Delta E_k = w_{cl} \quad (3.4)$$

$$w_{cl} = \frac{1}{2} \frac{(P_0 - P_d)^2}{k} Al \quad (3.5)$$

$$\frac{1}{2}v_i^2(m + \rho Al) - \frac{1}{2}v_0^2(m + \rho Al) = \frac{1}{2} \frac{(P_0 - P_d)^2}{k} Al \quad (3.6)$$

$$\frac{1}{2}(m + \rho Al)(v_i^2 - v_0^2) = \frac{1}{2} \frac{(P_0 - P_d)^2}{k} Al \quad (3.7)$$

Sustituyendo en (3.7), la expresión (3.2) se obtiene

$$\frac{1}{2}(m + \rho Al)(v_i^2 - v_0^2) = \frac{1}{2} \frac{Al}{k} (v_i - v_0)^2 \rho^2 a^2 \quad (3.8)$$

Agrupando términos se obtiene que:

$$c = \frac{(m + Al\rho)}{Al\rho^2 a^2} k \quad (3.8)$$

$$\begin{aligned}
c(v_i^2 - v_0^2) &= v_i^2 - 2v_i v_0 + v_0^2 \\
v_i^2(c-1) - v_0^2(c+1) - 2v_i v_0 &= 0 \\
v_0^2 + \frac{2v_i}{c+1}v_0 - v_i^2 \frac{c-1}{c+1} &= 0 \\
v_0 &= -\frac{v_i}{c+1} + \sqrt{\left(\frac{v_i}{c+1}\right)^2 + v_i^2 \frac{c-1}{c+1}} \quad (3.9)
\end{aligned}$$

La velocidad de salida del líquido a través de la sección del amortiguador será:

$$v_f = c_d \sqrt{\frac{2}{\rho}(P_0 - P_d)} \quad (3.10)$$

Teniendo en cuenta la ley de continuidad del flujo:

$$Av_0 = A_c v_f \quad (3.11)$$

Donde:

$$v_0 = \frac{A_c}{A} v_f = \frac{A_c}{A} c_d \sqrt{\frac{2}{\rho} \sqrt{P_0 - P_d}} \quad (3.12)$$

A_c - Área de la sección anular entre la espiga y el agujero, mm²

$$A_c = A_a - A_e \quad (3.13)$$

A_a - Área de la cavidad en la culata, mm²

A_e - Área de la espiga, mm²

Sustituyendo (3.12) en (3.9):

$$\frac{A_c}{A} c_d \sqrt{\frac{2}{\rho} \sqrt{P_0 - P_d}} = -\frac{v_i}{c+1} + \sqrt{\left(\frac{v_i}{c+1}\right)^2 + v_i^2 \frac{c-1}{c+1}} \quad (3.14)$$

De donde se obtiene que:

$$P_0 = \left(\frac{A}{A_c C_d}\right)^2 \frac{\rho}{2} \left[\sqrt{\left(\frac{v_i}{c+1}\right)^2 + v_i^2 \frac{c-1}{c+1}} - \frac{v_i}{2} \right]^2 + P_d \quad (3.15)$$

$$P_0 = \frac{A}{A_c C_d} \frac{\rho}{2} \left[v_i \left(\sqrt{\left(\frac{1}{c+1}\right)^2 + \frac{c-1}{c+1}} - 1 \right) \right]^2 + P_d \quad (3.16)$$

3.2 Análisis teórico y propuesta de metodología de cálculo para sistemas de amortiguación en cilindros oleohidráulicos con espiga cilíndrica.

El sistema de amortiguación mediante holgura entre espiga y cavidad cilíndricas, por la relativamente baja complejidad tecnológica para la fabricación, es uno de los más utilizados en la industria productora de cilindros oleohidráulicos. A pesar de las desventajas discutidas anteriormente, esta forma de estrangulación del fluido al final de la carrera es frecuentemente utilizada en la amortiguación sobre todo en espigas compuestas por una parte cónica que facilita el centrado y otra cilíndrica que es donde se efectúa el trabajo final de desaceleración de la carga transportada, al hacer pasar el fluido por la holgura que aparece entre ésta y la cavidad en que penetra.

En la obtención del modelo matemático del amortiguador de espiga cilíndrica en cavidad cilíndrica se consideraron las suposiciones habituales para el trabajo con flujo de fluidos y se agregan particularidades propias del caso a analizar^[11,33,31,72,75,81,98,126]:

- Se despreció la inercia del líquido a la salida y la presión se tomó igual a la atmosférica.
- Se consideró la presión de retorno constante durante la amortiguación.
- Se despreció la fricción entre los sellos y las paredes del cilindro.
- Se consideró que la presión en el lado de impulsión del cilindro aumentaba instantáneamente hasta la presión máxima del sistema.
- La compresibilidad del fluido hidráulico se despreció y se consideró que no había aire en el sistema.
- Se representaron las cargas de trabajo como una carga constante.

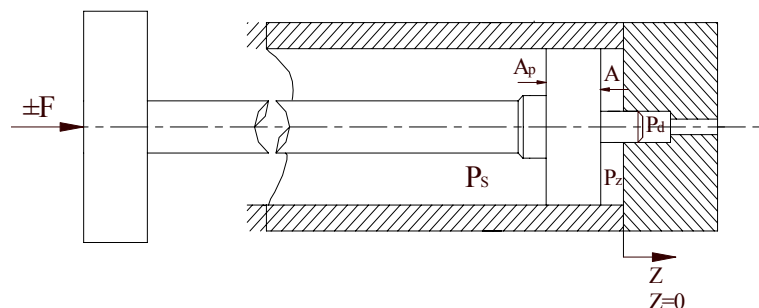


Fig. 3.1 Esquema de fuerzas para un sistema de amortiguación con espiga cilíndrica en cavidad cilíndrica

Donde:

A_1 - Área efectiva de trabajo del cilindro en la carrera de tiro, mm^2

$A_{(z)}$ - Área efectiva de trabajo del amortiguador, mm^2

$P(z)$ - Presión en la cámara de amortiguación, en función del recorrido z de la espiga dentro de dicha cámara, MPa

Al inicio de la amortiguación, para $z = 0$, se obtuvo que:

$$-m \cdot v \frac{dv}{dz} = (\pm F + P_s \cdot A_p) - (P_z A + P_d A_c) \quad (3.17)$$

Donde:

P_s - Presión de trabajo del cilindro, MPa

En la etapa de diseño es de gran importancia determinar el comportamiento de la presión en la cámara de amortiguación $P = f(z)$.

Partiendo de que:

$$vA = v_f A_c \quad (3.18)$$

$$v_f = C_d \sqrt{\frac{2}{\rho} (P_z - P_d)} \quad (3.19)$$

Combinando (3.18) y (3.12) se obtiene:

$$\frac{vA}{v_0 A} = \frac{A_c C_d \sqrt{\frac{2}{\rho} (P_z - P_d)}}{A_c C_d \sqrt{\frac{2}{\rho} (P_0 - P_d)}} \quad (3.20)$$

De donde:

$$\frac{v}{v_0} = \sqrt{\frac{(P_z - P_d)}{(P_0 - P_d)}} \quad (3.21)$$

Por lo que:

$$v = v_0 \sqrt{\frac{(P_z - P_d)}{(P_0 - P_d)}} \quad (3.22)$$

Sustituyendo (3.22) en (3.17) se tiene que:

$$-m \cdot v_0 \sqrt{\frac{(P_z - P_d)}{(P_0 - P_d)}} \frac{d}{dz} \left(v_0 \sqrt{\frac{(P_z - P_d)}{(P_0 - P_d)}} \right) = (\pm F + P_s \cdot A_p) - (P_z A + P_d A_c) \quad (3.23)$$

$$-\frac{m \cdot v_0^2}{P_0 - P_d} \frac{d(P_z - P_d)}{dz} = (\pm F + P_s \cdot A_p) - (P_z A + P_d A_c) \quad (3.24)$$

Por lo tanto:

$$\frac{dP_z}{dz} = \left[(P_z A + P_d A_c) - (\pm F + P_s \cdot A_p) \right] \frac{P_0 - P_d}{m \cdot v_0^2} \quad (3.25)$$

De donde:

$$\frac{dP_z}{dz} - \frac{(P_0 - P_d)A}{m \cdot v_0^2} P_z = \frac{P_0 - P_d}{m \cdot v_0^2} [P_d A_c - (\pm F + P_s \cdot A_p)] \quad (3.26)$$

Definiendo como λ y Γ los términos:

$$\lambda = \frac{(P_0 - P_d)A}{m \cdot v_0^2} \quad (3.27)$$

$$\Gamma = \frac{P_0 - P_d}{m \cdot v_0^2} [P_d A_c - (\pm F + P_s \cdot A_p)] \quad (3.28)$$

Entonces la ecuación (3.26) puede escribirse como:

$$\frac{dP_z}{dz} + \lambda P_z = \Gamma \quad (3.29)$$

La solución de esta ecuación adquiere la forma:

$$P = C_1 + C_2 e^{\lambda z} \quad (3.30)$$

Sustituyendo en (3.29) las condiciones de frontera

$Z = 0, \quad P_m = P, \quad Z = -\infty, \quad P_F = P$ para determinar los valores de las constantes C_1 y

C_2 se obtuvo que:

$$C_2 = P_m - P_F \quad \text{y} \quad C_1 = P_F$$

Por lo tanto la ecuación (3.30), que modela el comportamiento de la presión en la cámara de amortiguación y que constituye un aporte de la tesis, toma la forma

$$P_z = P_F + (P_m - P_F) \cdot e^{\lambda z} \quad (3.31)$$

Al ser efectuadas las comprobaciones necesarias^[11,33,75,81] se demostró que (3.31) es realmente solución de (3.30) por lo que se pudo afirmar que la presión en el interior de la cámara de amortiguación variaba según (3.31).

Del análisis energético del proceso de amortiguación se tiene que:

$$KE_D = KE_O - KE_L \quad (3.32)$$

Donde:

KE_D - Energía cinética disipada (J)

KE_O - Energía cinética inicial (J)

KE_L - Energía cinética remanente (J)

Teniendo en cuenta que P_m es la presión máxima en la cámara de amortiguación el área A_c de la sección anular entre la espiga y el agujero pudo ser determinada por la expresión (3.13).

La eficiencia del amortiguador se definió como:

$$\eta = \frac{KE_D}{KE_0} = \frac{KE_0 - KE_L}{KE_0} = 1 - \frac{KE_L}{KE_0} \quad (3.33)$$

Como la energía cinética es proporcional a la velocidad de desplazamiento se tiene que:

$$KE_L = \frac{1}{2} \frac{W \cdot v_f^2}{g} \quad y \quad KE_0 = \frac{1}{2} \frac{W \cdot v_0^2}{g}$$

$$\eta = 1 - \frac{\frac{W \cdot v_f^2}{2g}}{\frac{W \cdot v_0^2}{2g}} \quad \text{entonces} \quad \eta = 1 - \frac{v_f^2}{v_0^2} \quad (3.34)$$

Sustituyendo la expresión (3.21) en la ecuación de la eficiencia se obtuvo:

$$\eta = 1 - \frac{(P_z - P_d)}{(P_0 - P_d)} \quad (3.35)$$

Considerando la ecuación para el flujo a través de una holgura anular producto de una diferencia de presión se determinó el flujo a través de la holgura en el momento final de la amortiguación:

$$Q_{SF} = \frac{\Delta P \cdot \pi \cdot m^3 \cdot r^4}{6\mu \cdot L} \quad (3.36)$$

Donde:

μ – Viscosidad dinámica (Pa. S)

r – Radio de la espiga (m)

m – Modulo de holgura

A partir de las ecuaciones expuestas se estableció una metodología que permite efectuar cálculos de proyecto de estos amortiguadores. Esta se basa fundamentalmente en fijar la longitud de amortiguación y el diámetro de la espiga, y determinar la holgura necesaria para garantizar la amortiguación. Estos tres factores son determinantes a la hora del diseño del amortiguador, pues con la conjugación de ellos el diseñador puede lograr la amortiguación solicitada por el cliente. La metodología establecida constituye un aporte de la tesis.

Metodología de cálculo:

- 1) Determinación de la presión máxima posible:

$$P_m = 2P_s \quad (\text{MPa})$$

- 2) Determinación del área efectiva de trabajo A.
- 3) Cálculo del diámetro d de la espiga:

$$d = (0.5-0.8)d_2 \quad (\text{mm})$$

d_2 – Diámetro de la rosca de la sujeción del pistón al vástago

- 4) Determinación del área alrededor de la espiga del amortiguador:

$$A_c = \frac{(D^2 - d^2) \cdot \pi}{4} \times 10^{-6}, \quad (\text{m}^2)$$

- 5) Radio de la espiga:

$$r = \frac{d}{2} \quad (\text{mm})$$

- 6) Determinación de la velocidad inicial del conjunto vástago-pistón (m/s):

$$v_0 = \frac{A_c}{A} c_d \sqrt{\frac{2}{\rho} \sqrt{P_0 - P_d}}$$

- 7) Fijar la longitud de amortiguación (L) igual a la distancia a la que se quiere iniciar la amortiguación

- 8) Determinar el valor de la presión inicial por la expresión (3.16)

- 9) Determinar el valor de λ por la expresión (3.27).

- 10) Determinar la eficiencia del amortiguador por la expresión (3.35).

- 11) Determinar la velocidad al final de la carrera de amortiguación por la expresión (3.19).

- 12) Determinar la variación de la presión al concluir la amortiguación:

$$\Delta P = P_f - P_{\text{atm}} \quad (\text{MPa})$$

- 13) Calcular el flujo de salida (m³/s):

$$Q_{\text{SF}} = V_f \cdot A$$

- 14) Determinar el módulo de holgura a partir de la ecuación (3.36) del flujo de salida:

$$m = \sqrt[3]{\frac{Q_{\text{SF}} \cdot 6\mu \cdot L}{\Delta P \cdot \pi \cdot r^4}}$$

- 15) Determinar la holgura radial (m):

$$c = m \cdot r$$

- 16) Calcular la holgura diametral (m):

$$c_d = R - r = \frac{D - d}{2}$$

- 17) Determinar el valor de la presión para la distancia z de recorrido de la espiga por la expresión (3.31).

La aplicación de la metodología a diseños reales de cilindros oleohidráulicos^[11,31,33,72] demuestra su validez en la determinación de la holgura necesaria entre la espiga y el orificio en la culata para garantizar la desaceleración con las características planificadas. En la metodología de cálculo propuesta se determina la holgura necesaria entre la espiga y la cavidad en la culata para garantizar la desaceleración con la longitud y el diámetro de la espiga fijados previamente garantizando que la presión en la cámara de amortiguación no se eleve por encima de los límites permitidos según la condición de resistencia del tubo.

1.2 Análisis teórico y propuesta de metodología de cálculo para sistemas de amortiguación en cilindros hidráulicos con espiga cónica en cavidad cilíndrica.

El procedimiento usual encontrado en la literatura para examinar las interdependencias entre presión, velocidad del pistón, y desplazamiento durante la amortiguación, se basa en el método de energía. En este método la suma de energía cinética de toda la masa en movimiento (el pistón, el vástago, el fluido y la carga) y el trabajo mecánico externo se iguala a la energía convertida en calor provocada por la fricción y la presión durante el paso del fluido a través del orificio. Este método es aproximado porque asume un comportamiento determinado para la variación de la velocidad de pistón (generalmente se presupone una disminución uniforme desde el inicio hasta el final de la longitud de amortiguación). La energía cinética y los cálculos de disipación de calor basados en esta consideración no son exactos.

Para un análisis más preciso debe usarse un modelo matemático más exacto. En este epígrafe se desarrolla un modelo matemático analítico de este sistema de amortiguación.

Una fuente de flujo constante es conectada al extremo de la cabeza de cilindro para mover el pistón y una carga F es aplicada al vástago.

Las consideraciones tenidas en cuenta para desarrollar el modelo matemático son similares a las adoptadas en el modelo para la espiga cilíndrica^[11,33] con la diferencia de que, por la configuración geométrica de la espiga cónica, el orificio de descarga representa un anillo entre la cavidad cilíndrica y la espiga cuya sección transversal va a sufrir variaciones a medida que la espiga penetre en la cámara de amortiguación.

El esquema de fuerzas para la amortiguación con espiga cónica se muestra en la figura 3.2:

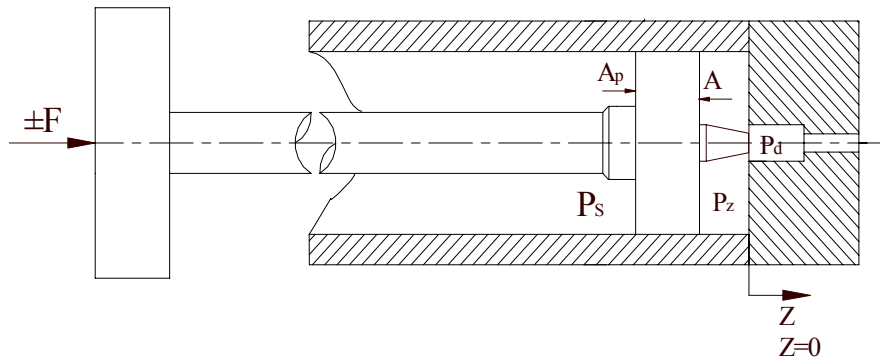


Fig. 3.2 Esquema de fuerzas para sistemas de amortiguación con espiga cónica en cavidad cilíndrica

Donde:

A_1 - Área efectiva de trabajo del cilindro en la carrera de tiro, mm^2

$A_{(z)}$ - Área efectiva de trabajo del amortiguador, mm^2

$P_{(z)}$ - Presión en la cámara de amortiguación, en función del recorrido z de la espiga dentro de dicha cámara, MPa

Al inicio de la amortiguación, para $z = 0$, se obtuvo que:

$$-m \cdot v \frac{dv}{dz} = (\pm F + P_s \cdot A_p) - (P_z A + P_d A_z) \quad (3.37)$$

Donde:

P_s - Presión de trabajo del cilindro, MPa

Determinando el comportamiento de la presión en la cámara de amortiguación

$P = f(z)$:

$$\frac{vA}{v_0 A} = \frac{A_z C_d \sqrt{\frac{2}{\rho} (P_z - P_d)}}{A_0 C_d \sqrt{\frac{2}{\rho} (P_0 - P_d)}} \quad (3.38)$$

De donde:

$$\frac{v}{v_0} = \frac{A_z}{A_0} \sqrt{\frac{(P_z - P_d)}{(P_0 - P_d)}} \quad (3.39)$$

Por lo que:

$$-m \cdot v_0 \frac{A_z}{A_0} \sqrt{\frac{(P_z - P_d)}{(P_0 - P_d)}} \frac{d}{dz} \left(v_0 \frac{A_z}{A_0} \sqrt{\frac{(P_z - P_d)}{(P_0 - P_d)}} \right) = (\pm F + P_s \cdot A_p) - (P_z A + P_d A_z) \quad (3.40)$$

$$-\frac{m \cdot v_o^2}{(P_o - P_d)} \frac{A_z}{A_o^2} \frac{d[A_z(P_z - P_d)]}{dz} = (\pm F + P_s \cdot A_p) - (P_z A + P_d A_z) \quad (3.41)$$

En la Fig. 3.3 se muestra un esquema para determinar el área efectiva de trabajo del amortiguador.

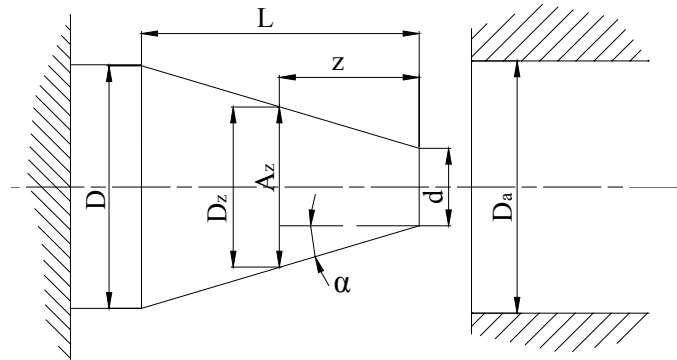


Fig. 3.3 Esquema para el cálculo del área efectiva del amortiguador.

Aplicando propiedades trigonométricas en el cono (Fig. 3.3) se obtuvo:

$$\text{Tg}\alpha = \frac{D-d}{2L} = \frac{D_z-d}{2z} \quad (3.42)$$

de donde D_z se definió como:

$$D_z - d = \frac{z}{L}(D - d) \quad (3.43)$$

$$D_z = \frac{z}{L}(D - d) + d$$

El área de la sección anular respecto a la longitud del cono (A_z) se determinó como:

$$A_z = \frac{\pi}{4}(D_o^2 - D_z^2) \quad (m^2) \quad (3.44)$$

Sustituyendo D_z y aplicando las propiedades del trinomio cuadrado perfecto se obtuvo:

$$A_z = \frac{\pi}{4} \left(D_o^2 - \left(\frac{z}{L}(D - d) + d \right)^2 \right) \quad (3.45)$$

$$A_z = \frac{\pi}{4} \left[D_o^2 - z^2 \left(\frac{D-d}{L} \right)^2 - 2z \cdot \left(\frac{D-d}{L} \right) \cdot d - d^2 \right] \quad (3.46)$$

El área de la sección anular al inicio de la amortiguación se determinó como:

$$A_o = \frac{\pi}{4}(D_a^2 - d^2) \quad (m^2) \quad (3.47)$$

Mientras que el flujo Q a través de una sección anular durante la amortiguación se expresó como:

$$Q = A_p \cdot v = C_d \cdot A_z \cdot \sqrt{P \cdot \frac{2}{\rho}} \quad (3.48)$$

Donde:

A_p – Área efectiva de trabajo del émbolo en la carrera de empuje, m^2

A_z - Área de la sección anular al final de la amortiguación entre la espiga y agujero, m^2

ρ - Densidad de la sustancia de trabajo m^3 / s

C_d – Coeficiente de descarga del agujero

V – Velocidad de desplazamiento, m/s

De donde se determinó la velocidad:

$$v = C_d \cdot \frac{A_z}{A_p} \cdot \sqrt{\frac{2P}{\rho}} \quad (3.49)$$

Agrupando en C_1 y F_p varios términos de la expresión (3.41):

$$C_1 = \frac{m \cdot v_0^2}{A_0^2 (P_0 - P_d)}$$

$$F_p = (\pm F + P_s \cdot A_p)$$

Dicha expresión puede escribirse como:

$$-C_1 \left[(P_z - P_d) \frac{dA_z}{dz} + A_z \frac{dP_z}{dz} \right] = F_p - (P_z A + P_d A_z) \quad (3.50)$$

$$-C_1 [P_z A'_z - P_d A'_z + A_z P'_z] = F_p - P_z A - P_d A_z \quad (3.51)$$

$$A_z P'_z + A'_z P_z - P_d A'_z = P_z \frac{A}{C_1} + P_d \frac{A_z}{C_1} - \frac{F_p}{C_1} \quad (3.52)$$

$$P'_z + \frac{A'_z}{A_z} P_z - P_d \frac{A'_z}{A_z} = P_z \frac{A}{A_z C_1} + \frac{P_d}{C_1} - \frac{F_p}{A_z C_1} \quad (3.53)$$

$$P'_z + \left(\frac{A'_z}{A_z} - \frac{A}{A_z C_1} \right) P_z = P_d \left(\frac{A'_z}{A_z} + \frac{1}{C_1} \right) - \frac{F_p}{A_z C_1} \quad (3.54)$$

Definiendo como $\lambda_{(z)}$ y $\Gamma_{(z)}$ los términos:

$$\lambda_{(z)} = \left(\frac{A'_z}{A_z} - \frac{A}{A_z C_1} \right) \quad (3.55)$$

$$\Gamma_{(z)} = P_d \left(\frac{A'_z}{A_z} + \frac{1}{C_1} \right) - \frac{F_p}{A_z C_1} \quad (3.56)$$

Entonces, la ecuación (3.54), puede escribirse como:

$$\frac{dP_z}{dz} + \lambda_{(z)} P_z = \Gamma_{(z)} \quad (3.57)$$

Partiendo de que:

$$P_{(z)} = \alpha_{(z)} \beta_{(z)} \quad (3.58)$$

Se tiene que:

$$\alpha' \beta + \alpha(\lambda \beta + \beta') = \Gamma$$

Debe resolverse el par:

$$\lambda \beta + \beta' = 0 \quad (\text{solamente una solución particular}) \quad (3.59)$$

$$\alpha' \beta = \Gamma \quad (3.60)$$

Una solución particular de (3.59) es:

$$\beta_{(z)} = e^{-\int \lambda_{(z)} dz} \quad (3.61)$$

La solución general de (3.60) es:

$$\alpha_{(z)} = \int R_{(z)} dz + C$$

Donde:

$$R_{(z)} = \frac{\Gamma_{(z)}}{\beta_{(z)}}$$

Entonces, finalmente:

$$\alpha_{(z)} = \int \frac{\Gamma_{(z)}}{e^{-\int \lambda_{(z)} dz}} dz + C$$

O bien:

$$\alpha_{(z)} = \int \Gamma_{(z)} e^{\int \lambda_{(z)} dz} dz + C \quad (3.62)$$

A partir de las ecuaciones (3.61) y (3.62), la solución para la ecuación (3.58) es por tanto:

$$P_{(z)} = e^{-\int \lambda_{(z)} dz} \left(\int \Gamma_{(z)} e^{\int \lambda_{(z)} dz} dz + C \right) \quad (3.63)$$

Teniendo en cuenta que:

$$\frac{A'_z}{A_z} = \frac{d}{dz} \ln(A_z)$$

La ecuación (3.55) del término $\lambda_{(z)}$ puede escribirse como:

$$\lambda_{(z)} = \frac{d}{dz} \ln(A_z) - \frac{A}{A_z C_1} \quad (3.64)$$

Entonces:

$$\int \lambda_{(z)} dz = \int \frac{d}{dz} \ln(A_z) dz - \int dz \frac{A}{C_1} A_z^{-1} = \ln(A_z) - \frac{A}{C_1} \int \frac{1}{A_z} dz \quad (3.65)$$

Teniendo en cuenta que:

$$A_z = \frac{\pi}{4} \left[D_0^2 - z^2 \left(\frac{D-d}{L} \right)^2 - 2z \left(\frac{D-d}{L} \right) d - d^2 \right] \quad (3.66)$$

Designando como:

$$a_0 = (D_0^2 - d^2) \frac{\pi}{4}; \quad a_1 = \left(\frac{d-D}{L} \right) d \frac{\pi}{4} \quad \text{y} \quad a_2 = - \left(\frac{D-d}{L} \right)^2 \frac{\pi}{4}$$

La ecuación (3.66) puede escribirse como:

$$A_z = a_0 + a_1 z + a_2 z^2 \quad (3.67)$$

Suponiendo que:

$$d^2 - \frac{d}{\pi} - D_0^2 > 0$$

Entonces:

$$\int \frac{dz}{A_z} = - \frac{1}{\sqrt{a_1^2 - 4a_2 a_0}} \ln \left| \frac{2a_2 z + a_1 - \sqrt{a_1^2 - 4a_2 a_0}}{2a_2 z + a_1 + \sqrt{a_1^2 - 4a_2 a_0}} \right| + C$$

Así, la expresión (3.65) puede escribirse como:

$$\int \lambda_{(z)} dz = \ln(A_z) + \frac{A}{C_1 \sqrt{a_1^2 - 4a_2 a_0}} \ln \left| \frac{2a_2 z + a_1 - \sqrt{a_1^2 - 4a_2 a_0}}{2a_2 z + a_1 + \sqrt{a_1^2 - 4a_2 a_0}} \right| + \tilde{C} \quad (3.68)$$

Por otra parte, para resolver el otro término de la ecuación (3.63):

$$\int \Gamma_{(z)} e^{\int \lambda_{(z)} dz} dz$$

la ecuación (3.56) se escribe como:

$$\Gamma_{(z)} = P_d \left(\frac{1}{C_1} + \frac{d}{dz} \ln(A_z) \right) - \frac{F_p}{A_z C_1} = \frac{P_d}{C_1} + P_d \frac{d}{dz} \ln(A_z) - \frac{F_p}{C_1} \frac{1}{A_z} \quad (3.69)$$

Denotando como:

$$\lambda_1 = \frac{P_d}{C_1} \quad \text{y} \quad \lambda_2 = - \frac{F_p}{C_1}$$

La ecuación (3.69) adquiere la forma:

$$\Gamma_{(z)} = \lambda_1 + \lambda_2 \frac{1}{A_z} + P_d (\ln A_z)' \quad (3.70)$$

Si se denota $\tau_{(z)} = \int \lambda_{(z)} dz$ entonces el otro término de la ecuación (3.63) puede escribirse como:

$$\int \Gamma_{(z)} e^{\tau_{(z)}} dz = e^{\tau_{(z)}} \int \Gamma_{(z)} dz - \int dz \left\{ e^{\tau_{(z)}} \tau'_{(z)} \int \Gamma_{(z)} dz \right\} \quad (3.71)$$

Teniendo en cuenta que $\Gamma_{(z)}$ es formalmente igual a $\lambda_{(z)}$ con $\lambda_1 = 0$, $\lambda_2 = \frac{A}{C_1}$ y $P_d = 0$:

$$\int \Gamma_{(z)} dz = P_d \ln(A_z) + \frac{\lambda_2}{\sqrt{a_1^2 - 4a_0 a_2}} \ln \left| \frac{2a_2 z + a_1 - \sqrt{a_1^2 - 4a_0 a_2}}{2a_2 z + a_1 + \sqrt{a_1^2 - 4a_0 a_2}} \right| + \lambda_1 z + \tilde{C} \quad (3.72)$$

Entonces, la ecuación (3.63), que modela el comportamiento de la presión en la cámara de amortiguación y que constituye un aporte de la tesis, adquiere la forma:

$$P_{(z)} = e^{-\tau_{(z)}} \left\{ C + e^{\tau_{(z)}} \xi_{(z)} - \int dz \left(e^{\tau_{(z)}} \tau'_{(z)} \xi_{(z)} \right) \right\} \quad (3.73)$$

Donde:

$$\tau_{(z)} = \ln(A_z) + \frac{A}{C_1 \sqrt{a_1^2 - 4a_0 a_2}} \ln \left| \frac{2a_2 z + a_1 - \sqrt{a_1^2 - 4a_0 a_2}}{2a_2 z + a_1 + \sqrt{a_1^2 - 4a_0 a_2}} \right| + \tilde{C}$$

$$\xi_{(z)} = P_d \ln(A_z) + \frac{\lambda_2}{\sqrt{a_1^2 - 4a_0 a_2}} \ln \left| \frac{2a_2 z + a_1 - \sqrt{a_1^2 - 4a_0 a_2}}{2a_2 z + a_1 + \sqrt{a_1^2 - 4a_0 a_2}} \right| + \lambda_1 z + \tilde{C}$$

Para el caso del amortiguador de espiga cónica debe tenerse en cuenta que la holgura es variable. Esto mismo sucede con la velocidad, pues a partir que espiga cilíndrica comienza a entrar en la cavidad por la variación del área se va a generar un gradiente de velocidad que va a depender de la holgura por la que se estrangula el fluido, o lo que es lo mismo, de las dimensiones del cono. Como se puede observar en el planteamiento anterior en el caso específico de la espiga cónica la velocidad de amortiguación va ir disminuyendo gradualmente hasta llegar a la parada de la masa en movimiento.

A partir de las ecuaciones obtenidas se expone la siguiente metodología de cálculo que constituye un aporte de la tesis y permite efectuar los cálculos de diseño para el sistema con espiga cónica en cavidad cilíndrica.

Metodología de cálculo:

- 1) Determinación de la presión máxima posible:

$$P_m = 2P_s \text{ (MPa)}$$

- 2) Determinación del área efectiva de trabajo A en la carrera de tiro (m^2).

$$A = \frac{(D^2 - d^2) \cdot \pi}{4} \times 10^{-6}$$

D – Diámetro interior del tubo del cilindro

d – Diámetro del vástago

- 3) Determinación del área de la espiga cónica truncada del amortiguador:

$$A_c = \pi \cdot L(R + r) \quad (m^2)$$

$$L = \sqrt{h^2 + (R - r)^2}$$

Donde:

R- radio mayor de la espiga (m)

r- radio menor de la espiga (m)

L- longitud de la generatriz (m)

h-altura del cono (m)

- 4) Cálculo de la velocidad inicial del conjunto vástago – pistón:

$$V_0 = \frac{Q}{A} \quad (m/s)$$

- 5) Cálculo de la presión al final de la amortiguación:

$$P_f = \frac{P_s \cdot A_1 \pm F}{A}$$

- 6) Diferencia de presión al concluir la amortiguación:

$$\Delta P = P_f - P_{atm} \quad (MPa)$$

- 7) Determinación la velocidad al final de la carrera de amortiguación:

$$V_z = V_0 \cdot \frac{A_z}{A_0} \cdot \sqrt{\frac{P_z}{P_m}}$$

- 8) Determinar el flujo de salida según la expresión:

$$Q_{SF} = V_z \cdot A \quad (m^3/s)$$

- 9) Determinar el valor de la presión para la distancia z de recorrido de la espiga por la expresión (3.73).

A partir del análisis del comportamiento de la presión en el cilindro pueden hacerse correcciones en las dimensiones de la espiga cónica o la cavidad cilíndrica de manera que pueda obtenerse el comportamiento deseado de estos parámetros.

1.3 Aplicación de las metodologías propuestas al diseño de sistemas de amortiguación de cilindros hidráulicos de producción nacional.

En el anexo I se muestra el algoritmo seguido para el desarrollo de las hojas de cálculo de MS Excel utilizadas con vistas a facilitar la aplicación de las metodologías desarrolladas.

Estas metodologías para el diseño del sistema de amortiguación les fueron aplicadas a un cilindro hidráulico diseñado a pedido por la Empresa Oleohidráulica de Cienfuegos. Para este cilindro se exigía un sistema de amortiguación que posibilite una desaceleración lineal al final del recorrido capaz de detener la carga con la menor fuerza de choque posible.

1.3.1 Aplicación de la metodología propuesta al diseño de sistemas de amortiguación con espiga cilíndrica en cavidad cilíndrica.

En la Tabla 3 se muestran los datos del cilindro al cual se le diseñó un sistema de desaceleración con espiga cilíndrica en cavidad cilíndrica a partir de la metodología propuesta.

Tabla 2. Datos del cilindro hidráulico

Velocidad de la masa en movimiento	0,3048 m/s
Masa en movimiento	230 kg
Diámetro interior de la camisa del cilindro	0,06 m
Presión de trabajo del sistema	1,05 MPa
Diámetro del vástago	0,044 m
Fuerza desarrollada por el cilindro	907,2 N
Viscosidad dinámica	0,15 Pa.s
Diámetro de la espiga	0,025 m
Longitud de la espiga	0,0254 m

De acuerdo a las dimensiones del vástago se necesita determinar el diámetro de la cavidad de amortiguación en la culata a partir de la holgura entre la espiga cilíndrica y dicha cavidad.

Se asume para la espiga un diámetro de 25 mm teniendo en cuenta que el vástago tiene en este caso 44 mm de diámetro. Este diámetro, al igual que la longitud de la espiga, pueden ser modificados en dependencia del análisis de los resultados del comportamiento de la presión en el cilindro durante la desaceleración de la masa en movimiento en la etapa de diseño, lo cual es posible en el procedimiento propuesto.

Los resultados de la aplicación de esta metodología se muestran en las Fig. 3.4.

B	C	D	E
$P_m =$	2,1	Mpa	Presión máxima en la cámara de amortiguación
$KE(0) =$	10,6838496	J	Energía cinética inicial
$\lambda =$	11,66546613		Coefficiente para $x=L$
$P_f =$	0,199030953	MPa	Presión al final de la amortiguación
$V_L =$	0,093839013	m/s	Velocidad al final de la amortiguación
$\eta =$	0,905215584		Eficiencia
$Q_{sf} =$	0,00021926		Caudal al final de la amortiguación
$\Delta P =$	0,097730953	MPa	Diferencia entre la presión final y la atmosférica
$m =$	0,087445638		Módulo de holgura
$C =$	1,093070474	mm	Holgura radial
$C_d =$	2,186140948	mm	Holgura diametral

Fig. 3.4 Resultados de la aplicación de la metodología propuesta.

En la Fig. 3.5 se muestra el comportamiento de la presión en la cámara de amortiguación a medida que penetra la espiga en esta cavidad.

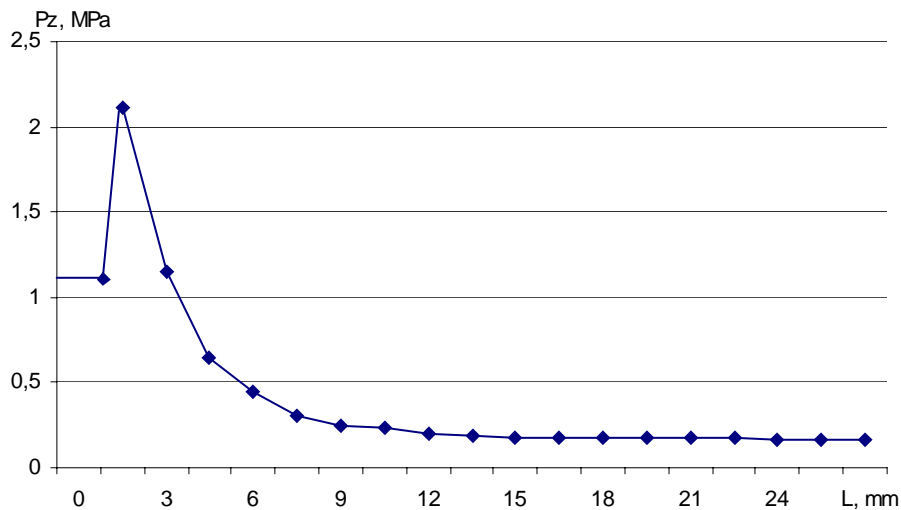


Fig. 3.5 Comportamiento de la dependencia presión – recorrido de la espiga en la cámara de amortiguación para sistemas con espigas cilíndricas en cavidad cilíndrica.

Las dimensiones de la espiga, y por consiguiente, la holgura radial y el diámetro de la cavidad de amortiguación pueden variarse de manera que se obtenga la curva deseada de presión contra desplazamiento de la espiga dentro de la cavidad de amortiguación.

Aplicación de la metodología propuesta al diseño de sistemas de amortiguación con espiga cónica en cavidad cilíndrica.

La aplicación de la metodología propuesta para el caso de espiga cónica en cavidad cilíndrica se efectuó para el mismo cilindro.

En este caso se partió del diseño de una espiga cónica con diámetro menor de 12.5 mm y diámetro mayor de 25 mm, para un vástago de 44 mm de diámetro.

En la Fig. 3.6 se muestran los resultados de la aplicación de la metodología propuesta para el diseño de los sistemas de desaceleración con espigas cónicas en cavidad cilíndrica. En esta figura se puede observar el comportamiento de la presión a medida que penetra la espiga en la cavidad en la culata.

La utilización de la metodología propuesta posibilita, a partir de la variación de las dimensiones de la espiga (diámetros menor y mayor del cono y la longitud de la espiga) y el diámetro de la cavidad de amortiguación, obtener la dependencia deseada de presión contra desplazamiento de la espiga en la cavidad de amortiguación.

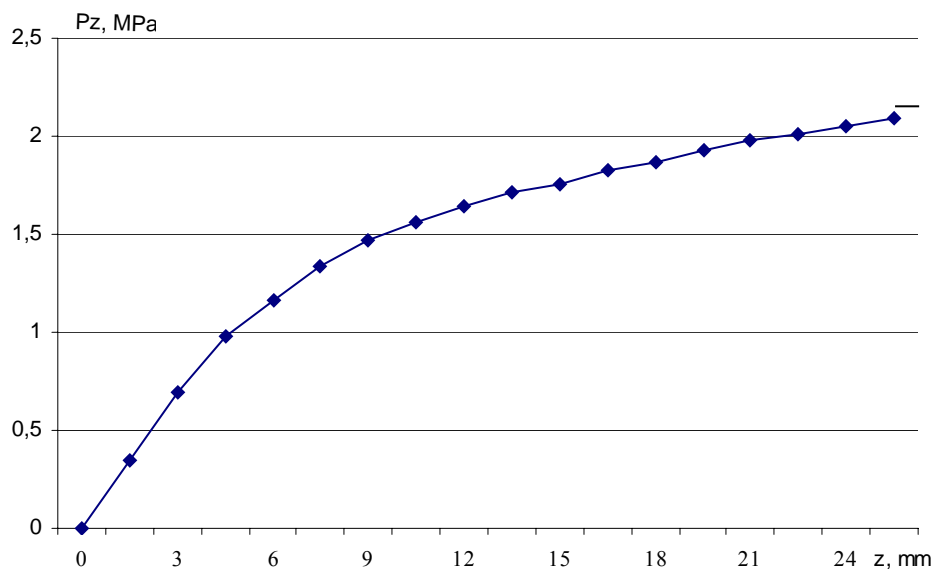


Fig. 3.6 Comportamiento de la dependencia presión – recorrido de la espiga en la cámara de amortiguación para sistemas con espigas cónicas en cavidad cilíndrica.

La aplicación de éstas metodologías permite, en primer lugar, acometer el diseño y la fabricación de cilindros a pedido con determinadas exigencias hacia la desaceleración de la carga a transportar, y en segundo lugar, determinar cual de estos sistemas de amortiguación sería el más conveniente en el cilindro a partir de las exigencias establecidas para la desaceleración de la carga. En el caso del cilindro al que se le ha aplicado las metodologías propuestas puede concluirse que, a partir de los análisis del comportamiento de la presión en la cámara de amortiguación, cualquiera de los dos sistemas de desaceleración cumple con las exigencias de desaceleración de la carga en movimiento.

Aplicación de las metodologías propuesta al diseño de sistemas de amortiguación mediante holgura con buje flotante.

El mecanismo de desaceleración mediante holgura con buje flotante y espiga de sección variable (Fig.3.7) diseñado en la Empresa Oleohidráulica de Cienfuegos utilizando la metodología propuesta es muy ventajoso tecnológicamente, en comparación con los sistemas de amortiguación expuestos en el capítulo 1. Este sistema consta de una espiga compuesta por una parte cilíndrica A y una cónica B (Fig.3.7). En el diseño de ambas partes de esta espiga se utilizaron las metodologías propuestas para lograr la desaceleración deseada de la carga a transportar. Cuando la espiga cónica comienza a entrar en la cámara de amortiguación D, el buje flotante E (Fig.3.8) se posiciona dentro de la cámara de amortiguación, iniciándose entonces la estrangulación del fluido mediante de la holgura existente entre el buje y la espiga cónica, por lo que la desaceleración en este instante será paulatina y no se generan picos de presión, lo que posibilita que no se eleve la temperatura a valores que puedan exceder los límites de diseño, fenómeno que suele ocurrir en los casos antes expuestos.

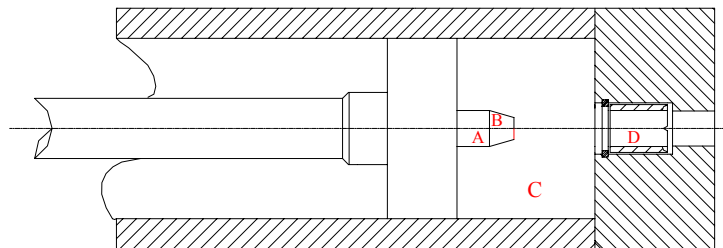


Fig. 3.7 Sistema de amortiguación con buje flotante

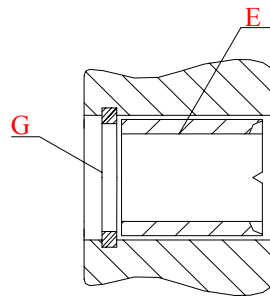


Fig. 3.8 Cavidad de amortiguación

Al entrar en el buje flotante la parte cilíndrica de la espiga, desaparece la holgura entre estos dos elementos y el fluido puede salir solamente por la holgura existente entre el buje flotante y el cuerpo; lográndose de esta forma una segunda etapa de amortiguación. Este sistema presenta una alta factibilidad tecnológica ya que no necesita de una coaxialidad estricta.

Con las metodologías propuestas, se logró alcanzar un gran nivel de versatilidad pues el sistema con buje flotante se ha empleado en cilindros para varios equipos de diferentes sectores que realizan múltiples trabajos y los resultados han sido satisfactorios.

De forma general, la utilización de éstas metodologías permite determinar las dimensiones de las espigas o las holguras entre éstas y la cavidad en la culata, y estudiar la influencia de las dimensiones de estos elementos en el comportamiento de la presión en la cámara de amortiguación y, por ende, en la desaceleración de la carga al final del recorrido lográndose obtener de ésta forma los parámetros de desaceleración exigidos.

3.4 Conclusiones del capítulo

En los sistemas de amortiguación con espiga cónica la presión no presenta picos y crece exponencialmente hasta una presión igual a la presión máxima permitida, por lo que posee características más deseables que los sistemas de amortiguación con espiga cilíndrica, donde en la cámara de amortiguación se eleva instantáneamente la presión antes de comenzar el descenso hasta valores constantes.

-
1. Para el sistema de desaceleración que utiliza como elemento de amortiguación una espiga cónica en una cavidad cilíndrica la holgura varía a medida que se avanza en la cámara de amortiguación y por ende se va a generar un gradiente de velocidad que va a depender de la magnitud de dicha holgura, o lo que es lo mismo, de las dimensiones del cono, que irá disminuyendo gradualmente hasta llegar a la parada de la masa en movimiento.
 2. Los modelos matemáticos obtenidos y las metodologías de cálculo desarrolladas permiten predecir el comportamiento de estos sistemas de amortiguación en los cilindros oleohidráulicos y brindan la posibilidad de ser utilizados en el dimensionamiento de estos en la industria nacional. Los modelos analíticos obtenidos y las metodologías de cálculo propuestas se consideran aportes científicos de la tesis.
 3. Los modelos y las metodologías para el diseño y cálculo de los sistemas de amortiguamiento de los cilindros hidráulicos se aplicaron prácticamente en cilindros de nuevo diseño en la Empresa Oleohidráulica de Cienfuegos José Gregorio Martínez teniendo en cuenta las exigencias para la desaceleración de la carga y se obtuvieron en todos los casos resultados satisfactorios.

CAPÍTULO IV. OPTIMIZACIÓN DEL DISEÑO DEL CUERPO DE LOS CILINDROS OLEOHIDRÁULICOS

4.1 Introducción.

Los cilindros oleohidráulicos en general presentan un extremo sellado rígidamente y en el otro se desliza el vástago. Inicialmente sólo fue considerado el vástago en los análisis de estos sistemas pues se suponía erróneamente que sólo en dicho elemento se producían las fallas del cilindro hasta que fue demostrada experimentalmente^[23,50,95] la necesidad de incluir la camisa en los análisis para garantizar adecuados niveles de respuesta del cilindro con respecto a la resistencia y la rigidez.

La alta normalización en las dimensiones radiales en el cuerpo, como resultado del rodillado requerido en los tubos, establece valores de diámetro interior de éstos^[32,53,86,123] mientras que el diámetro exterior generalmente no es sometido a elaboración mecánica, manteniéndose en la mayoría de los casos las dimensiones originales del tubo.

En la producción de cilindros oleohidráulicos se distinguen dos vertientes, la fabricación de cilindros normalizados o seriados que responden a dimensiones establecidas por el productor a partir de estudios de mercado y de las posibilidades tecnológicas y la fabricación de cilindros a pedido o personalizados que se realiza de forma individual o en pequeñas series dándole prioridad total a los requisitos planteados por el cliente.

La fabricación de cilindros a pedido en la industria nacional demanda la existencia de modelos y metodologías que garanticen elevar la competitividad en el ámbito internacional y que permita adecuar la producción a las exigencias del cliente.

En los cilindros oleohidráulicos fabricados a pedido es muy común las exigencias de mínimo peso y por lo tanto de mínimas dimensiones radiales de la camisa, la cual tiene una incidencia considerable en el peso total del cilindro por lo que se hace necesario la optimización de la presión del sistema de forma que se logre este propósito.

En este capítulo se estudia la factibilidad de la optimización de las dimensiones de la camisa en la etapa de diseño del cilindro con un enfoque multicriterial.

4.2 Obtención del valor de la presión P que minimiza el diámetro exterior de la camisa.

Se conoce que el diámetro interior del cuerpo de un cilindro hidráulico D_i (Fig 4.1) se determina como una función de la fuerza que debe producir el mismo durante la explotación y de la presión del sistema hidráulico.

El diámetro exterior D_e (Fig. 4.1) se determina sobre la base de la condición de resistencia a la explosión, considerando el cuerpo como un cilindro de pared gruesa y aplicando las ecuaciones del problema de Lamé⁵⁵.

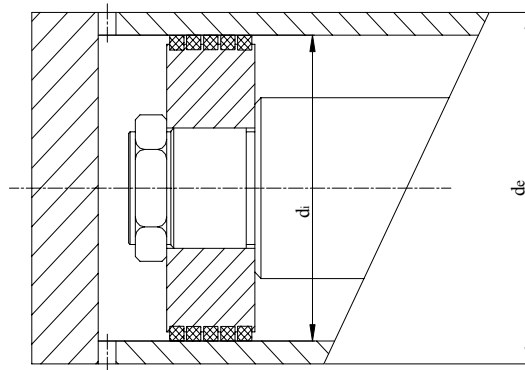


Fig. 4.1 Dimensiones radiales del cuerpo del cilindro hidráulico

Sin embargo, en la literatura técnica no se refleja cual es la relación óptima $\frac{D_i}{D_e}$ que garantice el peso mínimo de la instalación para una fuerza F y una presión del sistema P dados.

Como se discutió en el capítulo 1 algunas firmas de prestigio internacional ofrecen nomogramas para la determinación del espesor de la pared de la camisa a partir de la presión de trabajo, el diámetro interior y el factor de seguridad que varía desde 1 hasta 10. Otra de las limitantes de estos métodos radica en que los nomogramas ofrecidos responden a un tipo específico de acero.

Los espesores obtenidos a partir de estos nomogramas determinan una relación de diámetros mayor que 0.8 lo que refuerza la idea de que no se aborda este problema multicriterialmente y se le da prioridad a la minimización del peso de la camisa.

Para darle solución a esta problemática con un enfoque multicriterial, se parte del análisis de la relación idónea entre la presión del sistema hidráulico y la tensión permisibles del material del cuerpo de manera que se garantice un diámetro exterior mínimo.

Uno de los criterios para el diseño de la camisa de los cilindros oleohidráulicos es la prevención de la explosión del tubo como resultado de la presión interior actuante, para

esto el cuerpo es considerado un cilindro de paredes gruesas sometido a presión interior, calculándose las tensiones actuantes mediante las ecuaciones del problema de Lamé⁵⁵ según las cuales la condición de resistencia de la pared del tubo se plantea a partir de la Hipótesis de Resistencia de la Tensión Tangencial Máxima (Coulomb) como:

$$\sigma_{eq} = p \frac{2D_e^2}{D_e^2 - D_i^2} \leq [\sigma]_t, \text{ MPa} \quad (4.1)$$

Donde:

σ_{eq} – Tensión equivalente en la pared del tubo, MPa

D_e – Diámetro exterior del tubo, mm

D_i – Diámetro interior del tubo, mm

$[\sigma]_t$ – Tensión admisible del material del tubo, MPa

Despejando D_i en (4.1) para $\sigma_{eq} = [\sigma]_t$ se obtuvo:

$$D_i^2 = D_e^2 \frac{[\sigma]_t - 2P}{[\sigma]_t} \quad (4.1.1)$$

Al combinar la expresión para determinar la fuerza desarrollada por un cilindro hidráulico en la carrera de empuje con (4.1) se obtuvo:

$$F = \frac{\pi}{4} D_e^2 \frac{[\sigma]_t - 2P}{[\sigma]_t} P \quad (4.2)$$

a partir de donde se determinó el diámetro exterior requerido en el tubo en función de la fuerza que ejerce el cilindro, la presión del sistema y la tensión admisible del material como:

$$D_e = \sqrt{\frac{F}{\pi p} \left[\frac{[\sigma]_t}{[\sigma]_t - 2P} \right]}, \text{ mm} \quad (4.3)$$

El valor de la presión que garantizará el diámetro D_e mínimo para una fuerza F y una tensión permisible $[\sigma]_t$ del material del cuerpo en cuestión se determinó igualando a cero la segunda derivada parcial de esta expresión con respecto a la presión, o sea:

$$\frac{dD_e}{dP} = 0$$

Derivando la expresión (4.3) con respecto a P se obtiene que:

$$P = \frac{[\sigma]_t}{4}$$

Es conocido^[49, 55, 123] que en un tubo de paredes gruesas la máxima presión que se puede aplicar es igual a:

$$p = \frac{[\sigma]_t}{2}$$

Esto requiere un diámetro exterior D_e infinito por lo tanto el peso del cilindro sería infinito.

Para comprender la esencia de este resultado se analizó el caso particular de un cilindro oleohidráulico con el cuerpo de acero ($[\sigma]_t = 120$ MPa) del cual se pretende obtener una fuerza $P = 120$ kN.

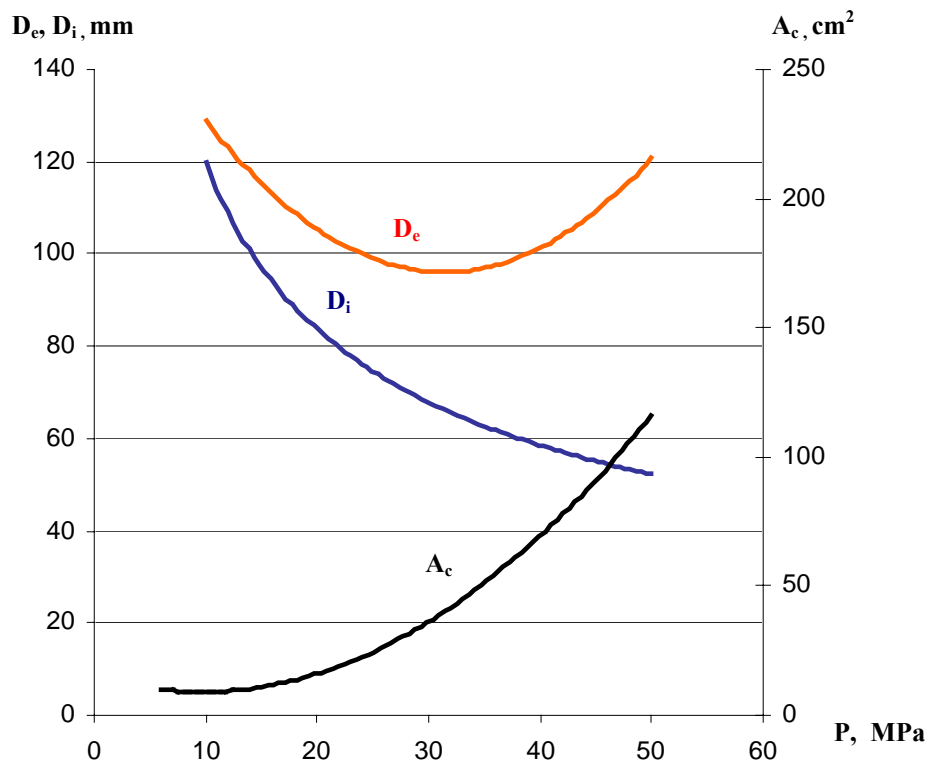


Fig. 4.2 Comportamiento de las dimensiones del cilindro con respecto a la presión de trabajo, con fuerza requerida y tensión admisible constantes.

La presión óptima del sistema hidráulico para obtener el mínimo valor del diámetro exterior en el cuerpo del cilindro debe ser, según el resultado obtenido:

$$p = \frac{[\sigma]_t}{4} = \frac{120}{4} = 30 \text{ MPa}$$

Si la presión del sistema se aleja en una u otra dirección de este valor para satisfacer simultáneamente la condición de fuerza necesaria y que $\sigma_{\text{eq}} = [\sigma]_t$ (condición de

optimización de la resistencia) las dimensiones exteriores del cilindro aumentarán^[66,69,70].

Aplicando el resultado obtenido al caso particular de un cilindro oleohidráulico en dependencia de la fuerza que es necesario obtener y teniendo en cuenta el material del cilindro en cuestión^[68,73,119] puede ser determinada la presión óptima del sistema hidráulico para obtener el mínimo valor del diámetro exterior D_e del cuerpo.

En la Figura 4.2 se observa que el valor del diámetro exterior D_e tiene un mínimo para determinado valor de la presión, y cómo el área y el peso del tubo y por ende, el del cilindro hidráulico, se incrementan a medida que aumenta la presión P de trabajo.

4.3 Enfoque multicriterial en la optimización de la relación de los diámetros del cuerpo del cilindro oleohidráulico.

La revisión de catálogos de firmas extranjeras demostró una tendencia a la búsqueda del mínimo peso en los cilindros oleohidráulicos. La camisa por ser el elemento de mayores dimensiones en los cilindros tiene un papel importante en el peso de éstos, en lo que debe tenerse en cuenta también sus condiciones de trabajo.

Sin embargo, no se encontraron elementos que demuestren que se haya efectuado estudios en este sentido.

La mayor parte de los catálogos evidencian la tendencia de producir cilindros hidráulicos donde la relación de los diámetros interior y exterior es superior a 0.8 lo que demuestra que estas camisas efectivamente tienen un bajo peso pues el área de la sección transversal de ellas es muy pequeña. En el Capítulo 1 se demostró que a partir de las recomendaciones y las metodologías que ofrece la literatura científica la determinación del espesor de la camisa conlleva también a obtener valores de la relación entre los diámetros por encima de 0.8.

4.3.1 Planteamiento del problema.

El análisis multicriterial^[42,43,63,112], como método de análisis, fue desarrollado en la década del 60 y ha sido empleado frecuentemente como una de las vías para resolver los problemas de mejora de diseño de los elementos de máquina de forma tal que se garantice el cumplimiento simultáneo de los requerimientos a ellos planteados.

Del análisis del comportamiento del diámetro exterior y el peso del cilindro con respecto a la presión, para una fuerza y tensión admisible constantes, se evidenció que la optimización del diseño de estos elementos requería de un análisis multicriterial^[71] que

permitiera establecer los valores más razonables de peso y diámetro exterior incluyendo además las propiedades del material o sea que debía tenerse en cuenta tres criterios fundamentales: la resistencia mecánica a la explosión, la cual depende de la tensión en la pared del tubo, la rigidez en la dirección radial, dado que las deformaciones radiales del cuerpo por la acción de la presión contribuyen a la pérdida de la hermeticidad del cilindro y el peso del cuerpo.

4.3.2 Definición del parámetro característico α y los números adimensionales.

Para la aproximación multicriterial al problema del diseño de la camisa de los cilindros oleohidráulicos se estableció como parámetro característico la relación α entre los diámetros interior D_i y exterior D_e de este elemento:

$$\alpha = \frac{D_i}{D_e} \quad (4.4)$$

A partir de este parámetro y de la hipótesis de la tensión tangencial máxima que relaciona los dos diámetros y la presión se obtuvo:

$$\alpha = \frac{D_i}{D_e} = \sqrt{\frac{[\sigma]_t - 2P}{[\sigma]_t}} \quad (4.5)$$

De la ecuación (4.1.1) se observa que el valor de la relación de diámetros α con el que se pueden obtener las dimensiones exteriores mínimas con la máxima fuerza de empuje se determinó a partir del valor de la presión P , que minimizaba el diámetro exterior D_e y que es igual a la cuarta parte de la tensión admisible $[\sigma]_t$ del material del tubo y alcanzó el valor de $\alpha = 0.707$.

Este valor de la relación de diámetros por si solo no puede garantizar el mínimo peso de la camisa pues existe una relación directa entre la disminución del espesor de las paredes del cilindro y la disminución del peso y, por su parte, el área de la sección transversal requerida disminuye progresivamente a medida que disminuye la presión de trabajo del sistema.

Resulta importante valorar en que medida la relación de diámetros α influye en el incremento del diámetro interior de la camisa, lo cual a su vez influye negativamente en la hermeticidad del sistema cuerpo – pistón.

El enfoque multicriterial para la optimización del diseño de la camisa del cilindro hidráulico se centra en la obtención del valor de la relación de diámetros que garantice:

- mínimas dimensiones exteriores.

- mínimas deformaciones en la dirección radial.
- mínimo peso

Para la optimización del valor de la relación de diámetros α que garantiza mínimas dimensiones exteriores, mínimas deformaciones en la dirección radial y mínimo peso se definieron números adimensionales para cada uno de los criterios.

La utilización de características adimensionales es un proceso puramente matemático frecuentemente aplicado en todas las ramas de la ingeniería^[121] y particularmente en la Mecánica de Materiales^[109,124] al analizar perfiles racionales en vigas y columnas. Una de sus ventajas es reducir el número de variables que controlan un fenómeno, simplificando su análisis, con el único inconveniente de que las variables adimensionales no tienen significado físico directo, hecho este que no afecta la solución del problema planteado.

Partiendo de ello, se conoce^[55,123] que la tensión equivalente en la pared de un tubo sometido a presión, según la hipótesis de las tensiones tangenciales máximas puede plantearse como:

$$\sigma_{eq} = P \frac{2D_e^2}{D_e^2 - D_i^2} \quad (4.6)$$

Sustituyendo en (4.6) la expresión $D_i = \alpha D_e$ se obtuvo que:

$$\sigma_{eq} = \frac{2P}{(1 - \alpha^2)} \quad (4.7)$$

Para analizar la influencia de la relación de diámetros α en la tensión equivalente para una presión dada, se definió el primer número adimensional K_σ como:

$$K_\sigma = \frac{\sigma_{eq}}{P} = \frac{2}{1 - \alpha^2} \quad (4.8)$$

El área de la sección transversal del cuerpo del cilindro también pudo expresarse en función de la relación de diámetros α :

$$A_c = \frac{\pi}{4} \left(\frac{D_i^2}{\alpha^2} - D_i^2 \right) = \frac{\pi}{4} D_i^2 \left(\frac{1 - \alpha^2}{\alpha^2} \right) \quad (4.9)$$

Al combinar la expresión para determinar la fuerza desarrollada por un cilindro hidráulico en la carrera de empuje en función de la presión del fluido y del área de la sección interior del cuerpo con la expresión (4.9) se obtuvo:

$$A_c = \frac{F}{P} \left(\frac{1 - \alpha^2}{\alpha^2} \right) \quad (4.10)$$

Mediante la cual se definió el segundo número adimensional K_A que posibilita valorar la influencia de α en el área de la sección transversal para una fuerza y presión dadas.

$$K_A = \frac{A_c P}{F} = \left(\frac{1 - \alpha^2}{\alpha^2} \right) \quad (4.11)$$

De las ecuaciones del problema de Lamé^[55,123] se conoce la expresión que permite determinar el incremento del diámetro en un tubo sometido a presión interior:

$$\Delta D_i = \frac{D_i P}{E} \left(\frac{D_e^2 + D_i^2}{D_e^2 - D_i^2} + \mu \right) \quad (4.12)$$

donde E y μ son el Módulo de Elasticidad de primer orden y el Coeficiente de Poisson del material del cuerpo respectivamente y son prácticamente constantes para todos los tipos de acero.

Teniendo, en cuenta que

$$D_i = \alpha D_e \text{ y } D_i = \sqrt{P \frac{4F}{\pi}}$$

se obtuvo:

$$\Delta D_i = \frac{1}{E} \sqrt{\frac{4FP}{\pi}} \left[\frac{1 + \alpha^2}{1 - \alpha^2} + \mu \right] \quad (4.13)$$

Se definió entonces el tercer número adimensional K_D que caracteriza la influencia de la relación de diámetros α , en la variación del diámetro interior del cilindro para valores de la fuerza y la presión de trabajo dados:

$$K_D = \frac{E \cdot \Delta D_i}{\sqrt{\frac{4FP}{\pi}}} = \left[\frac{1 + \alpha^2}{1 - \alpha^2} + \mu \right] \quad (4.14)$$

4.3.3 Determinación del valor óptimo del parámetro característico α .

Con el aumento del valor de la relación de diámetros α disminuye el peso de la camisa pues el área de la sección transversal se hace menor, pero al mismo tiempo disminuye la rigidez y la resistencia del cilindro y se puede ver afectada la hermeticidad del sistema cuerpo – pistón.

Por lo anteriormente expuesto se decide determinar el valor del coeficiente característico de la relación de los diámetros que garantiza la mejor combinación de resistencia, peso y rigidez del cilindro mediante la obtención del valor de este coeficiente que haga mínima la función K_s , formada por el producto de los tres coeficientes adimensionales, lo que se expresó como:

$$K_s = K_\sigma K_A K_D \quad (4.15)$$

Por lo que el valor óptimo de α es aquel valor que satisface la condición:

$$\frac{dK_s}{d\alpha} = 0 \quad (4.16)$$

$$K_s = \left(\frac{2}{1-\alpha^2} \right) \left(\frac{1-\alpha^2}{\alpha^2} \right) \left(\frac{1+\alpha^2}{1-\alpha^2} + \mu \right)$$

$$K_s = \frac{2}{\alpha^2} \left(\frac{1+\alpha^2 + \mu(1-\alpha^2)}{1-\alpha^2} \right) = 2 \left[\frac{1+\alpha^2 + \mu(1-\alpha^2)}{\alpha^2 - \alpha^4} \right] \quad (4.17)$$

$$\frac{dK_s}{d\alpha} = \frac{[2\alpha(\alpha^2 - \alpha^4)(1-\mu)] - [1 + \alpha^2 + \mu(1-\alpha^2)](2\alpha - 4\alpha^3)}{\alpha^2 - \alpha^4} = 0 \quad (4.18)$$

de donde se obtuvo la condición:

$$2(1-\mu)\alpha^5 + 4(1+\mu)\alpha^3 - 2(1+\mu)\alpha = 0 \quad (4.19)$$

que tenía cinco raíces, una de las cuales resulta $\alpha = 0$ que no era de interés, quedando como:

$$2(1-\mu)\alpha^4 + 4(1+\mu)\alpha^2 - 2(1+\mu) = 0 \quad (4.18)$$

Esta ecuación se aviene a la forma: $ax^2 + bx + c = 0$

Donde $a = 2(1-\mu)$, $b = 4(1+\mu)$ y $c = -2(1+\mu)$

Las soluciones de esta ecuación³⁰ se determinan como

$$\alpha^2 = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Las raíces negativas y en números complejos no son de interés, por lo que el valor de la relación de diámetros α óptimo desde el punto de vista tricriterial es 0.667.

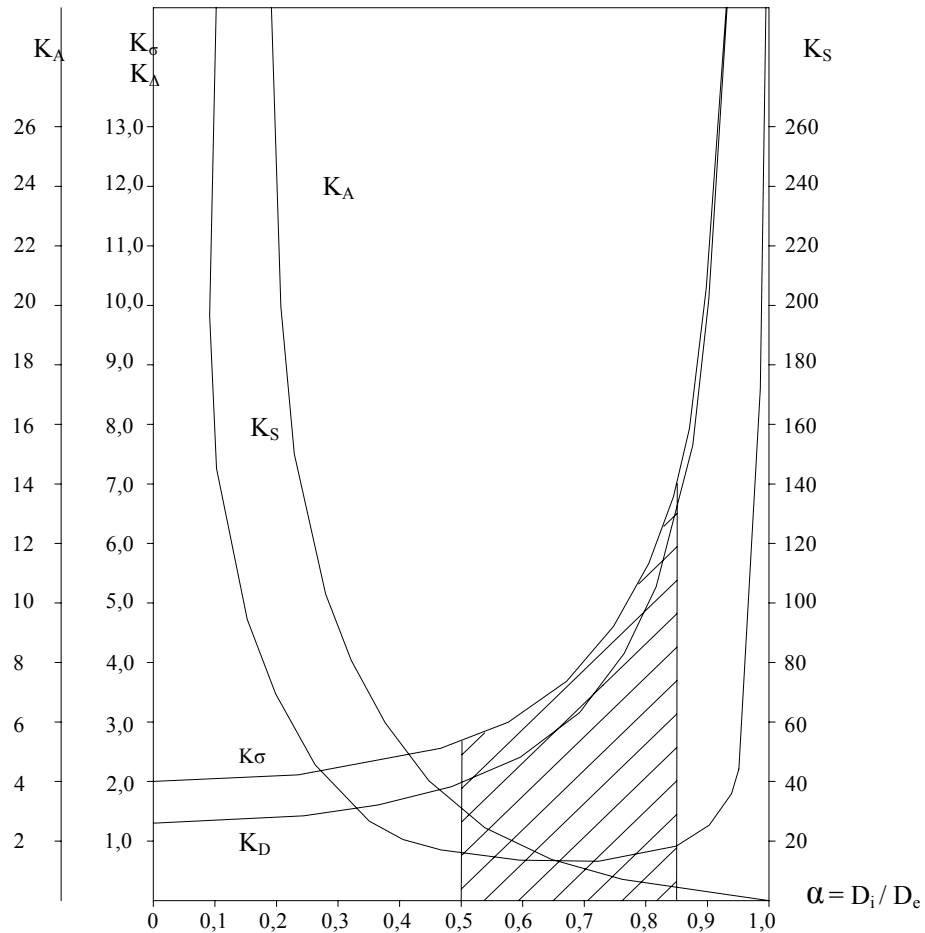


Fig. 4.3 Comportamiento de los números adimensionales K_{σ} , K_A y K_D y de la función objetivo K_S , con respecto a la relación de diámetros α .

En la figura (Fig. 4.3) se observa el comportamiento de los números adimensionales K_{σ} , K_A y K_D y de la función objetivo K_S , y se comprobó gráficamente que el valor mínimo de K_S se obtenía aproximadamente para $\alpha = 0.67$.

En el gráfico pudo definirse un intervalo de valores del coeficiente característico α , a saber $0.5 < \alpha < 0.85$, de donde se concluye que para valores de α menores que 0.5, el peso del cuerpo del cilindro crece apreciablemente, sin incrementos notables de la rigidez y la resistencia. La disminución de α de 0.5 a 0.4 conlleva aproximadamente a la misma variación del peso que tiene lugar dentro de todo el intervalo.

Por otro lado, para valores de α mayores de 0.85 crecen notablemente las tensiones y deformaciones en el cuerpo sin una disminución importante del peso.

4.3.4 *Determinación de la influencia del material en el rango óptimo de dimensiones del cuerpo del cilindro oleohidráulico.*

Es importante determinar en función del material de la camisa del cilindro a qué rango de presiones le corresponde estos valores límites del coeficiente característico α . Para una camisa de acero de mediano contenido de carbono (0.45 % de C) normalizado con límite de fluencia de $\sigma_f = 360$ MPa y tomando un coeficiente de seguridad $n=3$, la tensión admisible será $[\sigma]_t = 120$ MPa. De la condición de resistencia del tubo (4.1), se puede obtener el valor de la presión para el que $\sigma_{eq} = [\sigma]_t$, en función de la relación de diámetros α a saber:

$$P = \frac{1}{2}([\sigma]_t - \alpha^2 [\sigma]_t) \quad (4.19)$$

Para el límite inferior del rango del coeficiente característico $\alpha = 0.5$, la presión que garantiza que $\sigma_{eq} = [\sigma]_t$ según (4.19) es $P = 45$ MPa mientras que para el límite superior del rango del coeficiente característico $\alpha = 0.85$, la presión que garantiza esa condición es $P=16.65$ MPa. Por lo que desde el punto de vista tricriterial, resistencia-rigidez-peso, los cilindros con cuerpos de acero con propiedades arriba relacionadas son fiables trabajando en presiones entre 17 MPa y 45 MPa por lo que para presiones menores sería más factible, desde el punto de vista económico, utilizar aceros con propiedades mecánica inferiores.

Si se selecciona para la manufactura del cuerpo un acero de bajo contenido de carbono (0.2 % de C) con $\sigma_f = 250$ MPa, $n=3$ y $[\sigma]_t = 83$ MPa entonces para los límites inferior y superior del rango del coeficiente característico $\alpha = 0.5$ y $\alpha = 0.85$, las presiones que garantizan que $\sigma_{eq} = [\sigma]_t$ según (4.19) serán $P = 31$ MPa y $P = 11.51$ MPa. Por lo que el empleo de aceros con estas propiedades garantiza adecuadas rigidez y resistencia a la explosión del tubo, con un mínimo peso, en el rango de presiones entre 12 MPa y 30 MPa. De donde puede inferirse que para presiones inferiores a 12 MPa se puede utilizar un acero menos resistente, mientras que, para presiones que sobrepasen los 45 MPa es conveniente seleccionar un acero con propiedades mecánicas superiores al del ejemplo descrito en aras de reducir el peso del cilindro.

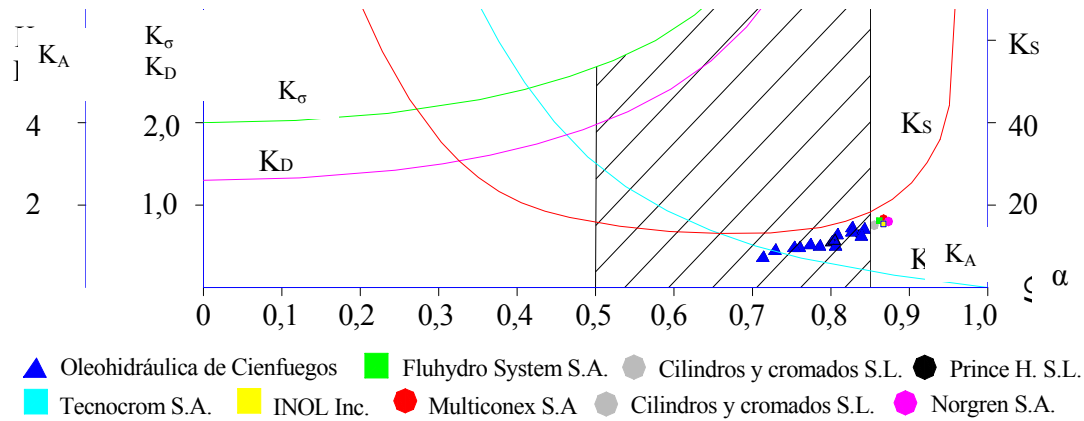


Fig. 4.4 Comportamiento de K_S con relación a la relación de diámetros α en cilindros con diámetro interior de la camisa de 63 mm de diferentes firmas y en varias series de Oleohidráulica de Cienfuegos.

En la Fig. 4.4 se observan los valores de K_S correspondientes a los cilindros producidos por diferentes firmas y por la empresa oleohidráulica nacional, de donde puede inferirse que las dimensiones de las camisas se encuentran en el rango definido anteriormente pero con una tendencia hacia la minimización del peso.

En algunas series de cilindros de la empresa Oleohidráulica de Cienfuegos se aprecia, que aún existen series de cilindros cuyas camisas presentan una relación de diámetros α cercano al valor límite superior del rango recomendado lo que evidencia la tendencia en el diseño de estos elementos de disminuir el área de la sección transversal para garantizar mínimo peso aunque la mayor parte de éstos presentan una relación de diámetros que se encuentra entre el valor óptimo y el límite superior del rango recomendado. Debe tenerse en cuenta que en la gráfica se plotearon los valores de series de cilindros producidos en esta empresa, donde las dimensiones exteriores del tubo constituyen una limitante para la optimización de las dimensiones radiales de la camisa pues no se maquina. Sin embargo en el caso de los producciones a pedido, por el carácter generalmente unitario de las mismas, existe la posibilidad de maquina tanto el diámetro interior como el exterior para poder garantizar un mínimo peso en la camisa. La solución para las producciones seriadas debe ser valorada con los productores de tubos para camisas.

La Fig. 4.4 muestra también el valor de K_S para series de cilindros con diámetro interior de la camisa de 60 mm, 62 mm, y 63 mm, de varias firmas productoras donde puede apreciarse, en la mayor parte de éstas, la marcada tendencia hacia la reducción del peso del cilindro y que no se tiene en cuenta en el diseño de la camisa el enfoque

multicriterial presentado en este epígrafe. Como se demostró en el Capítulo 1, con la utilización de los nomogramas y metodologías existentes para la determinación del espesor de la pared de la camisa en los cilindros hidráulicos, la relación de diámetros que se obtiene por estos procedimientos no están optimizadas desde el punto de vista multicriterial explicado en este capítulo.

A partir de la optimización multicriterial de las dimensiones radiales de la camisa de los cilindros oleohidráulicos desarrollada en este capítulo se muestra, en los anexos (Anexo C, Anexo D, Anexo E, Anexo F, Anexo G), como un aporte del presente trabajo, un juego de curvas con ayuda de los cuales, en dependencia del factor de seguridad que utilice el diseñador, se puede determinar, a partir de la presión de trabajo que se prevé en el sistema, el valor óptimo de la relación entre los diámetros que garantice mínimo peso y adecuadas resistencia y rigidez de la camisa del cilindro hidráulico. Estas familias de curvas fueron obtenidas para diferentes tipos de acero en estado normalizado cuyos límites de fluencia aparecen en el borde superior derecho del gráfico. Debe tenerse en cuenta que éstos gráficos pueden ser utilizados además para la determinación del valor óptimo del coeficiente α o la presión de trabajo para cualquier recipiente con características geométricas similares a las de las camisas de los cilindros hidráulicos y cuyas dimensiones necesiten ser optimizadas con un enfoque multicriterial.

4.4 Conclusiones del capítulo.

1. El valor de la presión hidráulica que garantiza la producción de una determinada fuerza de empuje F , con el menor diámetro interior del cuerpo de un cilindro hidráulico es $P = \frac{[\sigma]_t}{4}$
2. El valor de la relación de diámetros, $\alpha = \frac{D_i}{D_e}$, que garantiza la mejor combinación de peso, rigidez y resistencia es 0.667.
3. De forma general se establece que los valores más razonables de la relación de diámetros $\alpha = \frac{D_i}{D_e}$, están entre 0.5 y 0.85.
4. Es posible utilizar aceros de menor resistencia para cilindros que trabajan con presiones por debajo de 11 MPa.

-
5. En los cilindros de producción nacional el valor de la relación de diámetros $\alpha = \frac{D_i}{D_e}$ está en el rango recomendado con la tendencia a acercarse al límite superior del mismo, lo que explica que tienen un bajo peso relativo.
6. El empleo de acero bajo carbono (0.20 % C) garantiza una adecuada resistencia a la explosión del tubo para presiones entre 12 MPa y 30 MPa.

CONCLUSIONES

Como resultado de las investigaciones teóricas y prácticas realizadas en el presente trabajo se pueden establecer las siguientes conclusiones generales:

1. Se elaboró un nuevo esquema de análisis y una nueva metodología para realizar los cálculos de estabilidad en cilindros hidráulicos de simple efecto que a diferencia de todos los modelos y métodos existentes utilizados en la actualidad, permite tomar en cuenta aspectos fundamentales en la pérdida de la estabilidad de estos elementos como son:
 - Las holguras existentes entre pistón – cuerpo y vástago – buje guía.
 - El peso propio del cilindro y el líquido hidráulico
 - Los momentos de fricción en los apoyos articulados.
 - Las condiciones generales de rigidez de los apoyos: empotrado, articulado, etc.
 - La ubicación de los apoyos del cilindro a lo largo de su longitud
 - La inclinación del cilindro.
 - Las posibles excentricidades de la carga en ambos extremos.
 - La variación de la pendiente producida por la elasticidad de los bujes y los sellos.
 - Las particularidades constructivas del vástago: macizo o hueco, con o sin presión interior.
2. El modelo y la metodología de cálculo propuestos para la evaluación de la posible pérdida de la estabilidad de un cilindro hidráulico fueron validados en una instalación experimental, montada con ese fin, donde se instaló un cilindro fabricado en la Empresa Oleohidráulica de Cienfuegos José Gregorio Martínez, colocado horizontalmente, bajo la influencia de su peso, las holguras existentes y para varias cargas axiales. Se midió la flecha en cinco puntos distribuidos a lo largo del cuerpo y del vástago y los resultados fueron comparados con los resultados del modelo obteniéndose un error promedio por debajo de un 10%.
3. Se desarrollaron nuevos modelos matemáticos para realizar los cálculos de amortiguación en los cilindros hidráulicos utilizando espiga cilíndrica en cavidad cilíndrica y espiga cónica en cavidad cilíndrica. Sobre la base de estos modelos se desarrollaron las metodologías de cálculo que permiten realizar el diseño de estos sistemas para los cilindros hidráulicos de producción nacional. Tanto el modelo

como la metodología se aplicaron prácticamente en un cilindro de nuevo diseño en la Empresa Oleohidráulica de Cienfuegos José Gregorio Martínez con resultados satisfactorios. Estos modelos matemáticos y las metodologías de cálculo elaboradas constituyen aportes científicos del presente trabajo.

4. Sobre la base de un enfoque multicriterial se estableció el rango de relaciones entre los diámetros interior y exterior del cuerpo del cilindro que garantiza una adecuada combinación de la resistencia a la explosión del cuerpo, una adecuada rigidez a la deformación radial que limita la fuga en los sellos y un peso pequeño de la construcción, aspectos estos que en su conjunto permiten lograr una adecuada competitividad de los cilindros de producción nacional en el mercado. El procedimiento de optimización elaborado, permitió obtener un conjunto de gráficas que permiten establecer, en función de la presión de trabajo del cilindro, del material que se desee emplear en la fabricación del cuerpo del mismo y del factor de seguridad que desee el diseñador, la relación entre los diámetros interior y exterior del cuerpo que garantiza la combinación más adecuada de resistencia, rigidez radial y peso del cilindro. El procedimiento de optimización multicriterial elaborado, así como el conjunto de gráficas obtenidas se consideran un aporte científico del trabajo.

RECOMENDACIONES

1. Extender el estudio de estabilidad a los cilindros telescópicos de n-pasos, elaborar el esquema de análisis, plantear y solucionar ecuaciones para tomar en cuenta las holguras entre las etapas en estos casos.
2. Desarrollar modelos matemáticos que caractericen otros sistemas de desaceleración como el sistema de espiga en parábola invertida en cavidad cilíndrica y el sistema de amortiguación con válvulas insertadas en el pistón.
3. Elaborar un software que considere integralmente todos los resultados obtenidos en el presente trabajo de manera que se facilite la labor de los diseñadores de la empresa oleohidráulica nacional y pueda constituir un producto comercializable.
4. Continuar las investigaciones realizadas profundizando en la posible aplicación del Método de los Elementos Finitos en los estudios de estabilidad, amortiguación y en la optimización de las dimensiones radiales del cuerpo de los cilindros oleohidráulicos, como una vía adicional de validar los resultados obtenidos.

1. ACE Controls Inc. Main Catalog. Catálogo principal No. 200-0069, Michigan, 2003
2. Actajov, M.F. Spravochnaya kniga po raschoty samoleta ha prochnost. M.: Oborongizdat, 1974. 70 s.
3. AHP Merkle Gmb H. Normzylinder. Katalog. Tomado de <http://www.ahp.de/pdf/normzylinder.pdf> , Nov. 20, 2002
4. Allen, H.G, Bulson, P.S. Background to Buckling, McGraw-Hill, London, 1980.
5. Ang, K. K., Wang, C. M. Shear flexural buckling of stepped columns, J. Engr. Mech., ASCE, 116(6), 1220-1241. 1990.
6. Appeltaure, J.W., Barta, T.A. Critical loads of plane frames, Concrete and Constructional Engineering, pp. 293-296, 1964.
7. Aristizábal Ochoa, J. D. Braced, partially braced and unbraced columns: complete set of classical stability equations, Int. J. Struct. Engrg. and Mech., Taejon, Korea, 4(4), 365-378. 1996.
8. Aristizábal Ochoa, J. D. Elastic stability of beam columns with flexural connections under various conservative end axial forces, J. Struct. Engrg., ASCE, 123(9), 1194-1200. 1997.
9. Aristizábal Ochoa, J. D. Estabilidad clásica de vigas - columnas con conexiones semi - rígidas sobre fundación elástica. Tomado de: <http://www.minas.unalmed.edu.co/facultad/publicaciones/dyna/129/estabilidad.pdf>, Enero, 2002.
10. Aristizábal Ochoa, J. D. Story stability of braced, partially braced and unbraced frames: classical approach, J. Struct. Engrg., ASCE, 123(6), 799-807. 1997^a.
11. Armas Valdés, J.C. Metodología de Cálculo para los sistemas de amortiguación en cilindros oleohidráulicos. Trabajo de Diploma. Ing. Víctor Gómez Rodríguez. Tutor. 2002.
12. Bajzant, Z. P., Cedolin, L. (1991), Stability of Structures: Elastic, Inelastic, Fracture, and Damage Theories, Oxford University Press, New York.
13. Babuska I., Miller A.A. Feedback Finite Element Method with a Posteriori Error Estimations: Part 1 - The Finite Element Method and Some Basic Properties of the a Posteriori Error Estimator Int. J. Numer. Meth. Eng. 6, 1-40, 1987.
14. BarDyne, Inc. Hydraulic Component Design and Selection. Tomado de: <http://www.bardyne.com/Documents/BK1-TOC.PDF>, march 2003.

15. Barrios O, H. Caracterización de los sistemas hidráulicos de los bulldozers de área capitalista./ Hermes O. Barrios, Oliver Reyes del Sol. – Cienfuegos: ISTC, Facultad de Ingeniería, 1989. – 47 p.
16. Bathe K. J.. Finite Element Procedures in Engineering Analysis, Prentice-Hall, 1982.
17. Bathe, K. J. Finite Element Procedures, Prentice Hall, New Jersey, 1996.
18. Bedrin, C.F. Issledovanie napryachonnogo sostoyaniya gidravlicheskogo domkrata s uchotom sobstvennogo vesa. Trudi novosibirskogo instituta ing. Vodnogo transporta. Vip. 86, 1973, c. 64 – 69.
19. Bedrin, C.F. Raschoti gidrocilindrov na ustoichivost i prochnost. Vestnik machinostroenya No. 7, Moskva, 1981.
20. Bedrin, C.F., Inkichinov H.C. Analis metodov raschota gidrocilindrov na ustoichivost y prochnost. Trudi novosibirskogo instituta ing. Vodnogo transporta. Vip. 131, 1977, c. 78 – 83.
21. Beer F.P., Jonhston E.R. Mecánica de los Materiales. 2ª. Ed. Colombia: Mc Graw – Hill, 1993.—738 p.
22. Beitler, P. Tratado práctico de Oleohidráulica. / Panzar Beitler – 1ra Ed – Madrid: Editorial Blume, 1968. –300p.
23. Berninger, John. Tie rod stress in Cylinders can be accurately calculated. Product Engineering, Vol 44, July 1973, pp. 40 – 43.
24. Bezares S.A. Equipos hidráulicos para vehículos industriales. Tomado de <http://www.bezares.com/pdf/Equipos%20hidraulicos.exe>, January 14, 2001
25. Bezujov I.I., Dyzchin O.B., Kolkynov N.V. Estabilidad y Dinámica de la Destrucción. Mocú: Editorial Vischaya Schkola, 1987.—264 p.
26. Birger I.A., Shorr B.F., Shneiderovich R.M. Cálculo de Resistencia de Piezas de Máquinas. Moscú: Editorial Mashinostroenie, 1966.—616 p.
27. Boni, L. Cushioned hydraulic cylinders simulated Space Shuttle launch. Hydraulics and Pneumatics Mayo 1978 Vol. 32 Issue 5, pp. 69 -74
28. Brebbia, C.A., Ferrante, A.J. Computational Methods for the Solution of Engineering Problems, Pentech Press, London. 1986.
29. Bronshtein, I. Manual de matemáticas para ingenieros. Moscú. Editorial MIR. 1977
30. Cabello Eras, J. J, Gómez Rodríguez, V.G. Sistemas de amortiguación en cilindros hidráulicos/ Juan José Cabello Eras, Víctor G. Gómez Rodríguez --

-
- Trabajo publicado en las memorias del 16th Canadian Congress of Applied Mechanics. Quebec. 1997.
31. Cabello Eras, J.J. Metodología para el diseño de cilindros oleohidráulicos. Construcción de maquinarias No. 1. 1995.
 32. Cabello, Eras Juan José. Amortiguación en cilindros hidráulicos. Construcción de Maquinaria. No 1. 1995.
 33. Cabester, EJ. Analysis of tie rods cylinders, presented at the National Conference on Fluid Power, Chicago, October, 21 – 23, 1975, NCFP Proceedings, Vol. 29.
 34. CALFEM. A Finite Element Toolbox for Matlab Department of Mecanics and Materials. Tomado de: <http://www.byggmek.lth.se/Calfem/>, Lund University. Enero 2002
 35. Carvajal Silva, G.E. Criterios y estimadores de error en el análisis elástico lineal de estructuras planas. Informe de Memoria de Título. Tomado de: http://guido.dic.udec.cl/docs/tesis/final_blancoynegro.pdf Agosto 2003.
 36. Cernuschi, D.J. Elementos finitos. Ejemplo de aplicación. Consideraciones sobre el uso de los elementos finitos. <http://www.ing.unlp.edu.ar/estruc3b/mefa.pdf> Agosto 2003.
 37. Chen, W.F. and Lui, E.M., Structural Stability: Theory and Implementation, Elsevier Science, New York, 1987.
 38. Cheng, F. Y., Pantelides, C. P. Static Timoshenko beam-columns on elastic media, J. Struct. Engrg., ASCE, 114(5), 1152-1172. 1988.
 39. Cilindros y cromados S.L. España. Catálogo Industrial. Tomado de: <http://www.cirosa.com/cirosa.html> 17 Octubre, 2002.
 40. Coates, R.C. and Kong, F.K. Structural Analysis, Van Nostrand Reinhold Co. LTD., Wokingham, Berkshire, England. 1988.
 41. Cook R. D. Finite Element Modeling for Stress Analysis, , John Wiley and Sons, 1995.
 42. Cortés, Manuel E. Introducción a la Investigación de Operaciones. – Editorial Universidad de Cienfuegos. Universidad de Guayaquil. Ecuador. 1999.
 43. Cortés, Manuel E., Miranda, Ridelio. Modelación e Inversión. Tomado de: <http://intranet.ucf.edu.cu/anuario/2002/economicas/articulo24.pdf>, Octubre 2002

-
44. Dawkins, W.P, Iyengar, S.K.R. Stress analysis of hydraulic cylinders, presented at the National Conference on Fluid Power, Chicago, Illinois, October, 21 – 23, 1975, NCFP Proceedings, Vol. 29.
 45. Demidovich, B.P., Maron, I.A. Matemática Computacional, Editorial MIR, Moscu, 1987.
 46. DeRose, Don. Extending Actuator Life. Tomado de: http://www.fluidpowerjournal.com/2003/JF_03/Articles/JF_03_Actuators.pdf, Septiembre 2002.
 47. DISELCO LTDA. Manual de Oleohidraulica y Neumatica. Tomado de: <http://www.diselco.com.co/libro.htm>, Mayo, 5, 2003
 48. Dobrovolski, V. Elementos de máquina. Moscú. Editorial Mir. 1980
 49. Dong-Soo Kim, Sang-chun, Lee. Characteristics analysis on the pneumatic cushion cylinders. Paper of the Tokyo '99 Fourth JHPS International Symposium on Fluid Power, 1999.
 50. Donnell, L.H., Analysis of Buckling strength of piston rod. Benton Harbor, Mich.: Benton Harbor Engineering Division, Internal Report, 1958.
 51. Dubejkoskij, E. N. Resistencia de los materiales. Moscú. Editorial Nauta. 1985.
 52. EATON Hydro-Line Industrial Tie Rod Cylinders Tomado de <http://hydraulics.eaton.com/products/pdfs/> September 2003.
 53. Elementos para circuitos oleodinámicos. Editorial Blume, Madrid. 1999.
 54. ENERPAC. HTW. RC-Series, Single- actino Cilindres. Tomado de http://www.enerpac.com/html/products/industrial_tools/cylinders_imp/Cat_pag/RC_E324.pdf , June, 24, 2003.
 55. Feodosiev, V.I. Resistencia de los materiales. Moscú. Editorial Nauka. 1986.
 56. Fernández, L.G. Resistencia de los materiales. Habana. Editorial Pueblo y Educación. 1985.
 57. Fitzgerald F. Mecánica de Materiales. México: Editorial Alfa omega S.A. de C.V., 1996.—560 p.
 58. Fluhydro System S.A. Catalogo industrial para la selección. Tomado de http://www.fluhydro.com.br/paginas/produtos/CD18_19.htm, Octubre 2002.
 59. Fogiel M. Problem solver in Strength of Materials and Mechanics of Solids. New Jersey: Editorial REA, 1988.—1140 p.

-
60. Forrest Mauritz. Today's Mobile Hydraulic Cylinders. Tomado de: <http://www.fluidpowerjournal.com/1999%20issues/01JanFeb99/articles/02/hydrauliccylinders.htm>. January 12, 2000
 61. G.L.M., Stepped column analysis. South Bend, Ind.: Bendix Product Division of Bendix Corporation, Report No. 1640, May 1961, pp. 2.90_1 - 2.90_6.
 62. Galambos, T.V. Guide to Stability Design Criteria for Metal Structures, John Wiley & Sons, Inc., New York, 1988.
 63. García Márquez, F. Optimización: Conceptos Fundamentales y Tendencias Actuales. Tomado de: <http://www.terra.es/personal/faustopedro.gar/files/A5.pdf> Febrero 2003
 64. Geplasmetal S.A. Selección de cilindros de SE y DE. Catalogo de diseño. Tomado de <http://www.geplasmetal.com/home/castelano/contenido/producto/naranja/op5.htm> Octubre 2002.
 65. GLUAL Hidraulica. Hydraulics elements. Catalog. Tomado de <http://www.glual.es/pdf/>, september 15, 2003.
 66. Gómez Rodríguez, V, Goytisol Espinosa, R y Cabello Eras, JJ. Optimización de las dimensiones exteriores en el diseño de los cilindros oleohidráulicos. Memorias electrónicas Evento Nacional Oleohidráulica y Neumática 2001, Enero 2002.
 67. Gómez Rodríguez, V., Goytisol Espinosa, R y Cabello Eras, JJ. Diseño, construcción y puesta en marcha de una instalación experimental para el estudio de la estabilidad en barras escalonadas. Memorias electrónicas Evento Nacional Oleohidráulica y Neumática 2001, Enero 2002.
 68. Gómez Rodríguez, V., Goytisol Espinosa, R y Cabello Eras, JJ. Evaluación del empleo del acero de bajo contenido de carbono en la fabricación del cuerpo de los cilindros oleohidráulicos. Revista Ingeniería Mecánica. Vol 6, No. 2, Mayo – Agosto 2003.
 69. Gómez Rodríguez, V., Goytisol Espinosa, R y Cabello Eras, JJ. Optimización multicriterial del cuerpo de los cilindros oleohidráulicos. Anuario Científico de la Universidad de Cienfuegos, Noviembre 2002.
 70. Gómez Rodríguez, V., Goytisol Espinosa, R y Cabello Eras, JJ. Optimización de las dimensiones radiales de los cilindros oleohidráulicos. Revista Ingeniería Mecánica. Vol 5, No. 3, Septiembre – Diciembre 2002.

-
71. Gómez Rodríguez, V., Goytisoló Espinosa, R y Cabello Eras, J.J. Optimización multicriterial del diseño del cuerpo de los cilindros oleohidráulicos. Revista Ingeniería Mecánica. Vol 6, No. 1, Enero – Abril 2003.
 72. Gómez Rodríguez, V.G., Cabello Eras, J.J. Metodología para el cálculo de la amortiguación en los cilindros hidráulicos/ Víctor G. Gómez Rodríguez, Juan José Cabello Eras. Trabajo publicado en las memorias del III Congreso Bolivariano de Ingeniería Mecánica. Julio, 2003.
 73. González Tallet, Marcos D. Estudio de los materiales empleados en la construcción de los cilindros tanto de importación como de producción nacional. Trabajo de Diploma. Ing. Mauricio Ferrer Cruz. Tutor. 1990.
 74. Graves Smith, T.R. Linear Analysis of Frameworks, Ellis Horwood Limited, Chichester, England. 1983.
 75. Green W.L. Cushioning for Hydraulic cylinders. Hydraulic and Pneumatic, May 1968, pp. 100 -105.
 76. HANCHEN. E-Kat Versión 2.3. Ostfildern, Germany, 2002.
 77. Hernández Herrera, H. Análisis de la estabilidad de cilindros hidráulicos telescópicos de varias etapas en posición vertical. Trabajo de Diploma. Ing. Víctor G. Gómez Rodríguez. Tutor. 2000.
 78. Hi-Force Hydraulics Catalog. Tomado de <http://www.hi-force.com/English/hor.htm> Agosto, 2001.
 79. Hoblit, F.M. Buckling load of a stepped column. Journal of the Aeronautical Sciences, Vol 18 February, 1951, pp. 124 – 126 and 138.
 80. Hoblit, Fred. Critical buckling Load for hydraulic actuating cylinders. Product Engineering, Vol 21, July 1950, pp. 108 – 112.
 81. Hoobler G. How to specify cushioning in mill-type cylinders. Hydraulic and Pneumatic, May 1979, pp. 76 -79.
 82. Huebner, K. H, Thornton E. A, Byrom T, The Finite Element Method for Engineers, 3ª edición. John Wiley and Sons, 1995.
 83. INOL Inc. Selección industrial de elementos hidráulicos. Catalogo Electrónico. June, 2003.
 84. Ivanin, V. Ya. Tablichnii metod raschota ustoichivosti gidrodomkratov. M.: Voенно-Ingenernaya Academia, 1969. 236 s.
 85. Kent R. Fundamentos de Ecuaciones diferenciales. Addison – Wesley Iberoamericana. 1992.

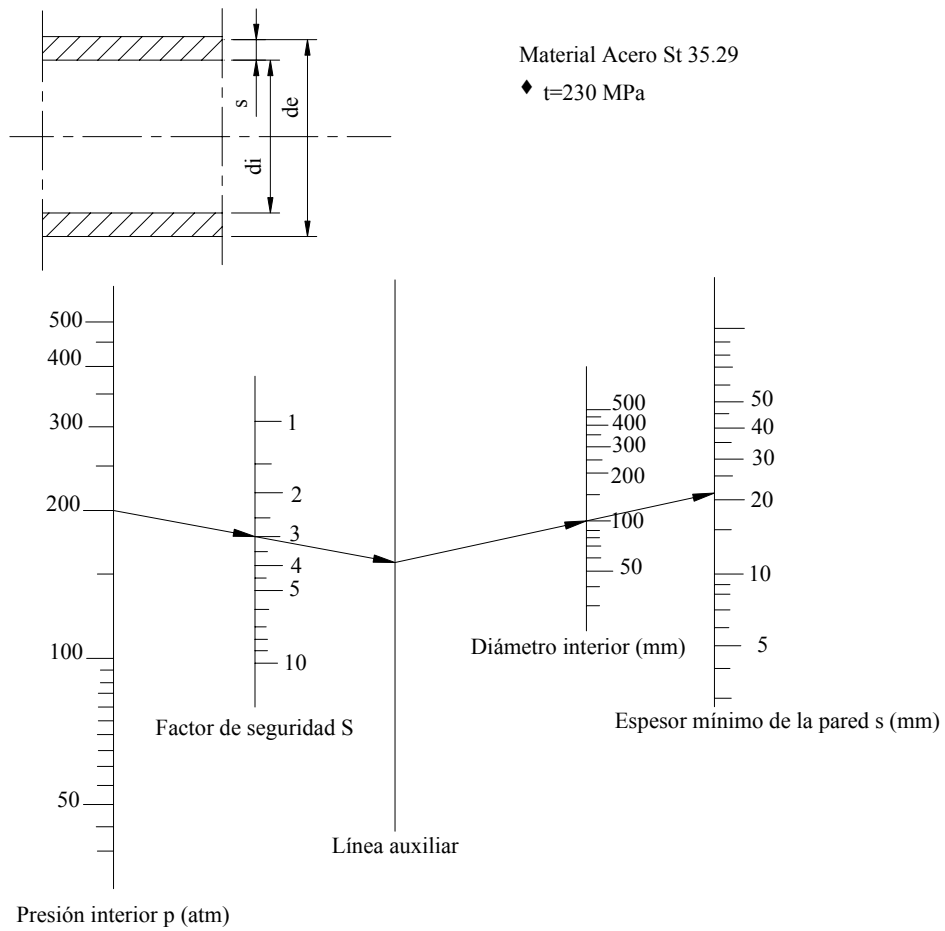
-
86. Krutz W, Schueller J. Machine design for mobile and industrial applications. 2nd edition SAE International. Denver. 1999.
 87. LJM Hydraulik. Pressure Equipment Directive 97/23/EC. Electronic catalog. June, 2003.
 88. M. Gala Oleohidráulica S.L. Catálogo Industrial. Tomado de: <http://www.infonegocio.com/mgalaoleohidraulica/stock.html> 25 noviembre, 2002.
 89. Mannesmann – Rexroth. Selection and design catalog. Mannesmann. France, 2000, Vol. 1, 28 p.
 90. Manual de la Oleohidráulica – 2da edición – Madrid: editorial Blume. 1975. – 714p.
 91. Marshall, B. How Hydraulic Machines Work. Mc Graw Hill. New York. USA 2000.
 92. Mauritz, F. Hydraulic Cylinders Tomado de : <http://www.fluidpowerjournal.com/> Mayo, 2002
 93. Mederos O. B, Grau, R, Hing, R. Ecuaciones diferenciales ordinarias. Editorial Pueblo y educación. 1987.
 94. Meier, J.H. Buckling of uniform and stepped Columns – II. Product Engineering, Vol 20, November 1949, pp. 116 – 118.
 95. Mills, Blake D. The fluid columns. American Journal of Physics, Vol. 28, 1960, pp. 353 – 356.
 96. Mott R.L. Resistencia de Materiales Aplicada. México: Editorial Prentice- Hall Hispanoamericana S.A. 3ª. Ed. 1996.—640 p.
 97. Multi-Conex Brazil. Catalogo Industrial. Tomado de: http://www.multiconex.com.br/cil_efeito_de.html. 29 Abril, 2003.
 98. Murali. B.N. An analysis of hydraulic cylinder cushioning. Hydraulic and Pneumatic, May 1968, pp. 72 - 75.
 99. National fluid power association. Recommended practice for application guidelines of cylinders Tomado de: http://www.nfpa.com/Pdf/T3_6_64-1998.pdf?sid=0, Mayo 20, 2002.
 100. Navarro Martínez, Osdany. Estabilidad en Cilindros Hidráulicos Telescópicos. Trabajo de Diploma. Ing. Víctor G. Gómez Rodríguez. Tutor. 2001.

-
101. Needleman, A., Tvergaard, V., Aspects of plastic postbuckling behavior, in *Mechanics of Solids – The Rodney Hill 60th Anniversary Volume*, eds. H. G. Hopkins and M. J. Sewell, pp. 453–498, Pergamon Press, Oxford, 1982.
 102. Nguyen, Q. S., Bifurcation and stability in dissipative media (plasticity, friction, fracture), *Appl. Mech. Rev.*, Vol. 47, No. 1, Part 1, pp.1–31,1994.
 103. NIKE Hydraulics. Katalog. Raddningshydraulik GB. 3 Edition. 24 p., 2003
 104. Norvelle, F.D. Fluid power systems maintenance. OSU. 24 p., 2000.
 105. Olesa S.A. Elementos para circuitos oleodinámicos. Catálogo. Editorial Olesa S.A. España 1998.
 106. Oñate Ibañes De Navarra, E. Cálculo de estructuras por el método de elementos finitos : análisis elástico lineal Barcelona : Centro Internacional de Métodos Numéricos en Ingeniería, 1992.
 107. Parker. General catalogue for fluid power elements. Catálogo industrial. Parker Editions, 25 p 1999.
 108. Peregrino E, G. Caracterización de los sistemas hidráulicos de las combinadas cañeras./ Gustavo Peregrino Enamorado, Rafael Pérez Pupo. – Cienfuegos: ISTC, Facultad de ingeniería, 1989. – 58 p.
 109. Pisarenko G.S., Yakovlev A.P., Matveev V.K. Manual de Resistencia de Materiales. Moscú: Editorial MIR, 1989.—693 p.
 110. Prezemieniecki, J.S. Theory of Matrix Structural Analysis. McGraw-Hill. N.Y. 1968.
 111. Puhl Hans- Georg. Zur statichen Berechnung und prufung nachgiebiger grubenstempel. *Gluck auf – Forschungsh.*, 1973, 34, No. 6, 237 – 244.
 112. Ramanathan, R,A. Multiobjctive Programming Approach to Energy Resource Allocation Problems. *International Journal of Energy Research (USA)*: 1 (17). 1993: 105-119 pp.
 113. Rao S. N; Mohamed Sanaullah A. G. Analysis and design of cushioning in hydraulic cilindres *Journal of the Indian Institute of Science* Volume: 60, number 7, 1978 pp. 271-282.
 114. Rasmussen, K.J.R. and Hancock, G.J., "Stainless steel tubular columns- test and design". In W-W Yu and RA LaBoube, editors, *Recent Developments in cold-formed steel design and construction*, 10th International Specialty Conference on cold-formed steel structures. pp 471- 491. 1990.

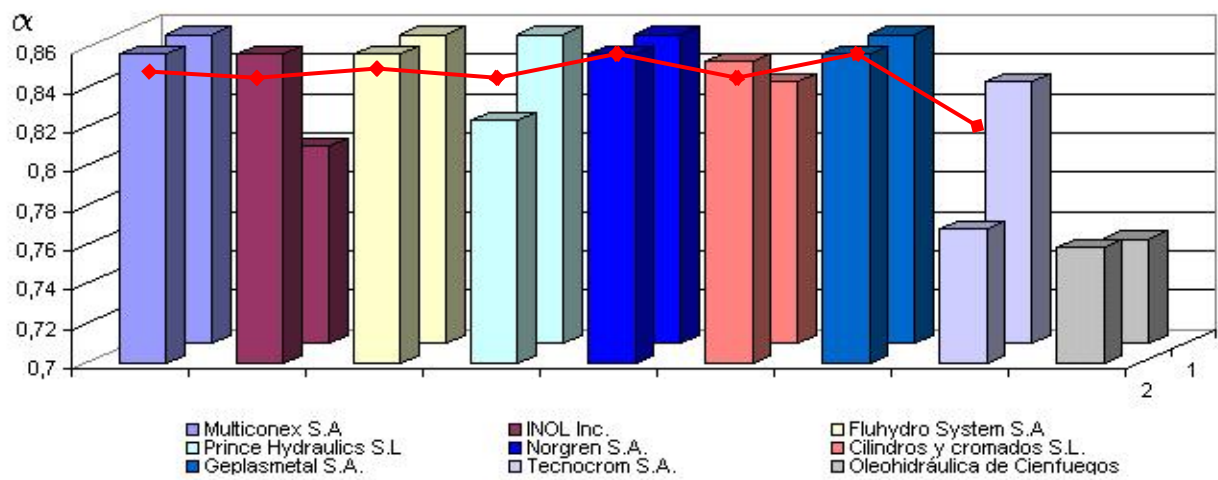
-
115. Rasmussen, K.J.R. and Hancock, G.J., "Design of cold-formed stainless steel tubular beams". In W-W Yu and RA LaBoube, editors, Recent Developments in cold-formed steel design and construction, 11th International Specialty Conference on cold-formed steel structures. Pages 587-610. 1992.
 116. Rasmussen, K.J.R. and Hancock, G.J. "Design of Cold-Formed Stainless Steel Tubular Members. II: Beams". Journal of the Structural Engineering. ASCE, Vol. 119, No. 8 Pages 2368- 2386. 1993.
 117. Restrepo, J. Error en la solución de problemas de elasticidad con el método de los elementos finitos Revista Universidad EAFIT, Julio Agosto Septiembre 1998.
 118. Richard C.D. The engineering handbook [computer file]-- CD-ROM version CRC Press, 2000.
 119. Ruiz Leiva, Antonio. Evaluación del empleo del acero de grado 20 en la fabricación de los cuerpos de los cilindros hidráulicos. Trabajo de Diploma. Dr. Rafael Goytisoló Espinosa. Tutor. 1990.
 120. Seshasai K.L. How to evaluate Hydraulic Cylinder capacity. Hydraulics and Pneumatics Annual Fluid Power Design Contest. February 1980.
 121. Shames, I.H. La mecánica de los fluidos. Ed. del Castillo. Madrid. 1970.
 122. Shigley J, Mischke, C. Mechanical Engineering design. Mc Graw Hill. New York. USA 2001.
 123. Shigley J., Mischke C. Mechanical Engineering Design. Mc. Graw Hill. New York. 2001.
 124. Stiopin P.A. Resistencia de Materiales. Moscú: Editorial MIR, 1985.—371 p.
 125. Storz. Hydraulics Systems. Catalog. Tomado de <http://www.eastorz.de/index.html.en>, Enero 12, 2003.
 126. Sullivan, James A. Power, theory and applications. Prentice Hall. New Jersey. 1989.
 127. Tecnocrom S.A. Fabricación de cilindros hidráulicos y neumáticos Normalizados. Catálogo industrial. Tomado de: <http://www.tecnocrom.com.ar/cil-fab-normalizados.htm>, Marzo, 10, 2002
 128. Thompson, W.T. Critical load of columns of varying Cross Section. Journal of applied Mechanics, Vol. 17, June 1950, pp. 132 – 134.
 129. Timoshenko, S.P. and Gere, J.M., Theory of Elastic Stability, 2nd ed., McGraw-Hill, New York, 1961.

-
130. Timoshenko, S.P., History of Strength of Materials, Dover, New York, 1983.
 131. Torres del Toro, Migdalia. Aplicación de las Ecuaciones Diferenciales al Cálculo de la Estabilidad de los Cilindros Hidráulicos Telescópicos. Tesis de Maestría en Matemática Aplicada. Dr. Rafael Goytisoló Espinosa. Tutor. 1999.
 132. TW WEBTEC PL. Product overview. Tomado de <http://www.webtec.co.uk/index1.htm>, October 12, 2002
 133. ULBRICH. Hydraulikzylinder. Katalog. Tomado de <http://www.ulbrich.at/pdf/>, Octubre, 20 2002
 134. Wadler, Richard. Critical axial buckling load on columns with variable cross – section. Design Data, Vol. 19, December, 1961, pp 76 – 78.
 135. Wang, C. M., Xiang, Y., Kitipornchai, S. Buckling of restrained columns with shear deformation and axial shortening, J. Engrg. Mechanics, ASCE 117 (9), 1991.
 136. Wang, C.M., Lam, K.Y, He, X.Q, Chuचेepsakul, S. Large deflections of an end supported beam subjected to a point load, International Journal of Non-Linear Mechanics, 32(1), 63, 1997.
 137. Werner Brockmann. Switched Endposition Damping. University of Lübeck Institute of Computer Engineering Lübeck, Germany. Tomado de: http://www.eunite.org/eunite/events/eunite2003/Special_session_ehealth/Brockmann-SPEED-Pres.pdf, Mayo 15, 2002.
 138. West, H. H, Mafi, M. Eigenvalues for stepped beam-columns on elastic supports, J. Struct. Engrg., ASCE 110 (6), págs. 1305-1320. 1984.
 139. Wilson Ch. Computer Integred Maschine Design. New Jersey: Prentice Hall, 1997.646 p.
 140. Zill, D.G. Ecuaciones diferenciales con aplicaciones. Editorial Iberoamericana. 1993.

Anexo A. Nomograma para el cálculo del espesor mínimo del tubo de la camisa de los cilindros hidráulicos basado en DIN 2413

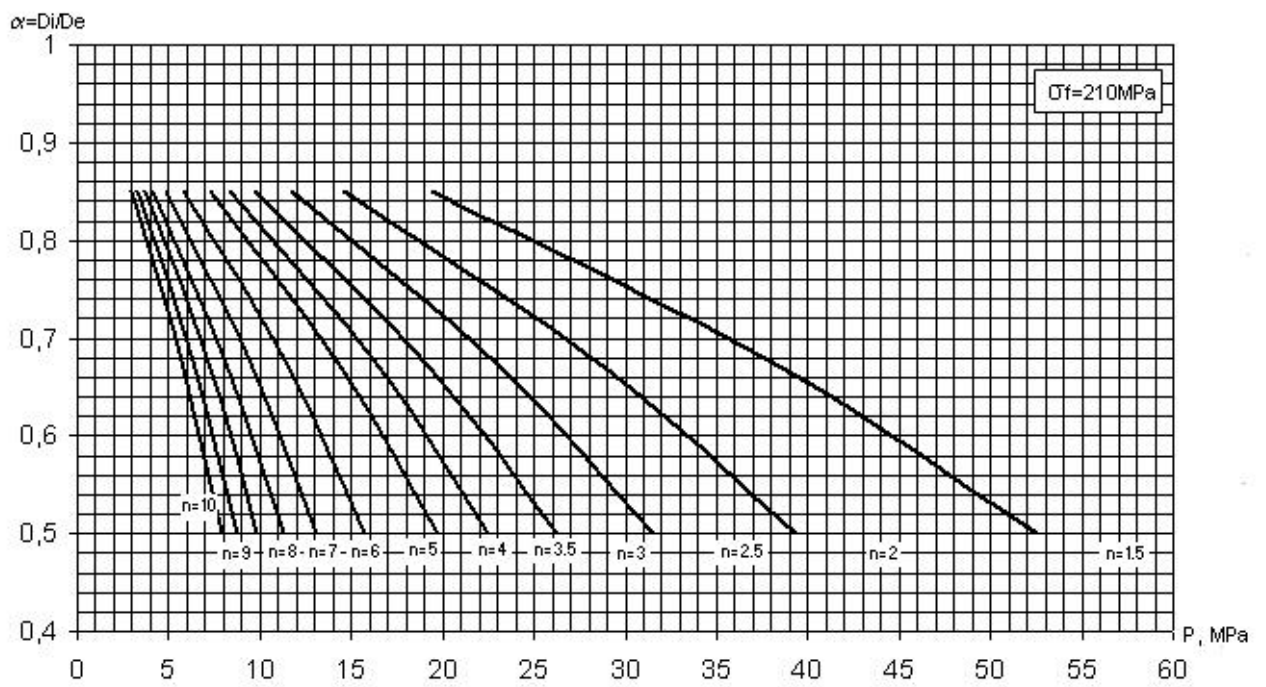


Anexo B. Comportamiento de la relación de los diámetros interior y exterior de la camisa de cilindros hidráulicos producidos por diferentes firmas.

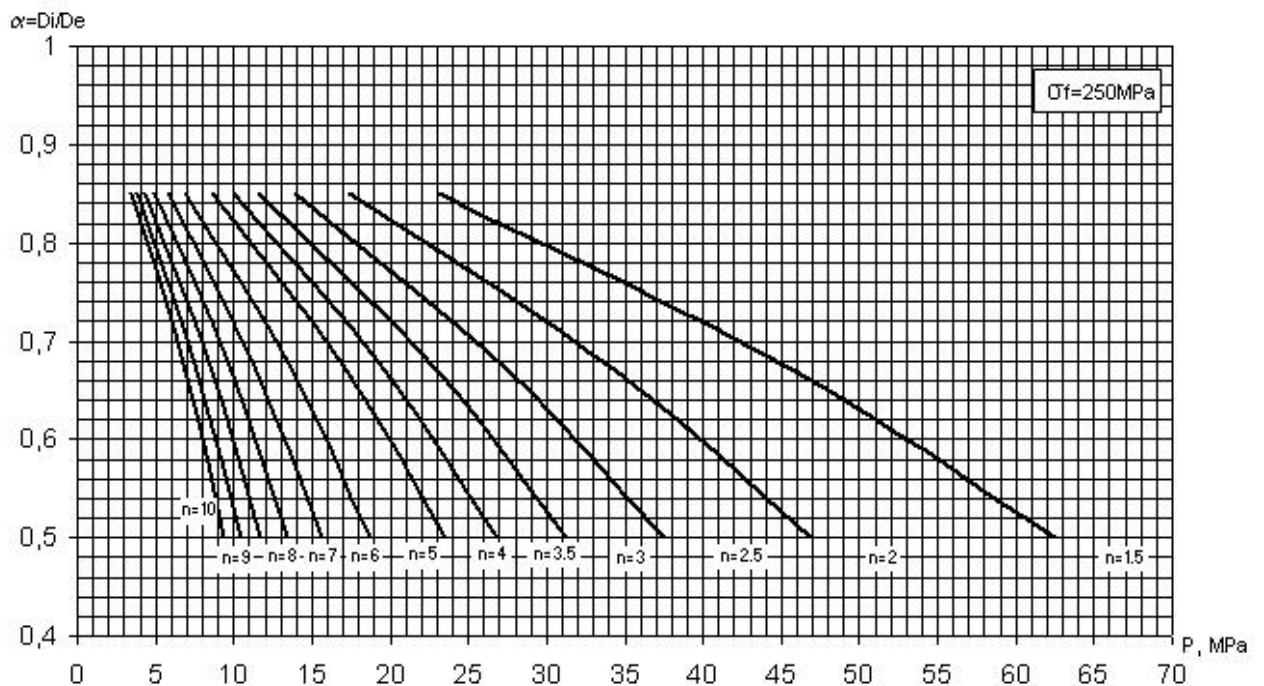


Serie 1 – Cilindros con vástago de 40 mm de diámetro,
 Serie 2 – Cilindros con vástago de 45 mm de diámetro
 — Comportamiento del valor medio de la relación de diámetros de la camisa en cada firma.

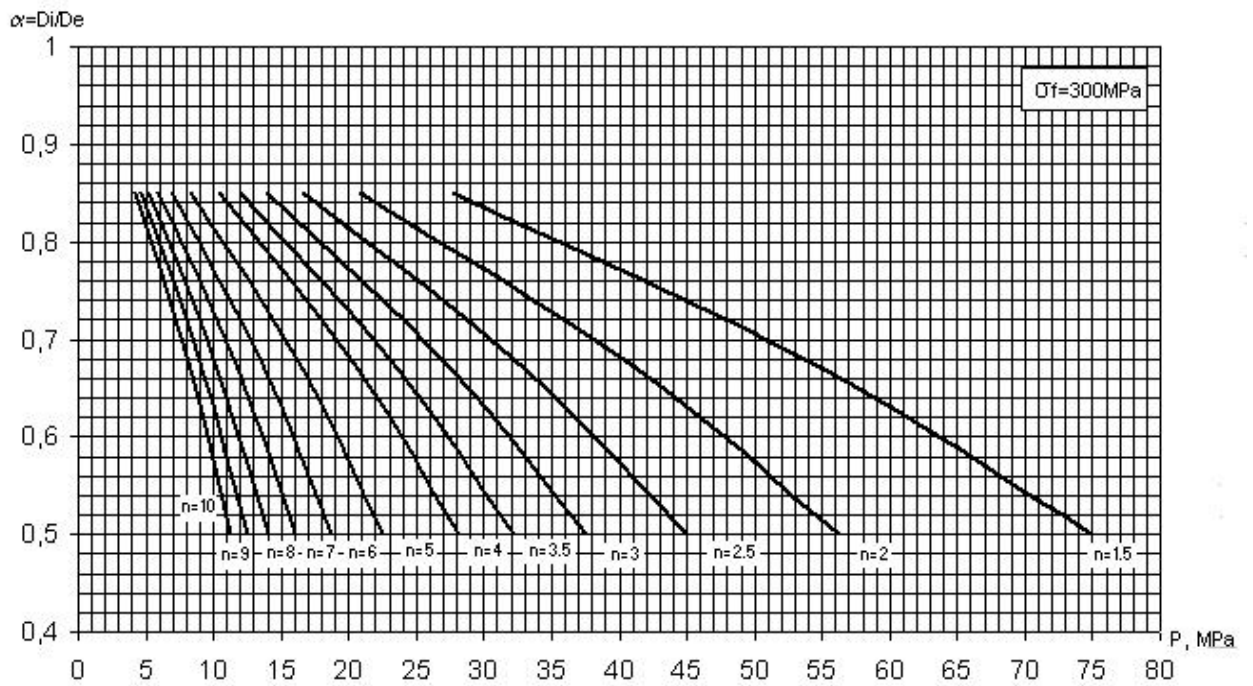
Anexo C. Familia de curvas para la determinación de la relación óptima de los diámetros en dependencia de la presión de trabajo para un acero con límite de fluencia de de 210 MPa.



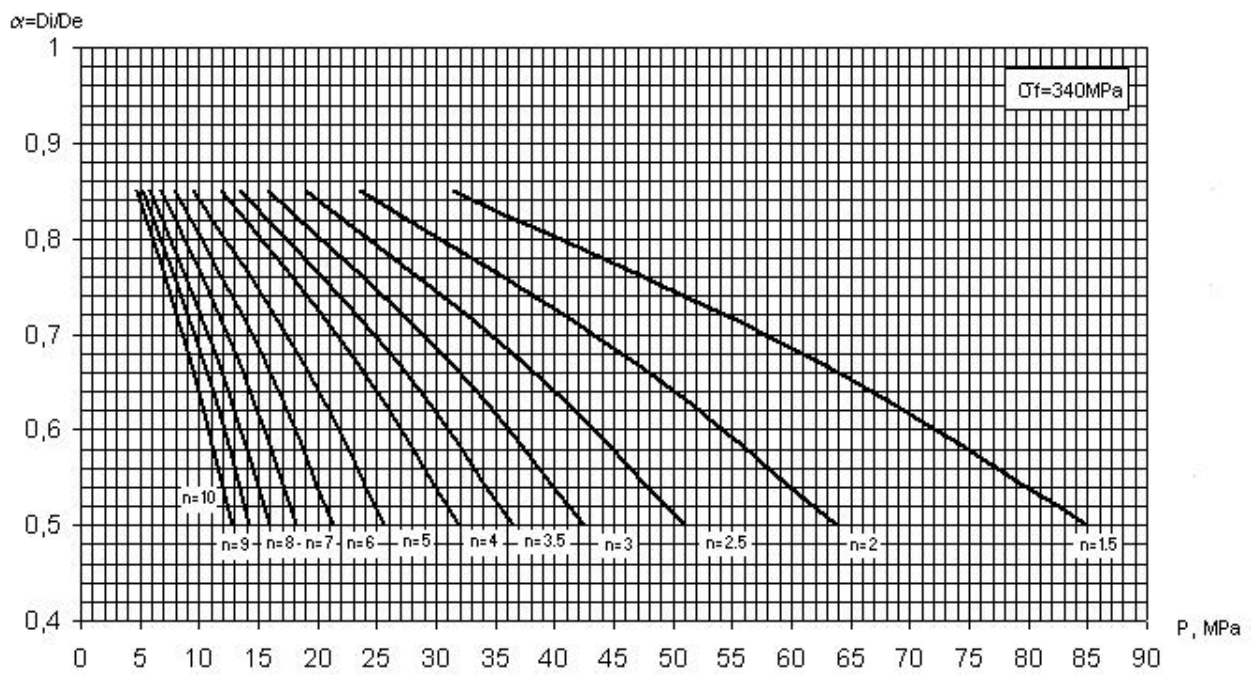
Anexo D. Familia de curvas para la determinación de la relación óptima de los diámetros en dependencia de la presión de trabajo para un acero con límite de fluencia de 250 MPa.

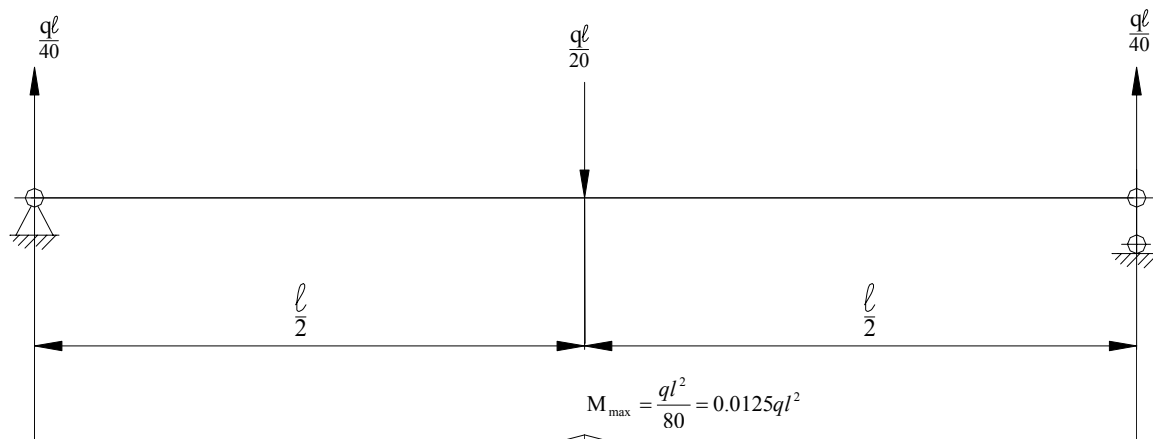
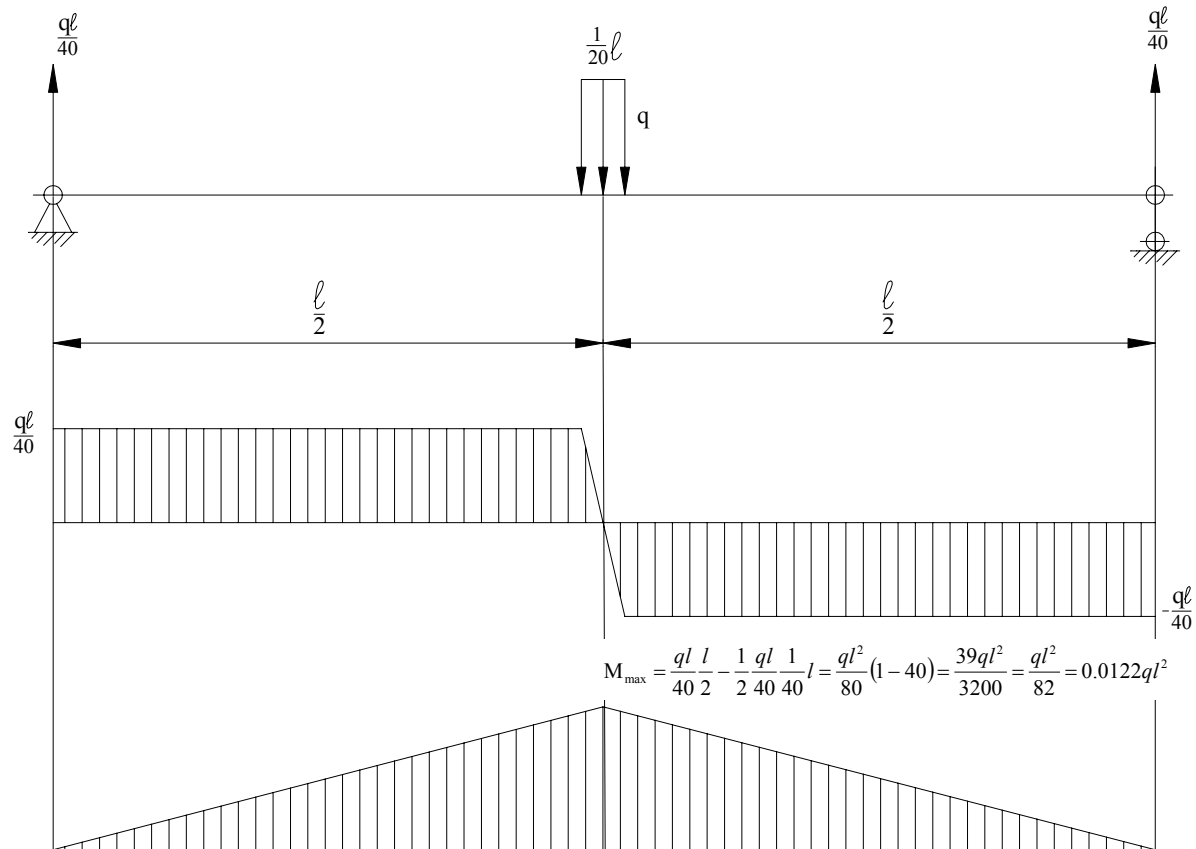


Anexo E. Familia de curvas para la determinación de la relación óptima de los diámetros en dependencia de la presión de trabajo para un acero con límite de fluencia de de 300 MPa.



Anexo F. Familia de curvas para la determinación de la relación óptima de los diámetros en dependencia de la presión de trabajo para un acero con límite de fluencia de de 340 MPa.





ANEXO J . Algoritmo para la aplicación de las metodologías propuestas para el diseño de los sistemas de amortiguación con espiga cilíndrica o cónica en cavidad cilíndric

