

UNIVERSIDAD  
“CARLOS RAFAEL RODRÍGUEZ”  
CIENFUEGOS



LA PREPARACIÓN GEOMÉTRICA DE LOS  
ESTUDIANTES DE LA LICENCIATURA EN  
EDUCACIÓN PRIMARIA

TESIS PRESENTADA EN OPCIÓN AL GRADO CIENTÍFICO DE  
DOCTOR EN CIENCIAS PEDAGÓGICAS

**AUTOR:** Profesor Robert Barcia Martínez

**TUTOR:** Dr. Alberto Valle Lima

## SÍNTESIS

La presente tesis aborda el tratamiento metodológico de la Geometría en la Licenciatura en Educación Primaria. En ella se expone una caracterización histórica de la enseñanza de esta rama de la Matemática en la formación de maestros primarios desde 1857, la que se concluye con una cronología y tendencias de su enseñanza en nuestro país. Uno de los aportes fundamentales está dado en la precisión y fundamentación de principios metodológicos para la enseñanza de la Geometría en la formación de este profesional. Otro de los aportes está dado por el esquema de los pasos que se plantean para la elaboración de un libro con fines didácticos y por el libro de Geometría Plana que se escribió, en el que se materializan los principios metodológicos propuestos. Entre las conclusiones se destaca que estos principios enriquecen la didáctica de la enseñanza de la Matemática en la formación de maestros primarios, que su aplicación y concreción en el libro inciden de manera positiva en la esfera motivacional, en la formación profesional de los alumnos, en el desarrollo de la independencia cognoscitiva y en el nivel científico-metodológico de los conocimientos geométricos.

Palabras clave: geometría, matemática, educación primaria.

## **Dedicatoria**

Se dedica esta tesis a quienes constituyen la fuente principal de inspiración para su realización, quienes han decidido ser fieles seguidores del postulado de nuestro Héroe Nacional de que: “Al venir a la tierra, todo hombre tiene derecho a que se le eduque, y después en pago, el deber de contribuir a la educación de los demás.”<sup>(1)</sup>; a todos los profesores de Matemática que contribuyeron a mi formación en este campo de las ciencias; a mi familia, en especial a la memoria de mis padres, a mis hijos y a quien, durante todos estos años de dedicación al magisterio, ha sido mi inseparable compañera en el trabajo y en el hogar: a mi esposa.

(1) Educación Popular. Obras Completas. Tomo 19. Página 375

## Agradecimientos

Resulta muy difícil enumerar a cada una de las personas que contribuyeron a que esta tesis germinara, a todos muchísimas gracias. Pero no estaría conforme, en lo personal, si al menos no declaro de manera explícita mis agradecimientos de la manera colectiva a:

- Los técnicos del Museo de la Educación de La Habana y de las bibliotecas que me brindaron sus servicios, en especial a las de la biblioteca del I.S.P. “Conrado Benítez” de Cienfuegos.
- Los profesores de Matemática de los I.S.P. del país que tan amablemente me dieron sus valiosos criterios y opiniones, específicamente a los del I.S.P. “Félix Varela” y del I.S.P. Enrique J. Varona”, así como a los integrantes de la Cátedra Dulce María Escalona de este último.
- Los profesores de Matemática y Pedagogía jubilados que me nutrieron de sus ricas experiencias en el magisterio.
- Los miembros de los centros de estudios del I.S.P. “Conrado Benítez” y de la Universidad “Carlos Rafael Rodríguez” de Cienfuegos por los asesoramientos que en cada momento me dieron.
- Mis oponentes en la predefensa por sus profundas y oportunas reflexiones y por sus muestras de profesionalismo.
  
- Todos los especialistas de nuestra lengua materna por las correcciones que me hicieron en la redacción de la tesis.
- Todos mis compañeros de trabajo, en particular a los profesores de la Disciplina de Matemática del Departamento de Primaria.

No obstante, siento la necesidad de explicitar mis agradecimientos de manera individual a:

- Mi tutor, por todo el tiempo que me dedicó y el asesoramiento técnico que me brindó, así como la confianza que depositó en mí.

- Mis hijos, quienes han estado al tanto de cada etapa de la investigación, en especial, a mi hijo por sus asesoramientos en el orden computacional.
- Mi esposa, por su paciencia; comprensión y apoyo tanto en el trabajo como en el hogar, sin la que no me hubiera sido posible acometer esta investigación.

## INDICE

INTRODUCCIÓN.....	1
<b>CAPÍTULO I LA ENSEÑANZA DE LA GEOMETRÍA EN LA FORMACIÓN DE MAESTROS PRIMARIOS.....</b>	<b>10</b>
1.1.- Breve reseña histórica de la enseñanza de la Geometría en la escuela primaria en Cuba .....	10
1.2.- Caracterización del curso actual de Geometría de la escuela primaria en Cuba .....	13
1.3.- Tendencias sobre la enseñanza de la Geometría en el nivel primario en otros países.....	16
1.4.- La enseñanza de la Geometría en la formación de maestros primarios en Cuba.....	18
1.4.1- Período Colonial.....	18
1.4.2- Período Neocolonial.....	20
1.4.3.- Período de la Revolución en el Poder.....	24
I.- Antes del perfeccionamiento del sistema educacional.....	25
II.- A partir del perfeccionamiento del sistema educacional .....	27
III.- En el Plan C de la Licenciatura en Educación Primaria .....	32
1.4.7. Tendencias de la enseñanza de la Geometría en la formación de maestros primarios en Cuba.....	35
1.4.8. Cronología de la enseñanza de la Geometría en la formación de maestros primarios.....	35
1.5. Conclusiones .....	37
<b>CAPÍTULO II PROPUESTA Y FUNDAMENTACIÓN DE PRINCIPIOS METODOLÓGICOS PARA EL TRATAMIENTO DE LOS CONTENIDOS GEOMÉTRICOS EN LA FORMACIÓN DE UN LICENCIADO EN EDUCACIÓN PRIMARIA.....</b>	<b>38</b>
2.1. Sobre el concepto de principio .....	38
2.2 Propuesta y fundamentación de principios metodológicos para el tratamiento de los contenidos geométricos en la Licenciatura en Educación Primaria.....	40
I.- Principio de la historicidad de la Geometría como ciencia .....	41
II.- Principio de la vinculación del contenido geométrico con la metodología de la enseñanza de la Geometría .....	44
III.- Principio de la relación entre la intuición y el rigor .....	54
IV.- Principio de la vinculación de la enseñanza de la Geometría con otras ramas de la Matemática .....	58
V.- Principio de la vinculación del contenido geométrico con la elaboración de medios de enseñanza para el ejercicio de la profesión .....	60
2.3. Carácter sistémico de los principios propuestos. ....	64
2.4 Valoraciones de la aplicación de los principios propuestos.....	66
2.5.-Conclusiones .....	68
<b>CAPÍTULO III FUNDAMENTACIÓN DE LA PROPUESTA DE UN LIBRO DE GEOMETRÍA PLANA PARA LA FORMACIÓN DE UN LICENCIADO EN EDUCACIÓN PRIMARIA .....</b>	<b>71</b>
3.1.-Consideraciones teóricas acerca de la literatura docente.....	71
3.1.1.- Funciones de la literatura docente.....	74
3.2. Criterios de profesores y alumnos sobre la necesidad y requerimientos de un libro de Geometría Plana para la formación de un Licenciado en Educación Primaria .....	75
3.3. Pasos metodológicos que se siguieron para la elaboración del libro propuesto.....	77
3.4.- Estructuración del libro propuesto .....	81
3.4.1-Conceptión de los componentes textuales .....	82
A.- Contenido fundamental .....	82
B.- Contenido complementario.....	90
C.- Aclaradores textuales.....	90
3.4.2. Concepción de los componentes no textuales.....	92
D.- Aparato organizativo de la asimilación .....	92
E.- Materiales ilustrativos o ilustraciones gráficas .....	95
F.- Aparato que orienta.....	97
3.5.-Valoraciones sobre la propuesta del libro de Geometría.....	100
3.6.-Conclusiones .....	101
CONCLUSIONES.....	103
RECOMENDACIONES .....	104
BIBLIOGRAFIA .....	105
ANEXOS	

## INTRODUCCIÓN

La política educacional de la Revolución Cubana en cuanto al nivel y preparación científica que ha de tener el personal docente ha estado definida muy claramente desde el programa del Moncada, contenido en “La historia me absolverá.”, cuando en este se plantea:

“Debe concedérseles además a los maestros (...) cursos especiales en el país o en el extranjero, poniéndose al día en los últimos conocimientos pedagógicos y mejorando constantemente sus programas y sistemas.” (6,65)

Esta prioridad también se ha reflejado en los distintos congresos del Partido Comunista de Cuba, por ejemplo, en las tesis del Primer Congreso se expresa:

“Una de las tareas más importantes del Sistema Nacional de Educación es la de formar y superar al personal encargado de la función docente educativa.” (4; 395)

Por otra parte se ha puesto de manifiesto la necesidad de enriquecer nuestras propias experiencias pedagógicas sobre bases científicas. Al respecto, en las Tesis y Resoluciones del Primer Congreso del Partido Comunista de Cuba se dice:

“El Ministerio de Educación a través del Plan de Perfeccionamiento del Sistema debe sustentar la naturaleza científica del trabajo docente- educativo(...)sobre la base del desarrollo de las experiencias pedagógicas cubanas...” (4,388)

El desarrollo acelerado de la ciencia y la tecnología reclama, día tras día, de la vitalidad del magisterio; del empeño de preparar al alumno para la vida; del cultivo de valores; de situarlos ante problemas que puedan ser solucionados por la vía del razonamiento y la creatividad. Pero para lograr la preparación de este hombre del futuro es necesario que el maestro profundice cada vez más en el proceso pedagógico, que tenga un mayor dominio de las Ciencias Pedagógicas, que explote los recursos de que dispone para elevar la eficiencia de este proceso y en particular que sea un estudioso de la metodología de la asignatura que imparte.

El Perfeccionamiento Continuo del Sistema Nacional de Educación cubano exige, obviamente, la superación del personal docente en las diferentes metodologías. A partir del curso 1992-1993, el Ministerio de Educación, como consecuencia de las exigencias planteadas en el IV Congreso del Partido, precisó las direcciones principales del trabajo educacional, entre las que se encuentra:

- Priorizar y elevar la eficiencia de la preparación en Matemática, lo que exige:
  - a) El dominio de los contenidos y las diferentes alternativas metodológicas por los maestros y profesores de esta asignatura.

- b) El desarrollo de una enseñanza que asegure la motivación e interés del alumno por la asignatura que le exija una intensa y constante utilización del conocimiento y la demostración de un avance progresivo.

Esta dirección de trabajo cobra una doble significación en las Facultades Pedagógicas, pues en primer lugar, estas instituciones deben garantizar la superación y preparación de sus profesores y en segundo, tienen la responsabilidad de egresar maestros y profesores capaces de contribuir a elevar la eficiencia de la preparación de los alumnos de la enseñanza general.

El significado de la matemática y su enseñanza está dado por su propio desarrollo histórico. Los conocimientos matemáticos surgen de necesidades prácticas del hombre, mediante un largo proceso de abstracción y son aplicados luego, para resolver otras situaciones prácticas.

Al respecto Federico Engels en su obra Anti-Dühring plantea:

“El hecho de que esta materia se nos presente bajo una forma sumamente abstracta, sólo superficialmente puede encubrir el hecho de que su origen es el mundo exterior.” (2,52)

El carácter práctico de la Matemática hace que su enseñanza sea importante, pues es aplicada en distintas esferas de la vida, desde la más sencilla hasta la que exige un mayor dominio de conocimientos matemáticos. Por otro lado, los métodos lógicos de razonamiento propios de la Matemática atribuyen a su enseñanza, especial significación por la contribución que estos hacen al desarrollo intelectual y formación multilateral de la personalidad.

El autor alemán Werner Jungk (75) y el cubano Sergio Ballester (104) plantean que las tareas de la enseñanza de la Matemática son:

- Preparar a los jóvenes para la vida laboral y social.
- Contribuir al desarrollo del pensamiento y de las capacidades intelectuales de los alumnos.
- Contribuir a la reafirmación de sentimientos patrióticos, hábitos de disciplina, valores morales, normas de conducta y convicciones.

Atendiendo a las tareas planteadas, los autores anteriores destacan que los objetivos de la enseñanza de la Matemática se pueden agrupar en:

- Los objetivos en el campo del saber y el poder.
- Los objetivos en el campo del desarrollo intelectual.
- Los objetivos en el campo de la educación ideológica.

---

Esta división de los objetivos en campos es solamente para su estudio, en la práctica no se dan aisladamente, ya que existe una relación dialéctica entre ellos y esta relación, entre lo instructivo y lo educativo, constituye una de las leyes didácticas.

En particular, la Geometría dentro de la enseñanza de la Matemática juega un papel relevante por los aportes significativos que hace en cada uno de los campos citados.

La enseñanza de la Geometría tiene como objetivo general desarrollar el pensamiento espacial del hombre, de modo tal que este pueda hacer una mejor interpretación del espacio físico que le rodea en pos de transformarlo. Pero este pensamiento espacial sólo se puede desarrollar en el espacio físico, poniéndose de manifiesto la vía dialéctica del conocimiento planteada por Lenin.

Según Armando Flórez (59), el pensamiento geométrico espacial es un tipo de pensamiento matemático que consiste en un reflejo generalizado y mediato del espacio físico tridimensional con una fuerte base senso-perceptual y se inicia desde las primeras relaciones del niño con su medio.

Este objetivo general de la enseñanza de la Geometría repercute de manera destacada en el desarrollo de la personalidad y educación ideológica de los alumnos. Su contribución al desarrollo del intelecto ha sido reconocida por especialistas en la enseñanza de la Matemática de diferentes países. (13) (27) (140), así como por distintos psicólogos. (52) (136)

En particular, J. E. Thompson en la introducción de su libro de Geometría plantea:

“...la Geometría desarrolla los métodos para obtener nuevas proposiciones desde un punto de vista científico.

Esta característica hace de la Geometría una Ciencia y un Arte, es decir, es, al mismo tiempo matemática y filosofía. Forma el sistema más perfecto de lógica que se conoce, y para todo espíritu amante de la perfección y la belleza, la Geometría es objeto de constante fascinación.” (140, 3)

Existen profesores e investigadores que se han detenido en el estudio de la comprensión y razonamiento de la Geometría, entre estos se destacan los holandeses Pierre Marie Van Hiele y Dina Van Hiele – Gildof (61) (74), quienes plantearon un modelo de aprendizaje que pretende describir la evolución en el nivel de razonamiento de los alumnos, desde las formas intuitivas iniciales del pensamiento, hasta las deductivas. (Anexo 1) Por otra parte Hoffer (61) ha planteado una tabla en la que aparece la descripción de las habilidades básicas en cada nivel de razonamiento para la comprensión de la Geometría. (Anexo 2)

---

En relación con la inclusión de la Geometría en el currículo, Claudi Alsina, Carme Burgués y Josep M<sup>a</sup>. Fortuny en la presentación del libro “Invitación a la Didáctica de la Geometría” plantean:

“La enseñanza de la Geometría ha de ser un núcleo central en el currículo escolar. Se trata de una disciplina útil, deseable y bella que ofrece tanto resultados interesantes como razonamientos y metodologías de marcado carácter formativo.”  
(13,11)

Por su parte, los españoles A. Martínez y otros (89) plantean las siguientes cuatro razones para la inclusión de la Geometría en la enseñanza obligatoria:

- 1.- Por la presencia de la Geometría en múltiples ámbitos del sistema productivo.
- 2.- Porque contribuye de forma importante al estudio de los elementos de la naturaleza.
- 3.- Porque es un componente esencial de las artes.
- 4.- Porque un conocimiento básico de las formas geométricas es esencial para orientarse reflexivamente en el espacio, para hacer estimaciones y cálculos sobre distancias.

Celia Rizo, en su tesis doctoral referida específicamente a la estructuración del curso de Geometría en la primaria, también reconoce el papel que juega la enseñanza de la Geometría y al respecto plantea:

“ La enseñanza de la Geometría es uno de los aspectos esenciales de la enseñanza de la Matemática en la escuela de educación general, a la cual no se puede renunciar.”  
(126, 93)

La experiencia docente que posee el autor de esta tesis, hace que su criterio acerca de la importancia de la enseñanza de la Geometría coincida con los autores citados; pero esta sólo pone de manifiesto su potencialidad, pues como proceso de enseñanza - aprendizaje al fin, su éxito depende en gran medida de la armonía que exista entre los diferentes componentes de este proceso y, sobre todo, de la preparación geométrica y de la maestría pedagógica del docente.

A pesar de la potencialidad educativa que tiene, la enseñanza de la Geometría presenta insuficiencias en la escuela de educación general de nuestro país. Estas insuficiencias comienzan en la escuela primaria y se ponen de manifiesto en los bajos resultados que se obtienen en las comprobaciones de Geometría que se aplican por las distintas instancias, así

---

como en la aplicación de los ítems del Laboratorio Latinoamericano de Evaluación de la Calidad de la Educación.

Por otra parte, los resultados de investigaciones realizadas (10) (53) (82) (88) (130) en la provincia de Cienfuegos, han revelado una insuficiente preparación de los maestros en los contenidos geométricos. Específicamente, en los trabajos de diploma asesorados por la Lic. Rosa Pretell (10) (53) (88) con el objetivo de conocer las necesidades de superación de los maestros en distintos municipios afloran necesidades de superación en el complejo de materia de Geometría.

Los trabajos de diploma (82) (130) asesorados por el autor de la tesis estuvieron dirigidos a determinar las insuficiencias concretas que presentan los maestros en su preparación geométrica. Para ello se seleccionó respectivamente como muestra 110 maestros (47 licenciados) de 13 escuelas primarias del municipio de Cienfuegos y 17 (10 licenciados) de dos escuelas del municipio de Abreus.

Las principales dificultades detectadas estuvieron dadas en:

- El reconocimiento de figuras geométricas elementales incluidas en otras compuestas.
- El dominio de las características suficientes y necesarias para la elaboración de los conceptos de las figuras geométricas.
- Las habilidades en el uso de los instrumentos de dibujo.
- El dominio de la fundamentación matemática de la estructura del curso de Geometría de la escuela primaria. ( Anexo 3)

También en las respuestas de un cuestionario aplicado a un total de 61 maestros (41 licenciados) en un curso de superación sobre Geometría, impartido en cuatro municipios de esta provincia, los maestros reconocen que presentan dificultades, tanto en el orden del contenido, como en el metodológico, al abordar las temáticas de Geometría. (Anexo 4)

En las investigaciones citadas, así como en el cuestionario aplicado, se pudo constatar que los maestros tienen poca inclinación hacia las clases de Geometría. (Anexos 3 y 4)

Las dificultades anteriores corroboran el siguiente planteamiento que hace Celia Rizo, en su tesis doctoral, al referirse a las insuficiencias de los niños en Geometría:

“... no obstante, queremos dejar por sentado nuestro criterio en cuanto a que estamos convencidos de que un factor determinante en los problemas que existen está dado por la poca preparación en los contenidos geométricos que tienen muchos maestros.” (126, 16)

La preparación geométrica de los maestros en formación está incluida en el programa de la Disciplina Matemática de la Licenciatura en Educación Primaria (120), vigente desde el curso 91-92 con la puesta en práctica del Plan de Estudios C. Esta disciplina persigue preparar a los maestros para poder fundamentar, desde el punto de vista matemático, los contenidos que se trabajen en la escuela primaria, sin embargo, las investigaciones mencionadas ponen de manifiesto que el cumplimiento de los propósitos de esta disciplina presenta insuficiencias, específicamente, en lo relativo a la preparación geométrica.

Al analizar los componentes que conforman la estructuración del programa de la Disciplina Matemática en la formación de maestros primarios se pudo comprobar que las indicaciones metodológicas y de organización de la Disciplina se limitan en lo esencial a orientar por qué libro abordar los distintos conceptos y propiedades geométricas. En cuanto a la estructuración científico- metodológica plantea:

“ No se realiza una construcción axiomática de la Geometría Plana, aunque se recomienda como texto Conceptos básicos de la Geometría 1 y 2 de Horst Müller. En este sentido en la primera actividad se debe dar la idea de las características de un sistema de axiomas(...) Deben ser cuidadosos con el uso de las notaciones, pues no se cuenta con un libro de texto único para el desarrollo de los contenidos.”  
( 120,18)

Teniendo en cuenta la rigurosidad axiomática que se desarrolla en los textos de Müller, resulta contradictorio recomendarlos como bibliografía básica, si no se va a seguir una construcción axiomática y por otra parte, con una actividad inicial no podrá esclarecerse de manera objetiva la esencia de una construcción axiomática; además esta situación carece de sentido si después no se ejemplifica en el desarrollo del programa. Al respecto, Alberto Valle declara en su tesis doctoral (143), referida a la preparación matemática de los estudiantes de la Formación de maestros primarios, que los libros de Müller no son comprendidos por los estudiantes, tanto por su simbología, como por su rigor, por lo que deben ser modificados.

En las referidas indicaciones metodológicas, también se dan orientaciones del empleo de otras bibliografías para abordar determinados contenidos, a continuación se plantean algunas de ellas:

- Se sugiere considerar los conceptos básicos según Starke – Türke.
- El concepto de rectas perpendiculares se podrá tratar como en el libro de texto de Matemática de tercer grado.

- Los conceptos de los pares de ángulos se estudian según el libro de texto Matemática 6 y los teoremas correspondientes por Starke – Türke.
- La clasificación de los cuadriláteros se debe trabajar por el libro de texto Matemática 7.
- Se sugiere que la deducción de las fórmulas para calcular el volumen de los cuerpos geométricos se realice por los textos Matemática 7 y 8.
- Además se orienta como literatura complementaria al libro “Geometría”. Matemática segundo curso de Miyares – Escalona.

Esta diversidad de bibliografías presenta desventajas:

- En el orden científico el contenido no está estructurado con el mismo criterio, por ejemplo, el libro de Starke-Türke, así como los de Müller desarrollan de forma explícita una construcción axiomática de la Geometría Plana, en particular lo hacen tomando el concepto movimiento como concepto primario; sin embargo en la escuela primaria se estructura considerando el concepto congruencia como básico.
- En el orden metodológico, los textos que se orientan de la enseñanza general, como es lógico, no desarrollan los contenidos con el enfoque profesional de un maestro primario. En el caso de los textos de Müller y de Starke- Türke, aunque fueron escritos para aquellas personas que se dedican a la enseñanza de la Matemática, no fueron concebidos teniendo en cuenta las condiciones y necesidades concretas de la formación de un Licenciado en Educación Primaria en Cuba.

Lo analizado hasta aquí permite plantear que existen algunas deficiencias generales en el tratamiento de la Geometría durante la formación de los Licenciados en Educación Primaria, que repercuten en el desempeño de su práctica profesional, de ahí que el **problema científico** de esta investigación es:

***¿Cómo contribuir a que los alumnos de la Licenciatura en Educación Primaria mejoren su preparación relativa a los contenidos geométricos básicos para el ejercicio de la profesión?***

Este problema científico tiene distintas aristas, por lo que teniendo en cuenta las reflexiones realizadas hasta aquí se formulan las siguientes **preguntas científicas** con el propósito de cerrar la amplitud de la investigación:

- ***¿Cómo se ha abordado históricamente la preparación geométrica en la formación de los maestros primarios en Cuba?***

- *¿Qué principios deben regir el tratamiento de los contenidos geométricos en la Licenciatura en Educación Primaria?*
- *¿Cómo se podría elaborar un libro de Geometría Plana para la formación de Licenciados en Educación Primaria?*

Se precisa que el objeto de esta investigación es *el proceso de enseñanza- aprendizaje de la Geometría en la Licenciatura en Educación Primaria* y su campo de acción es *el tratamiento metodológico del contenido geométrico y la literatura docente de Geometría Plana para la formación de Licenciados en Educación Primaria.*

El objetivo de la investigación es:

*Propuesta de principios metodológicos para el tratamiento de los contenidos geométricos en la Licenciatura en Educación Primaria y su materialización en la elaboración de un libro de Geometría Plana para esta carrera.*

Durante el proceso de investigación se desarrollaron las siguientes tareas científicas:

- 1.- Determinar tendencias de la enseñanza de la Geometría en la formación de maestros primarios en Cuba.*
- 2.-Precisar, caracterizar y fundamentar principios metodológicos que deben regir el tratamiento del contenido geométrico en la carrera de Licenciatura en Educación Primaria.*
- 3.-Determinar pasos metodológicos para elaborar un libro de Geometría Plana para la Licenciatura en Educación Primaria.*
- 4.-Elaborar un libro de Geometría Plana en el que se concreten los principios metodológicos propuestos.*

En la ejecución de las tareas científicas de la investigación se utilizaron métodos del nivel teórico y empírico, así como del nivel matemático.

Entre los métodos teóricos se empleó el *análisis histórico - lógico* de la literatura y documentación relacionada con el tratamiento de la Geometría en la formación de maestros primarios desde la etapa colonial en Cuba; el *análisis-síntesis, inducción-deducción y generalización* en el estudio que se realizó de la literatura sobre la construcción axiomática de la Geometría, de los materiales docentes de los diferentes grados de la escuela primaria y de la Disciplina Matemática de la Licenciatura en Educación Primaria, así como del estudio que realizó de artículos relacionados con los fundamentos teóricos y metodológicos de la elaboración de literatura docente.

Del nivel empírico se aplicaron *cuestionarios* a profesores con experiencia en el desarrollo de los temas de Geometría en la Licenciatura de Educación Primaria, con el objetivo de recoger

---

criterios acerca del estado actual de la enseñanza de la Geometría en este nivel, relativos a los contenidos, estructuración axiomática, vía congruencia - movimiento y a la literatura docente con que se cuenta para la enseñanza de la Geometría en esta carrera.

También se aplicó un *cuestionario* a profesores jubilados que laboraron en la formación y/o superación de maestros, para recoger información relativa al tratamiento de la Geometría en planes anteriores y obtener algunos criterios sobre sus experiencias en la enseñanza de la Geometría en la formación de maestros primarios.

Además se han aplicado *cuestionarios de entrada y de salida* a estudiantes de la Facultad de Educación Primaria de Cienfuegos para hacer algunas valoraciones acerca de su motivación por el estudio de la Geometría y el dominio de aspectos generales de una construcción axiomática. También se les aplicó un *cuestionario* para recoger opiniones acerca del libro elaborado, y *entrevistas* a los profesores de dicha facultad que han aplicado los principios y trabajado con el libro propuesto.

Para el procesamiento de la información recogida por medio de los cuestionarios y entrevistas aplicadas, del nivel *matemático estadístico se emplearon métodos descriptivos*, tales como la frecuencia, media, mediana, modo, cálculo porcentual y representación gráfica.

La *novedad científica* de esta tesis está dada en que incursiona, en primer lugar, en la metodología de la enseñanza de la Geometría para la formación del Licenciado en Educación Primaria, con una propuesta de principios metodológicos que deben regir esta enseñanza, y en segundo lugar, valora aspectos teóricos sobre la estructuración de una literatura docente, específicamente presenta un libro de Geometría Plana, elaborado para la Licenciatura en Educación Primaria.

Los *aportes* están en correspondencia con las preguntas científicas realizadas en función del problema de la investigación. *Un aporte teórico es la caracterización histórica que se hace de la enseñanza de la Geometría en la formación de maestros primarios en Cuba, desde la etapa colonial, la que concluye con una cronología y tendencias. En relación con la metodología de la enseñanza de la Geometría en la formación de Licenciados en Educación Primaria se hace un aporte teórico al precisar, caracterizar y fundamentar principios metodológicos que deben regir el tratamiento de los contenidos geométricos. El aporte práctico se materializa en la modelación de los pasos metodológicos para la elaboración de un libro y en la propuesta de uno de Geometría Plana para la Licenciatura en Educación Primaria, en el que se ponen de manifiesto los principios planteados.*

## CAPÍTULO I LA ENSEÑANZA DE LA GEOMETRÍA EN LA FORMACIÓN DE MAESTROS PRIMARIOS

Este capítulo tiene como objetivo analizar los antecedentes en el campo de la investigación y hacer precisiones con respecto a la problemática que aborda la tesis. Para dar cumplimiento a este objetivo se parte primeramente de una caracterización de la enseñanza de la Geometría en la escuela primaria, desde el comienzo del siglo XX, hasta los momentos actuales. También se hace referencia a tendencias de la enseñanza de la Geometría en la escuela primaria en otros países.

Posteriormente se hace un análisis histórico – lógico de la enseñanza de la Geometría en la formación de maestros primarios, desde la segunda mitad del siglo XIX, hasta los momentos actuales. En este análisis se precisan tres aspectos fundamentalmente: contenido, orientaciones metodológicas y la literatura docente. Se concluye con una cronología y tendencias de la enseñanza de la Geometría en la formación de maestros primarios en Cuba.

### 1.1.- Breve reseña histórica de la enseñanza de la Geometría en la escuela primaria en Cuba

Desde el comienzo del siglo XIX existen pedagogos cubanos que reconocen la importancia de la enseñanza de la Geometría. Entre ellos se encuentra Alfredo Aguayo, quien en su libro de Pedagogía de 1924 (9) expone algunos criterios en relación con la enseñanza de la Geometría. Este pedagogo considera que la Geometría es la ciencia de las abstracciones que el entendimiento hace respecto a las formas y que estas abstracciones se obtienen de observar y palpar los objetos que rodean a los hombres. Reconoce que estas formas son infinitas, pero que la Geometría Elemental sólo estudia algunas de ellas.

En relación con los fines del estudio de la Geometría elemental, Aguayo destaca dos, uno práctico o utilitario y uno cultural. En el primero contempla los problemas de medición de líneas, superficies, y sólidos; y se lleva a cabo en correlación con la aritmética y el dibujo. El segundo, que también denomina disciplinario, plantea que está dado por la lógica de la Geometría, es decir por tratarse de una disciplina de hábitos de exactitud, claridad y orden.

Aguayo considera que la Geometría se adapta bien a los intereses infantiles, siempre y cuando se ofrezcan al niño sus aplicaciones prácticas y da algunas indicaciones para su tratamiento en los primeros grados. Entre estas indicaciones están:

- La enseñanza de la Geometría en los primeros grados debe reducirse a un conocimiento de las figuras geométricas y de sus nombres, con un estudio de algunos

hechos elementales y de sus aplicaciones sencillas y fáciles a las necesidades de la vida diaria.

- Las lecciones deben unirse fuertemente a los intereses y valores del niño. El dibujo geométrico es un auxiliar muy eficaz de esta enseñanza, que debe hacerse de una manera heurística, utilizando la intuición y la inferencia, de acuerdo con el desarrollo de la mente infantil.
- Desde el cuarto grado de la escuela primaria, el estudio de la Geometría debe hacerse, como en los grados inferiores, en estrecha relación con el dibujo y la aritmética. Con un poquito de trabajo, el maestro puede construir modelos de figuras y de sólidos hechos de cartón o cartulina. Las propiedades más importantes de las líneas y figuras se estudiarán por procedimientos heurísticos; y en cuanto a los volúmenes, es fácil descubrir la fórmula para calcularlos, llenando de arena fina los modelos en hueco que haya preparado el instructor. El niño debe llegar al conocimiento de las verdades geométricas por medio de mediciones, dibujos, construcciones y superposiciones de figuras; nunca por demostraciones lógicas y solamente en el último grado puede llegarse a la demostración de las proposiciones más sencillas ( semejanza de figuras, teoremas de Pitágoras, etc.)

Dulce M. Escalona (56) destaca, igualmente, que en la enseñanza primaria elemental la Geometría tiene carácter informal y se llega al dominio de ciertas propiedades geométricas a través de la inducción basada en la observación, se hacen mediciones y se utiliza ampliamente al modelado y al recortado de figuras. Al respecto expresa:

“ ... esta preparación básica falta casi siempre a los alumnos que ingresan en nuestras escuelas secundarias y que una de las medidas a tomar consiste en garantizar la oportunidad de adquirir el entrenamiento indispensable para iniciar con éxito el estudio de la Geometría Deductiva.”(56, 189)

Por su parte, Gloria Ruiz en su libro “ Como enseñar aritmética en la escuela primaria.” (129), en 1965, da orientaciones metodológicas para el tratamiento de la Geometría:

- El aprendizaje de las nociones geométricas en la escuela primaria se desarrolla íntimamente relacionado con el aprendizaje de las medidas.
- Las nociones geométricas se adquieren en los primeros grados de modo informal, sin entrar en sus definiciones.

- El aprendizaje de las nociones geométricas, como el de todo asunto matemático, requiere un ascenso gradual de lo concreto a lo abstracto. Este ascenso debe realizarse pasando por etapas:
  - una etapa inicial de objetivación absoluta
  - por etapas de representaciones objetivas cada vez más estilizadas
  - por etapas de representaciones pictóricas
  - por la etapa final que conduce a la meta, a la abstracción pura
- El aprendizaje ha de ser siempre intuitivo; con observaciones y actividades diversas los alumnos irán elaborando las nociones geométricas.
- No basta la intuición que se produce cuando mostramos los cuerpos, es necesario que los cuerpos se pongan en las manos de los niños, que los observe manipulándolos, que construyan figuras, que las palpen y que las utilicen.
- En cuanto a los materiales, han de ser abundantes en número y en calidad. No basta un prisma, un cono, una figura, es necesario que haya varios de distinto tamaño y color.

Celia Rizo en su artículo (127) sobre la historia de la enseñanza de la Geometría en los niveles medio y elemental en Cuba, hace una caracterización de esta enseñanza a partir de los primeros años de la República. A continuación se hace una síntesis de esa caracterización en la escuela primaria: .

**Primera etapa:** 1901- 1914

No se estudia propiamente Geometría, sino que desde primer grado se trataban muchos conocimientos geométricos de manera informal dentro de los programas de Dibujo y Trabajo Manual. No obstante, es en esta etapa donde más conocimientos se dan en la primaria antes del Triunfo de la Revolución.

**Segunda etapa:** 1914-1926

Son eliminados los conocimientos geométricos, que se daban mediante el Trabajo Manual, y se limitaron a darlos en Dibujo a partir de cuarto grado. Se reducía a distinguir figuras y cuerpos y trazarlos con los instrumentos usuales.

**Tercera etapa:** 1926 – 1961

Se introduce por primera vez el estudio de los contenidos geométricos dentro del programa de Aritmética, a partir de sexto grado y desde quinto dentro del dibujo.

**Cuarta etapa:** 1961 – 1967

Se incluye en los programas de Matemática, desde preescolar hasta sexto grado. Los programas no respondían a las reformas que se estaban produciendo en el mundo y estaban

concebidos a partir de un estudio intuitivo de la geometría euclidiana, desprovisto de rigor y dirigidos, fundamentalmente, al reconocimiento y las primeras ideas de mediciones y las unidades de medidas.

**Quinta etapa:** 1968 – 1987

Se implantan los programas adaptados de la RDA. Por primera vez en la primaria el curso de Geometría se estructura sobre bases científicas. Estaba dirigido hacia un sistema de axiomas que se obtuvo del sistema de Hilbert, sustituyendo el grupo de axiomas de congruencias por uno de movimientos. La estructuración anterior no se emplea directamente como modelo en la escuela, pues no se considera asequible para los alumnos. Aunque el curso de Geometría está basado en los movimientos, este no se considera como concepto primario.

Esta caracterización realizada por Celia Rizo sólo llega hasta 1987, pero a partir de este año hasta los momentos actuales se puede considerar una nueva etapa. Esta **sexta etapa** (1987-...), se distingue por la elaboración de programas, orientaciones metodológicas y libros de textos teniendo en cuenta la realidad cubana, así como las características del personal docente y de los alumnos.

*En resumen, la enseñanza de elementos geométricos en la escuela primaria en Cuba estuvo incluida, principalmente durante la primera mitad del siglo XIX en los programas de Dibujo y sólo en la primera década del siglo la asignatura Geometría se impartió en todos los grados de la primaria. Tanto el pedagogo A. M. Aguayo, **Dulce M. Escalona como Gloria Ruiz** reconocen el papel de la intuición en la enseñanza de la Geometría en la escuela primaria, resaltando que el niño debe llegar al conocimiento de verdades geométricas por medio de mediciones, dibujos, construcciones y superposiciones de figuras. En los primeros años de la Revolución se impartía Geometría como parte del programa de Matemática, aunque tenía un carácter muy intuitivo, su estructuración no tenía una fundamentación matemática y no es hasta 1967 con la implantación de los programas de Matemática de la R.D.A., que la estructuración de la Geometría se realizó sobre bases científicas, con ciertas simplificaciones por razones didácticas.*

## **1.2.- Caracterización del curso actual de Geometría de la escuela primaria en Cuba**

En la enseñanza de la Geometría del primer ciclo, los niños se familiarizan con los primeros conceptos geométricos, sus relaciones y algunas propiedades, sobre la base de un carácter totalmente propedéutico, práctico, intuitivo y perceptual.

Este carácter conlleva a que el alumno desarrolle actividades prácticas de modo que observe, dibuje, manipule, modele, recorte, componga, descomponga las figuras y cuerpos y a partir de estas actividades experimentales, pueda percibir adecuadamente sus formas y reconocerlas, tanto en el medio, como en modelos o en situaciones más complejas.

Los objetivos esenciales de la enseñanza de la Geometría en este ciclo son:

- Aprender a reconocer, representar y describir las figuras geométricas fundamentales según sus características.
- Desarrollar habilidades en la obtención de figuras por calcado, recorte, composición y descomposición a partir de modelos y como abstracciones de objetos del medio, así como representarlas a partir de descripciones verbales o de representaciones sobre un plano.
- Aprender a reconocer y describir las relaciones elementales entre las figuras geométricas sobre una base intuitiva operativa, sin el empleo de ningún tipo de formalización matemática.
- Desarrollar habilidades en el trazado de rectas y segmentos, paralelos y perpendiculares con ayuda de regla y cartabón, así como en el manejo del compás para trazar circunferencia y aplicar estas habilidades en la construcción de figuras planas.

En general, la enseñanza de la Geometría, en este ciclo, persigue el desarrollo paulatino en los alumnos del pensamiento espacial, la capacidad de observar, una expresión oral y escrita que les permita describir y argumentar sus opiniones, el pensamiento lógico, las cualidades en el orden estético y la capacidad de análisis-síntesis que les permita ver figuras y cuerpos como un todo.

En el segundo ciclo de la escuela primaria, la enseñanza de la Geometría tiene entre sus propósitos continuar el desarrollo de las habilidades y capacidades iniciadas en los primeros grados. Específicamente, en quinto grado, la enseñanza de la Geometría constituye una etapa de tránsito, entre la intuitiva del primer ciclo y la Geometría de sexto grado, que combina la geometría intuitiva y la deductiva, creando las condiciones para la geometría deductiva, que se trabaja con mayor peso a partir de séptimo grado.

Los objetivos generales de la enseñanza de la Geometría del segundo ciclo son:

- Sistematizar los conocimientos sobre figuras elementales del plano y sus propiedades esenciales; en especial, el estudio detallado de los triángulos.

- Aprender el concepto de movimiento como una correspondencia especial entre los puntos del plano.
- Comprender y poder reproducir las demostraciones de los teoremas esenciales y resolver en forma independiente ejercicios y problemas de reconocimiento, cálculo, construcción y demostraciones sencillas.
- Poseer habilidades en la realización de construcciones geométricas.

En el anexo 6 aparece un cuadro en el que se enumeran los conceptos geométricos tanto de objetos como de relaciones y operaciones que deben haber adquirido los alumnos al concluir la enseñanza primaria y en el siguiente cuadro se hace, específicamente, un resumen de los conceptos de los objetos geométricos fundamentales que los alumnos deben dominar.

<p><b>FIGURAS GEOMÉTRICAS ELEMENTALES.</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• PUNTO</li> <li>• RECTA</li> <li>• PLANO</li> <li>• SEGMENTO</li> <li>• SEMIRRECTA</li> <li>• SEMIPLANO</li> <li>• ÁNGULO</li> <li>• MEDIATRIZ</li> <li>• BISECTRIZ</li> </ul>	<p><b>FIGURAS PLANAS</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• POLÍGONO                             <ul style="list-style-type: none"> <li>- TRIÁNGULO</li> <li>- TRAPECIO</li> <li>- PARALELOGRAMO</li> <li>- RECTÁNGULO</li> <li>- CUADRADO</li> <li>- ROMBO</li> </ul> </li> <li>• CIRCUNFERENCIA Y CÍRCULO.</li> </ul>	<p><b>CUERPOS GEOMÉTRICOS</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• PRISMA                             <ul style="list-style-type: none"> <li>- ORTOEDRO</li> <li>- CUBO</li> </ul> </li> <li>• PIRÁMIDE</li> <li>• CILINDRO</li> <li>• ESFERA</li> <li>• CONO</li> </ul>
---	---	--

La fundamentación matemática de este curso está dada por un sistema de axiomas elaborado por Celia Rizo. (Anexo 5) Este sistema no es puro, en el sentido de que los conceptos de congruencia y longitud aparecen mezclados, lo que se argumenta por la necesidad del carácter intuitivo de la enseñanza de la Geometría en los primeros grados.

Esta fundamentación del curso de Geometría no se presenta explícitamente a los alumnos por razones didácticas; pues como es lógico su nivel de madurez no les permite la comprensión de esta estructuración; criterio que coincide con los distintos niveles de razonamiento para la comprensión de la Geometría, planteada por los profesores Van Hiele. (Anexo 1) No obstante, el contenido de los axiomas sí es abordado de manera natural en la primaria, sin el empleo del término “axioma” y específicamente en sexto grado se habla de ciertas propiedades fundamentales a partir de las cuales se pueden enunciar otras y demostrar

teoremas, y se hace alusión a los cinco postulados de Euclides, como cinco propiedades que constituyen el cimiento del edificio geométrico construido por él.

*En resumen, actualmente la enseñanza de la Geometría se mantiene en todos los grados de la escuela primaria y tiene una fundamentación matemática basada en un sistema de axiomas. En el primer ciclo tiene un carácter intuitivo- operativo y en el segundo, va adquiriendo un carácter deductivo.*

### **1.3.- Tendencias sobre la enseñanza de la Geometría en el nivel primario en otros países**

José J Arrieta de la Universidad de Oviedo en una conferencia impartida en la Universidad de Cienfuegos en el curso 1997-1998, hizo referencia a que en los recientes ICME (Congreso Internacional de Matemática Educativa) se han realizado las siguientes reflexiones con respecto a la enseñanza de la Matemática:

- A cada etapa le corresponde su rigor.
- Apoyo continuo en lo concreto, en la realidad.
- Atender a la historia y respetarla.
- Extenderla como un saber hacer mediante de la resolución de problemas.
- Destacar la importancia de la inducción y el empirismo.

En relación con la enseñanza de la Geometría se plantea recuperar el pensamiento geométrico y la intuición espacial.

Efectivamente, con la llegada de la denominada Matemática Moderna, la Geometría que tradicionalmente había sido estudiada detenidamente en la escuela primaria pasó a un segundo plano, de modo que los pocos temas geométricos que se abordaban aparecían en los últimos capítulos, por lo que muchas veces no se brindaba la atención necesaria.

En nuestros días la Geometría está recobrando el puesto que merece en la enseñanza obligatoria, siendo esta una de las temáticas sobre la que más han escrito, en el campo pedagógico, los profesores de Matemática en el mundo.

En países como España y Colombia se aboga por una clase de Geometría en la que los alumnos interactúen como un grupo, aportando toda su creatividad y razonando cada nueva situación que se les presente. En la literatura consultada de ambos países (13) (14) (27) (61) se toma como premisa para el pleno desarrollo del conocimiento geométrico la relación del niño, desde que nace, con las diferentes formas y el espacio que le rodea. Al respecto, Claudi Alsina, Carmen Burgués y Josep María Fortuny, plantean:

“... Desde la más temprana infancia se experimenta directamente con las formas de los objetos, ya sean juguetes o utensilios cotidianos y familiares... Este conocimiento del espacio ambiental que se apropia directamente, primero sin razonamiento lógico, es lo que constituye la intuición geométrica. La primera invitación a la Geometría se realiza así, por medio de la intuición”. (13,14)

Estos autores españoles destacan la incidencia del entorno, en su sentido más amplio, en los estudios geométricos y critican que en la enseñanza, a menudo, se confunde el entorno con el aula; la realidad con la pizarra. Enfatizan en que la interacción entre Ciencia, Técnica y Geometría proporcionan un marco de referencia básico para enfocar el proceso de la educación geométrica y que las situaciones de aprendizaje de la Geometría se ven fuertemente motivadas cuando se parte de las referencias de los fenómenos científicos y tecnológicos. Además, consideran de enorme interés didáctico plantearse el uso del entorno artístico en la enseñanza de la Geometría elemental y en general valoran de muy importante la actividad espacial en el entorno natural pues plantean que esta constituye el soporte adecuado del proceso de conceptualización espacial ya que propicia el conocimiento operacional de las nociones espaciales y permite estructurar las operaciones mentales que dan lugar a la representación espacial.

Específicamente María Antonia Canals expresa:

“Esta idea de la Geometría aprendida intuitivamente a partir de la vida cotidiana, y reforzada en algunos aspectos por las prácticas escolares adecuadas, será en las líneas que siguen como un punto de partida y desearía que fuese también como un telón de fondo que vuelve a aparecer de vez en cuando.” (27, 32)

María A. Canals insiste en partir de objetos de la vida cotidiana, de que el niño descubra las propiedades de las figuras y cuerpos geométricos en su entorno inmediato, en objetos grandes y pequeños y que así es como se adquiere un verdadero *conocimiento geométrico*. Considera que mostrando modelos de figuras o cuerpos elaborados con fines didácticos puede ser un primer conocimiento, pero que no pasa de ser un conocimiento sensorial, si no se logra implicar el pensamiento lógico matemático del niño.

*En resumen, la tendencia actual de la enseñanza de la Geometría en edades tempranas, en otros países, es que tenga un carácter intuitivo, y que el entorno, la naturaleza, el medio que rodea al niño sea el gran manantial para la obtención de los primeros conocimientos*

*geométricos y que además el niño tenga una participación activa en esta obtención, ocupando el papel de redescubridor de las distintas relaciones y propiedades geométricas.*

#### **1.4.- La enseñanza de la Geometría en la formación de maestros primarios en Cuba**

En cuanto a la historia de la enseñanza de la Geometría en la formación de maestros primarios no se conoce ninguna investigación precedente, específicamente en este epígrafe se hace un análisis histórico – lógico de la enseñanza de la Geometría en la formación de maestros primarios desde la segunda mitad del siglo XIX. Para la ejecución de este análisis se realizó una amplia revisión bibliográfica y se aplicó un cuestionario a profesores de distintos planes de formación de maestros primarios que han existido en Cuba.

Para este análisis histórico-lógico se consideraron tres períodos:

- (1511-1898) Período Colonial
- (1899-1958) Período Neocolonial (Ocupación Militar hasta el Triunfo de la Revolución)
- (1959- ... ) Período de la Revolución en el Poder.

##### **1.4.1- Período Colonial**

Desde esta etapa colonial comienza la preocupación por la formación de maestros. José de la Luz y Caballero en 1833 ya luchaba por renovar la enseñanza para lo cual reconocía que era necesario contar con buenos maestros y que estos no podían improvisarse. Luz crea un proyecto para formar maestros, pero este no llega a materializarse por razones de la formación socioeconómica existente en el país.

En el año 1842, el Gobierno Español dicta el Plan de Instrucción Pública para la Isla de Cuba y a partir de este momento el Estado Español se hizo cargo de la instrucción pública. Esta ley establece la titulación de los maestros como una necesidad, por lo que propone la creación de una Escuela Normal; pero no es hasta 1857, bajo el Gobierno del General José Gutiérrez de la Concha que se crea la primera Escuela Normal de Maestros. Se funda en Guanabacoa, dirigida por los Padres Escolapios y en ella se preparan maestros para la enseñanza elemental y superior con una duración de dos años. Los estudios priorizados son los referidos a la religión y en lo científico, el Plan se limita a nociones sobre las ciencias. Esta Escuela Normal funciona sólo hasta el inicio de la Guerra de los Diez Años, 1868.

Durante el funcionamiento de esta Escuela Normal tiene lugar el establecimiento de un plan para la Isla de Cuba, que fue aprobado como Real Decreto el 25 de agosto de 1863. (121)

En dicho decreto se establece (sección primera, título III, capítulo III, artículo 136) que para aspirar al título de maestro de primera enseñanza, además de haber estudiado como mínimo dos años en la Escuela Normal se requiere cursar distintas asignaturas entre las que se encuentran: Nociones de Geometría, Dibujo Lineal y Agrimensura, con una duración de un curso. En el artículo 137 se plantea que esta asignatura se impartiría con una frecuencia de tres lecciones por semana y el 138, que los alumnos la podrían estudiar en el orden que juzguen a condición de que la Aritmética la precediera.

En el artículo 140 del mismo título y capítulo se exige para los aspirantes al título de maestros de escuela superior, aprobar un curso de Geometría y Dibujo lineal con dos lecciones semanales, además del planteado en el artículo 136.

En 1872 funciona la Escuela Preparatoria para Maestros, creada por la Real Sociedad Económica de Amigos del País, escuela que sirve para organizar el antiguo sistema de habilitar maestros elementales. Al terminar la Guerra de los Diez Años, el estado de la escuela continúa siendo deplorable.

En 1880 se promulga un nuevo Plan de Instrucción Pública en la que se planteaba que los maestros tienen que ser nombrados por el Gobierno o por sus delegados y para ejercer en las escuelas públicas era necesario poseer el título de maestro normalista. En 1890 la Reina Regente María Cristina firma un decreto creando las Escuelas Normales de que se hablaba en el Plan de 1880, pero no es hasta 1892 que se abren en La Habana, una para varones y otra para señoritas.

Emma Pérez en su libro "Historia de la Pedagogía en Cuba" (115) plantea que el artículo 19 del Reglamento de estas escuelas establece como objeto de estudio, Dibujo como una asignatura para los maestros y el artículo 20 exige Geometría y Dibujo aplicado como asignatura para las maestras. Pero no fue posible encontrar información específica en relación con los contenidos de estas asignaturas.

Los profesores de estas escuelas son españoles y los directores son traídos expresamente de España para ejercer esta función, política que pone de manifiesto los sentimientos de odio y mala voluntad hacia los cubanos y que somete la educación en Cuba en un gran atraso. En 1895, al comenzar la guerra de independencia las Escuelas Normales contaban con muy pocos alumnos y en los últimos años de la guerra estas son cerradas, lo que obedece a la política colonial de no dejar en pie en la Isla escuela de ninguna clase, por considerar que atentan contra los intereses de España y son formadoras de mambises.

*En resumen, de la documentación consultada correspondiente a este período de la educación en Cuba, específicamente a partir de 1857, se tiene que:*

- *El dominio de contenidos geométricos aparecía como una exigencia para ejercer la profesión de maestros primarios, según lo planteado en el Real Decreto del 25 de agosto de 1863, aunque en ninguno de los documentos encontrados aparecen cuáles son esos contenidos.*
- *Se exigía que los maestros tuvieran habilidades de dibujo.*
- *No se halló bibliografía sobre Geometría, específicamente para la formación de maestros primarios, ni orientaciones en el orden metodológico para impartirla.*

#### ***1.4.2- Período Neocolonial***

Al producirse, el primero de enero de 1899, de manera oficial el traspaso de la autoridad colonial española al ejército de ocupación militar, el país se encuentra en condiciones muy precarias. Como consecuencia de la guerra de 1895 y de la política asumida por los españoles, específicamente, en el campo de la instrucción no existe un verdadero sistema educacional. Los norteamericanos se aprovechan de estas circunstancias para dictar órdenes militares como instrumentos de penetración en la conciencia nacional, con el fin de crear un ambiente favorable y lograr así sus propósitos iniciales de anexión.

El número de aulas y de escuelas que surgen con la nueva organización escolar, implantada por los norteamericanos, trae consigo la necesidad de muchos maestros para cubrir las aulas y con este propósito los intervencionistas establecen tres vías para la formación de maestros: por medio de exámenes, cursos en los Estados Unidos y cursos en las Escuelas Normales de Verano.

El 16 de mayo de 1900, el Gobierno Militar de Ocupación emite la orden militar no. 199, en la que se da a conocer el proyecto de la excursión científica y pedagógica a los Estados Unidos. Este proyecto consiste en cursos en la Universidad de Harvard, y las autoridades de ocupación persiguen con él conformar y controlar la gran masa de maestros de enseñanza elemental para contar con un contingente de personas preparadas capaces de fundir las supuestas ventajas del sistema de vida norteamericano. En relación con la preparación geométrica que se recibe en estos cursos no se halló información alguna.

Con la Orden Militar No. 368, publicada en la Gaceta Oficial el 1 de agosto de 1900, los intervencionistas establecen la preparación de los maestros por medio de exámenes. Los

primeros exámenes se realizan en febrero de 1901 y reciben el nombre de exámenes de certificado. De acuerdo con la calificación que se obtuviese se le otorgaba respectivamente el certificado de primer, segundo o tercer grado.

Entre las materias a examinar se encuentra Dibujo. En la Guía para los Exámenes de Maestros Cubanos de primero, segundo y tercer grados de 1904, en cuya elaboración tienen participación patricios como Enrique José Varona, Manuel Sanguily, Alfredo M. Aguayo y otros bajo la dirección Carlos de la Torre, aparece el programa oficial de Dibujo acordado por la junta de superintendentes de escuelas públicas de Cuba, el 25 de noviembre de 1903. (86)

En el referido programa aparecen las siguientes temáticas: líneas, ángulos, figuras rectilíneas, cuadriláteros, polígonos regulares, reducción y ampliación de figuras, circunferencia y círculo, circunferencias concéntricas, polígonos inscritos y circunscriptos, dibujos de objetos, diseño de hojas y de animales. Como se observa, las primeras temáticas abordan elementos geométricos necesarios para el dibujo, objetivo final de este programa. Dentro del programa de Dibujo se incluyen algunos conocimientos geométricos. Esta concepción coincide con la caracterización que realiza Celia Rizo en su artículo sobre la historia de la enseñanza de la Geometría en los niveles medio y elemental en Cuba. (127)

Mediante la orden no 29, el 4 de febrero de 1902 se constituyen las Escuelas Normales de Verano. En estos cursos de verano se desarrollan conferencias por especialistas estadounidenses y algunas de ellas se dedican al tratamiento del Dibujo, aunque no se pudo conocer qué contenidos se abordaban.

En 1915 se comienza a organizar nuevamente la formación regular de maestros primarios, creándose las primeras Escuelas Normales de la República Neocolonial. Al respecto la Secretaría de Instrucción Pública y Bellas Artes aprueba el 16 de marzo de ese año la ley relativa a la creación de estas escuelas y su reglamento.

En esta ley del 16 de marzo se plantea en la página 27 que los alumnos recibirían la asignatura Geometría en el segundo y tercer años de la carrera. (Anexo 7)

Posteriormente en el Reglamento para las Escuelas Normales de la República (122) publicado en 1927, en las páginas 46 y 47 se plantea una nueva distribución para las disciplinas correspondientes a la formación matemática y en ella se concibe la Geometría Elemental en el tercer año con una frecuencia de tres horas. (Anexo 8)

Como se puede observar se reducen las horas dedicadas a la Geometría, al igual que a la Aritmética y al Álgebra y se aumentan las horas de Metodología.

Los objetivos y los contenidos de las distintas asignaturas no aparecen en estos dos últimos documentos y según se conoce por otras investigaciones, en aquel entonces no se exigía un programa único para todas las Escuelas Normales.

En 1929 se inicia, en Cuba, el plan de estudios para las Escuelas Normales, regido por el Decreto Número 1,153 de la República, en el que se plantea como quinta indicación general:

“... en la enseñanza de las matemáticas, debe intensificarse la resolución de problemas aritméticos y la realización de figuras geométricas para la objetivación de esta materia, todo lo que sea posible.” (133, 38)

Según ese decreto, el plan de estudios de las escuelas normales tiene una duración de cuatro años. En ese plan se conciben tres asignaturas de Geometría y seis de Dibujo, distribuidos en ambos casos durante los primeros tres años; y aparece en cuarto año, Metodología de la enseñanza de la Geometría. (Anexo 9)

En dicho decreto aparecen los contenidos correspondientes a los cursos de Geometría de cada año. (Anexo 10) En primer año se comienza con definiciones de líneas y se termina con un estudio amplio sobre los polígonos. Para el desarrollo de este primer curso no se exige demostración geométrica alguna, sólo aquellas que el maestro considere indispensables, pues este curso se considera preparatorio para otro en el que reinarán las demostraciones. Caracterizado por la objetivación de las distintas propiedades de las figuras geométricas y se precisa que tiene por finalidad única el dominio del lenguaje geométrico, por considerar el uso del vocabulario geométrico tan escaso en la generalidad de los alumnos y cuyo desconocimiento es el principal escollo para la enseñanza de la Geometría. También se orienta ejercitar a los alumnos en los llamados problemas de construcción, como un de los asuntos más interesantes de los cursos de Geometría, y que prepara a los alumnos para comprender después la relación del Algebra con la Geometría.

El segundo año se inicia con el estudio de la circunferencia y se dedica el resto del programa al estudio de los cuerpos. En esta oportunidad se señala hacer algunas demostraciones con la salvedad de que se hagan objetivas primeramente. También se sugiere hacer diariamente ejercicios de evocación con los conocimientos dados en el curso y en el anterior.

En el tercer año se continúa el estudio de los cuerpos geométricos, específicamente los redondos y termina con las secciones cónicas. Para el desarrollo de este curso se mantiene la misma indicación con respecto a la objetivación antes de las demostraciones geométricas, además se exige hacer muchos ejercicios de generalización y de evocación. También se aclara que no se deben dar fórmulas si no son aplicadas.

En este mismo decreto se orienta utilizar el libro “Elementos de Geometría”, de G. M. Bruño.(25) Se pudo consultar una edición de dicho libro, de 1921, que seguido del título se plantea: “ Para la Enseñanza Superior y Escuelas Preparatorias”. En la revisión de este libro se comprobó que desarrolla los contenidos en correspondencia con los que se proponen en los cursos de Geometría del plan de estudios establecido en el Decreto de 1929 y tiene al final ejercicios para cada temática, pero no presenta ejercicios resueltos.

En el archivo provincial de Cienfuegos se consultó la Tesis de Grado de Pedro Soto del Camino (134) sobre la organización de las Escuelas Normales para maestros en Cienfuegos en 1958. En el Capítulo IV referido a la estructura de la enseñanza aparece una planilla de notas en la que se refleja que en primer año se daba Dibujo; en segundo, Dibujo lineal y natural y en tercero; Geometría, Dibujo y Modelado. También en los horarios del curso 1957-1958, aparece en primer año Geometría y Dibujo con 3 y 2 frecuencias semanales respectivamente; en segundo, Dibujo con 2 frecuencias semanales y en tercero Geometría y Dibujo, ambas con 2 horas semanales. Aunque no se encontró durante el proceso de esta investigación otro Decreto después del de 1929 que reglamentara las asignaturas del plan de estudios en las Escuelas Normales para Maestros, se considera, según se observa en la tesis del Doctor Soto, que la enseñanza de la Geometría se mantuvo en los planes de estudio, así como la de Dibujo. Con la aplicación de cuestionarios a profesores que impartieron clases de Matemática en la formación y/o superación de maestros primarios (Anexo 11) se conoció que se utilizaban los libros siguientes de Geometría:

Geometría. Segundo curso de Miyares – Escalona (107), Geometría de Fiterre(58) y el de Paz Sordía (113)

El libro del segundo curso de Matemática de estos autores se dedica a iniciar el estudio de la Geometría, por lo que tienen un primer capítulo referido a generalidades entre los que se encuentran los conceptos: axiomas, teorema y demostración. Además se dan indicaciones heurísticas para la realización de las demostraciones. Aunque en cada caso se plantea un grupo de axiomas, se considera que no se pone de manifiesto con claridad el papel de los axiomas en la construcción de la Geometría. Por ejemplo, en el libro de Miyares – Escalona se plantea como postulado la proposición: " Por cada punto pasan infinita rectas." , la que puede ser demostrada a partir del postulado de la determinación única de una recta dados dos puntos diferentes.

En cuanto a las construcciones geométricas, Fiterre las aborda de manera explícita al final de cada capítulo en correspondencia con la figura trabajada, por su parte Miyares – Escalona sólo

plantea ejercicios sin una explicación previa. Al finalizar cada capítulo se plantean ejercicios y se dan las respuestas de algunos de ellos.

*En resumen, en este período se tiene que:*

- *Al inicio, los contenidos geométricos están incluidos en los programas de Dibujo, pero a partir de la Ley de 1915 se considera la Geometría como una asignatura independiente al Dibujo y específicamente en el Decreto de 1929 se establecen los contenidos geométricos a desarrollar en cada curso.*
- *En el Decreto de 1929 aparecen orientaciones en el orden metodológico, en la que se plantea la objetivación de los conceptos y propiedades como aspecto primordial al desarrollar los contenidos, aunque aparecen algunas demostraciones.*
- *Se precisa por primera vez, una bibliografía como libro de texto, aunque además por cuestionarios aplicadas a profesores que impartieron clases en la formación y/o superación de maestros primarios durante las décadas del 50 y 60 se conoció del empleo de otros libros de texto.*

#### ***1.4.3.- Período de la Revolución en el Poder***

Al iniciarse este período el primero de enero de 1959, la Revolución se tiene que enfrentar al estado crítico de la educación existente en el país: 10 000 maestros con títulos sin trabajo; 550 000 niños de seis a catorce años, aproximadamente el 50% del total, que no asisten a la escuela y, como consecuencia, un alto porcentaje de analfabetos. Luego en los primeros años de la Revolución los esfuerzos están encaminados a eliminar el analfabetismo y a garantizar la masividad de los servicios educacionales.

Ya en los inicios de la década del 70 la situación era otra. Específicamente en el acto de clausura del II Congreso de la Unión de Jóvenes Comunistas, en abril del 1972, el Comandante en Jefe destaca la necesidad de revolucionar hasta los cimientos los conceptos de educación. Se abre una nueva fase en el desarrollo educacional cubano dirigida al perfeccionamiento como resultado de la experiencia acumulada y como necesidad de las exigencias del desarrollo social y en 1975 se comienza a aplicar el Plan de Perfeccionamiento del Sistema Educativo cubano.

Luego se pueden distinguir dos grandes etapas en este período, una antes y otra a partir del Plan de Perfeccionamiento.

*I.- Antes del perfeccionamiento del sistema educacional*

Al triunfar la Revolución, se comienza una preparación de maestros emergentes, creándose en 1960 la brigada de Maestros voluntarios “ Frank País ” en la montaña y “ Delfín San Cedré ” en el llano. En 1961 se clausuran las Escuelas Normales y se crean las escuelas para Maestros Primarios (plan masivo Minas de Frío - Topes de Collantes – Tarará), con un plan de cinco años.

Durante este plan, que culmina en 1968, se imparte Matemática según los programas de la enseñanza general. Por el cuestionario aplicado a profesores (Anexo 8) que trabajaron en este plan, se conoce que los contenidos geométricos se imparten en segundo año, y para ello se utiliza como libro de texto los tomos de Matemática de la colección “Lecciones para todos” (81) que son elaborados para la enseñanza secundaria básica. En el tomo II aparecen varias lecciones relativas a la Geometría, que a continuación se relacionan:

Lección 10: Líneas poligonales y polígonos.

Lección 11: Estudio del triángulo. Clasificación. Construcciones de triángulos conocidos sus lados.

Lección 12: Cuadriláteros. Clasificación. Construcciones.

Lección 13: Área del rectángulo, el cuadrado. El paralelogramo general, el rombo, el triángulo, el trapecio.

En 1968 se crean las Escuelas Formadoras de Maestros Primarios, una en cada provincia, con un sexto grado como nivel de ingreso. En este plan se imparte Matemática en los primeros cuatro años y después en los primeros tres, de los cinco de la carrera. Desde 1968 hasta el curso 1972 - 1973 se utilizan los programas, libros textos y orientaciones metodológicas de Matemática de la enseñanza secundaria. Alberto Valle en su tesis doctoral (143), referida a la preparación matemática de los estudiantes en la formación de maestros primarios, hace referencia a algunas de las deficiencias de la concepción de estos programas:

- La enseñanza de la Geometría estaba desprovista de un desarrollo paulatino de las capacidades de demostrar y definir.
- No existía una metodología de carácter científico para la enseñanza de la asignatura.

En el curso siguiente, 73-74, se comienza a aplicar un nuevo programa de Matemática (46) (47) (48) (49) para esta carrera. Los objetivos y el contenido de este programa responden, por primera vez, al perfil del maestro primario que se formaba con un ingreso de sexto grado.

En el programa se plantean los objetivos generales por semestre y los específicos por unidad, los correspondientes a la Geometría son:

*PRIMER AÑO. SEGUNDO SEMESTRE*

- Que identifiquen, diferencien y diseñen correctamente figuras geométricas, así como que se familiaricen con las relaciones entre ellas.
- Que utilicen correctamente los instrumentos de trabajo en Geometría (regla, cartabones, compás y semicírculo).
- Introducir experimentalmente (intuitiva) los primeros conceptos sobre los movimientos en el plano, así como sus propiedades.

*SEGUNDO AÑO. PRIMER SEMESTRE*

- Continuar desarrollando habilidades en el trazado y construcciones en Geometría, con limpieza y precisión.
- Introducir como generalización de las propiedades comunes a las traslaciones, reflexiones y simetrías axiales, el concepto de Movimiento.
- Que apliquen correctamente la congruencia de triángulos en la resolución de ejercicios.
- Introducir algunas figuras geométricas planas: triángulo, rombo, cuadrado, paralelogramo, polígono, etc., así como, algunas de sus propiedades fundamentales.

En total, en los tres primeros años de la carrera se dedican 190 horas a la enseñanza de la Geometría, lo que representa un 41,6 % de las 456 horas de la asignatura Matemática en estos años. (Anexo 12)

Para este nuevo programa se editan tres tomos de Matemática de los autores Yamil Alonso, Rolando Forneiro y Ernesto Fernández, los que son destinados como libros de textos durante los dos primeros años de la carrera. En el tomo 2 (11) aparece el Capítulo 4: Conceptos geométricos fundamentales, en el que se abordan puntos, rectas, traslaciones, rotaciones y simetría axial; y también tiene un Capítulo 5: Medición y unidades. En él se tratan las unidades de magnitud y el cálculo de perímetros, áreas y volúmenes. Estos capítulos tienen la finalidad de recordar aspectos elementales de la Geometría y se desarrollan sin hacer referencia a axiomas, ni a teoremas y definiciones.

En el tomo 3 (12) se encuentra el Capítulo 8: Geometría Plana, en este se hace un repaso del Capítulo 4 y se abordan las siguientes temáticas: movimiento y congruencia, triángulos, congruencia de triángulos, cuadriláteros y polígonos, perímetro y área de polígonos.

Con este nuevo programa y los textos elaborados específicamente para la formación de maestros primarios se inicia el estudio de forma sistemática de los conceptos geométricos que se trataban en la escuela primaria.

En el tercer año de la carrera se imparte la Matemática por los libros de la enseñanza general. Teniendo en cuenta el grado de escolaridad de ingreso de los alumnos se considera que el nivel científico de la estructuración del contenido geométrico, según este programa, es adecuado, pero no se le da tratamiento metodológico a situaciones típicas de la Geometría de manera explícita en función de su futura labor profesional.

### *II.- A partir del perfeccionamiento del sistema educacional*

En esta etapa se pueden distinguir *cuatro subetapas*. La *primera* de ellas comienza en el curso 1977-1978, como consecuencia del Plan de Perfeccionamiento de Sistema Educacional, con la formación de maestros primarios con ingreso de noveno grado, nombrándose las antiguas Escuelas Formadoras de Maestros, Escuelas Pedagógicas.

Los programas de Matemática en este nuevo plan tienen dos objetivos fundamentales: uno, garantizar la formación preuniversitaria y el otro, la formación profesional de los estudiantes. El plan de estudio inicial de la asignatura Matemática establece programas únicos para todos los estudiantes de los dos primeros años independientemente de la especialidad que cursaran y a partir de tercero son diferentes. En el programa de Matemática para este plan (50) se conciben los contenidos geométricos a partir de tercer año. (Anexo 13)

En este plan de estudios se contaba con 458 y 600 horas para la asignatura Matemática en el curso básico y en el de la especialidad respectivamente (incluyendo las 270 horas de los dos primeros años en ambos casos). Las horas dedicadas a las temáticas de geometría representan el 26,6% en el caso del curso básico y un 28,6% en el de la especialidad.

Como se puede observar en este plan además de impartir elementos de la Geometría Plana se imparten nociones de Cálculo Vectorial y Geometría Analítica, así como de secciones cónicas.

En relación con el último programa del plan de ingreso con sexto grado existe una disminución del por ciento que representan las horas dedicadas al tratamiento de la Geometría con respecto al total de horas de la asignatura Matemática. Más significativa es esta disminución si se tiene en cuenta que las horas de Geometría que reciben los graduados encaminadas al cumplimiento del objetivo relativo a la formación profesional representan un 13,7%, en el caso del curso básico, y un 16,6%, en el caso de la especialidad.

Por otro lado, la estructura científica de la Geometría Plana en este plan cambia radicalmente con respecto a los planes anteriores, esta se concibe siguiendo una construcción axiomática y se considera el concepto movimiento como primario.

Para la puesta en práctica de este programa de Matemática se elaboraron las orientaciones metodológicas (147) (148). Estas están estructuradas en los siguientes tópicos: sobre el contenido de las unidades, sobre los puntos esenciales de las unidades en relación con la enseñanza de la Matemática en la primaria e indicaciones metodológicas sobre problemas especiales de las unidades.

En el caso específico del tratamiento de la Geometría, estas orientaciones plantean por una parte que:

“El objetivo fundamental de estas unidades, es que los estudiantes reconozcan la construcción de una determinada teoría matemática que refleja la realidad objetiva y surge de ella.” (148, 59)

Y por otra:

“Es de señalar que aquí se presenta una operación exacta de inferencia lógica en la Geometría, ya que no se basa en la intuición, ni en la ilustración.” (148, 60)

Pero en las indicaciones no se dan orientaciones de cómo lograr, con una construcción axiomática rigurosa, que los alumnos reconozcan que esta teoría surge de la realidad objetiva. En el tópico relacionado con la enseñanza de la Geometría en la escuela primaria, se plantea la presencia implícita de los axiomas en los programas de la escuela primaria, pero tampoco explican cómo establecer esta vinculación al desarrollar las unidades temáticas.

Relacionado con el tratamiento de la Geometría en este plan, se comparte con las siguientes dificultades planteadas por Alberto Valle en su tesis doctoral (143), referida a la preparación matemática de los estudiantes en la formación de maestros primarios:

- El tiempo que se dedica al tratamiento de la Geometría Plana no es suficiente, más aún teniendo en cuenta las deficiencias que presentan los alumnos que ingresan en la carrera.
- La Geometría se estudia haciendo énfasis en lo teórico y se descuida el desarrollo de las habilidades y capacidades de construir figuras planas.
- Las orientaciones metodológicas para el tratamiento de la Geometría no son precisas.

En relación con la construcción axiomática de la Geometría Plana, Valle considera que los futuros maestros deben conocer una forma de estructurar axiomáticamente la Geometría Plana, aunque recomienda que el tratamiento de la Geometría no se haga de forma axiomática

y que de considerarse un sistema de axiomas, este debe ser tan simple como el propuesto por Celia Rizo en su tesis doctoral. (Anexo 5)

En cuanto a la bibliografía se orienta utilizar como libro de texto “Conceptos básicos de la Geometría Plana”, tomos 1 y 2 de Horst Müller. (108) (109) En el prólogo del tomo 1 se plantea:

“... está escrito especialmente para aquellas personas que se dedican a la enseñanza de la Matemática (... ) en él se ha desarrollado una construcción axiomática de la Geometría Plana... el estudio de la Geometría en esta forma singularmente exacta exige algún esfuerzo, puesto que no es admisible la utilización de la intuición como medio de la comprobación (...) el propósito de escribir este curso de geometría fue el de que este pudiera utilizarse también para el autoestudio (...) donde la ayuda del profesor fuera la mínima... sin embargo, este material no es el apropiado para comenzar el estudio de la matemática, ya que se necesitan ciertas capacidades para la abstracción y para la comprensión y realización de demostraciones...”

El curso de Geometría Plana Euclidiana que aparece en estos libros de Müller se confecciona tomando en consideración el libro Geometría del profesor doctor Berno Klotzek de Postdam, RDA. Estos libros, aunque se utilizan como textos, no son elaborados para el programa, sino a la inversa, el programa en correspondencia con los libros. El autor de estos textos no tiene presente las características concretas de nuestro sistema educacional, específicamente las de la enseñanza de la Geometría en la escuela primaria cubana. Por otra parte, estos textos se utilizaban también en la Licenciatura en Educación, Especialidad Matemática; por lo que resulta contradictorio que se empleara en la Licenciatura en Educación Primaria, puesto que, si cierto es que en ambos casos se forman Licenciados en Educación; también es evidente que el nivel de profundidad con que deben dominar los contenidos correspondientes no es el mismo.

En la referida tesis doctoral de Alberto Valle, la que tiene como objetivo fundamental perfeccionar la enseñanza de la asignatura Matemática en la formación de maestros primarios, con la propuesta de una nueva estructuración de esta asignatura, se destaca que en el complejo de materia “Geometría” un aspecto esencial es el desarrollo de la representación espacial y plantea que los objetivos de la enseñanza de la Geometría en esta carrera deben ser que los alumnos:

- dominen los conceptos esenciales de la Geometría Plana según el tratamiento que se sigue en la escuela primaria y sepan realizar demostraciones sencillas de proposiciones de la geometría escolar.
- dominen los teoremas fundamentales de la geometría escolar.
- desarrollen habilidades en el manejo de los instrumentos de dibujo, tanto en el papel como en la pizarra.
- dominen los cuerpos geométricos que se estudian en la primaria, así como sepan calcular áreas y volúmenes de estos cuerpos.
- conozcan una forma de estructurar axiomáticamente la geometría plana.

Alberto Valle propone que el contenido de este complejo de materia debiera ser:

- Conceptos preliminares.
- Poligonal y polígonos.
- Movimientos en el plano.
- Relaciones entre ángulos
- Teoremas referidos a ángulos y lados de un triángulo.
- Definición de cuerpos sencillos.
- Cálculo de áreas.
- Cálculo de volúmenes.
- Circunferencia.
- Semejanza.
- Homotecia.
- Posible estructuración axiomática de la Geometría.

La *segunda subetapa* consistió en modificar el programa anterior con un carácter autóctono en el proceder. Las modificaciones que sufrió el programa de Matemática fue consecuencia de la tesis de Alberto Valle citada con anterioridad y entraron en vigor a partir del curso 1987-1988. Según este programa se dedican 80 horas al tratamiento de la Geometría, lo que representa un 19,5% del total de horas dedicadas a la formación matemática y los contenidos geométricos quedaron distribuidos en las siguientes unidades temáticas:

- Conceptos preliminares.
- Poligonal y polígonos.
- Movimientos en el plano.
- Algunos teoremas de la Matemática Escolar.
- Cálculo de cuerpos.

- Semejanza y Homotecia

Estas unidades se imparten en el tercer año de la carrera y el programa (35) correspondiente precisa que la concepción científico – metodológica del contenido geométrico se basa en los aspectos siguientes:

- Después de tratarse los conceptos básicos, se pasa a definir el concepto de segmento y a partir de él se elabora de forma sistemática toda la estructura conceptual, propiedades y relaciones de la Geometría Plana y se introducen algunos conocimientos del espacio tridimensional.
- Los conceptos de congruencia de segmentos y de ángulos se tratan como condición previa para el concepto de movimiento.
- Las construcciones geométricas se incluyen en cada uno de los contenidos a tratar, en la medida de las posibilidades y posteriormente cuando se hayan abordado los medios matemáticos suficientes se procede a realizar la justificación.

En las orientaciones metodológicas de este programa se insiste en que es importante tanto para la formación de la concepción científica y profesional que los alumnos reconozcan que los conceptos geométricos, sus propiedades y las relaciones entre ellos son abstracciones que se obtienen como resultado de las relaciones del hombre con el medio. Por lo que se plantea que la base de sustentación de la elaboración de los conceptos tiene que ser un trabajo intuitivo mediante la observación, manipulación, trazado y la representación de los objetos correspondientes a los conceptos que se elaboren. Esta concepción metodológica coincide con la objetivación que se plantea en el Decreto de 1927 para las Escuelas Normales; y a su vez está en correspondencia con la del carácter de la enseñanza de la Geometría en la escuela primaria.

Además en dicho programa se dan orientaciones para el tratamiento de las situaciones típicas de la Matemática, pero estas están dirigidas a los profesores y no se hace referencia a que se hagan explícitas para los alumnos.

Alberto Valle conjuntamente con Osvaldo Simeón Lafargue asesoró a un grupo de profesores de distintas Escuelas Pedagógicas en la elaboración de un material, con el título “Geometría Elemental. Escuelas Pedagógicas”. (63) Este material se elabora teniendo en cuenta la tesis doctoral de Valle, por tanto tiene en cuenta las condiciones reales de ingreso de los estudiantes y los criterios dados por los profesores en las distintas encuestas aplicadas. El

material estaba concebido en dos partes, una teórica y otra de ejercicios; esta última demoró un poco en llegar a los profesores debido a las dificultades de impresión.

El referido material se considera un paso de avance en cuanto a que es el primer libro de texto de Geometría elaborado en la etapa de perfeccionamiento en función del programa y que tiene en cuenta en cierta medida el perfil del profesional que se forma. Aunque existe cierto acercamiento al perfil de un maestro primario, se considera que el tratamiento de las situaciones típicas de la enseñanza de la Geometría no es lo suficientemente explícito. Por otra parte, en esta literatura no se desarrolla la posible estructuración axiomática de la Geometría Plana, contenido considerado por el propio Valle, en su tesis, que debiera formar parte de este complejo de materia.

La edición de este material tuvo carácter provisional hasta que se publicara el texto con igual nombre y contenido, lo que no llegó a materializarse porque a su vez se iniciaba la Licenciatura en Educación Primaria.

En 1988 con el inicio de la Licenciatura en Educación Primaria, lo que exige un ingreso de duodécimo grado, se comienza la *tercera subetapa* de este período. En esta subetapa el programa de Matemática adopta las características del programa aplicado en la primera subetapa. Esta decisión estuvo determinada teniendo en cuenta el nivel de ingreso.

La Geometría Plana que se imparte según este programa es similar al plan inicial del ingreso con noveno grado, empleándose los mismos libros de textos; es decir, se imparte la Geometría axiomática del autor Horst Müller. (108) (109) Los temas geométricos están ubicados al final de la Disciplina Matemática, en los semestres tres y cuatro de la carrera.

### *III.- En el Plan C de la Licenciatura en Educación Primaria*

En el curso 1991-1992 se inicia la *cuarta subetapa* de la enseñanza de la Geometría en la formación de maestros primarios en el plan de perfeccionamiento con el naciente Plan de Estudios C, el que aún se encuentra vigente y es por ello que se aborda en un subepígrafe aparte.

Con el Plan C se inicia la concepción de la formación matemática de los Licenciados en Educación Primaria como una Disciplina, por lo que aparece por primera vez un programa de la Disciplina Matemática (119). Este programa se concibe con carácter general, en él se precisa: fundamentación de la Disciplina, objetivos generales educativos e instructivos de la Disciplina y los instructivos de cada asignatura, sistema de conocimientos de cada tema, sistema de habilidades de cada asignatura y indicaciones metodológicas y de organización de la Disciplina.

En estas indicaciones metodológicas se plantean orientaciones generales para el desarrollo del programa. Se hace una posible distribución de horas por temas y se dan orientaciones para cada asignatura, pero estas últimas son muy generales ya que los profesores de cada Facultad quedan responsabilizados con la elaboración de los programas de las asignaturas.

Los temas relativos a la Geometría están ubicados en las dos últimas asignaturas de la Disciplina Matemática, específicamente en Matemática III y Matemática IV y los objetivos de estas asignaturas relacionados con el tratamiento de la Geometría son:

#### Matemática III

- Resolver con seguridad y orden ejercicios de cálculo de amplitudes de ángulos y de demostración de congruencia de ángulos y paralelismo de rectas aplicando los conceptos de los pares de ángulos y los teoremas correspondientes.

#### Matemática IV

- Resolver con seguridad y orden ejercicios de cálculo de amplitudes de ángulos y de demostración paralelismo de rectas, de congruencia de ángulo, segmentos y triángulos aplicando conceptos y teoremas sobre ángulos, triángulos y cuadriláteros.
- Resolver con seguridad, orden, limpieza y suficiente precisión ejercicios de construcción de triángulos y de imágenes de puntos y figuras aplicando las construcciones geométricas fundamentales con regla- compás y regla- cartabón, los movimientos del plano y sus propiedades, axiomas y teoremas de la Geometría Plana.
- Resolver con seguridad, orden y la exactitud necesaria ejercicios y problemas de áreas y perímetros de polígonos, longitud de la circunferencia, área del círculo y volúmenes de algunos poliedros y cuerpos en revolución aplicando los conceptos y teoremas correspondientes y el trabajo con magnitudes.

Los contenidos geométricos que se orientan son los que tradicionalmente se han abordado sobre Geometría Plana y cuerpos en la formación de maestros primarios y las horas clases para estos contenidos representan un 42,3 % de las horas dedicadas a la Disciplina y están distribuidos en tres temas. (Anexo 14)

En este plan el programa de la Disciplina Matemática plantea que no se haga una construcción axiomática de la Geometría, sin embargo orienta como literatura básica los libros de Horst Müller que sigue una axiomática rigurosa y además orienta el empleo de libros de Matemática de la enseñanza general. Evidentemente, la bibliografía que se orienta no está elaborada teniendo en cuenta el perfil ocupacional del profesional que se forma: Licenciado en Educación Primaria.

*En resumen, en el período de la Revolución en el Poder, específicamente antes del Plan de Perfeccionamiento se tiene que:*

- *La preparación geométrica de los futuros maestros primarios se sigue contemplando en los planes de estudio. Durante la década de 1960 – 1970 se imparten los contenidos que aparecen orientados en los programas de secundaria básica, por lo que la formación matemática del maestro primario no se ajusta a su perfil ocupacional. Específicamente a partir de 1972 se comienza a realizar ajustes de los objetivos y contenidos geométricos al perfil del maestro primario.*
- *Las orientaciones metodológicas son las correspondientes a las dadas para secundaria básica.*
- *Durante la primera década se emplean los libros de la enseñanza general y en 1973-1974 se comienzan a utilizar los primeros libros textos elaborado para la carrera, aunque las últimas unidades temáticas de Geometría se tienen que impartir por los libros de la enseñanza general.*

*A partir del Plan de Perfeccionamiento se pueden distinguir cuatro subetapas con respecto al nivel de escolaridad para el ingreso de la carrera: dos con noveno grado y las otras dos, con duodécimo. En esta etapa se tiene que:*

- *Se sigue concibiendo la preparación geométrica de los futuros maestros primarios, aunque en el plan de ingreso de noveno grado existe una disminución del por ciento de horas dedicadas a esta preparación con respecto al plan de sexto grado*
- *Se han considerado las tendencias opuestas: construcción axiomática y construcción no axiomática.*
- *En los programas no se dan orientaciones metodológicas precisas para desarrollar los temas.*
- *La bibliografía empleada no ha sido elaborada específicamente para la enseñanza de la Geometría en la formación de maestros primarios, aunque como consecuencia de modificaciones realizadas al plan de noveno grado se confeccionó un material con este fin, pero en él no se abordan de manera explícita aspectos metodológicos relacionados con el perfil del maestro primario. En el caso del plan con ingreso de duodécimo grado se emplean los textos de Müller que desarrollan una axiomática rigurosa.*

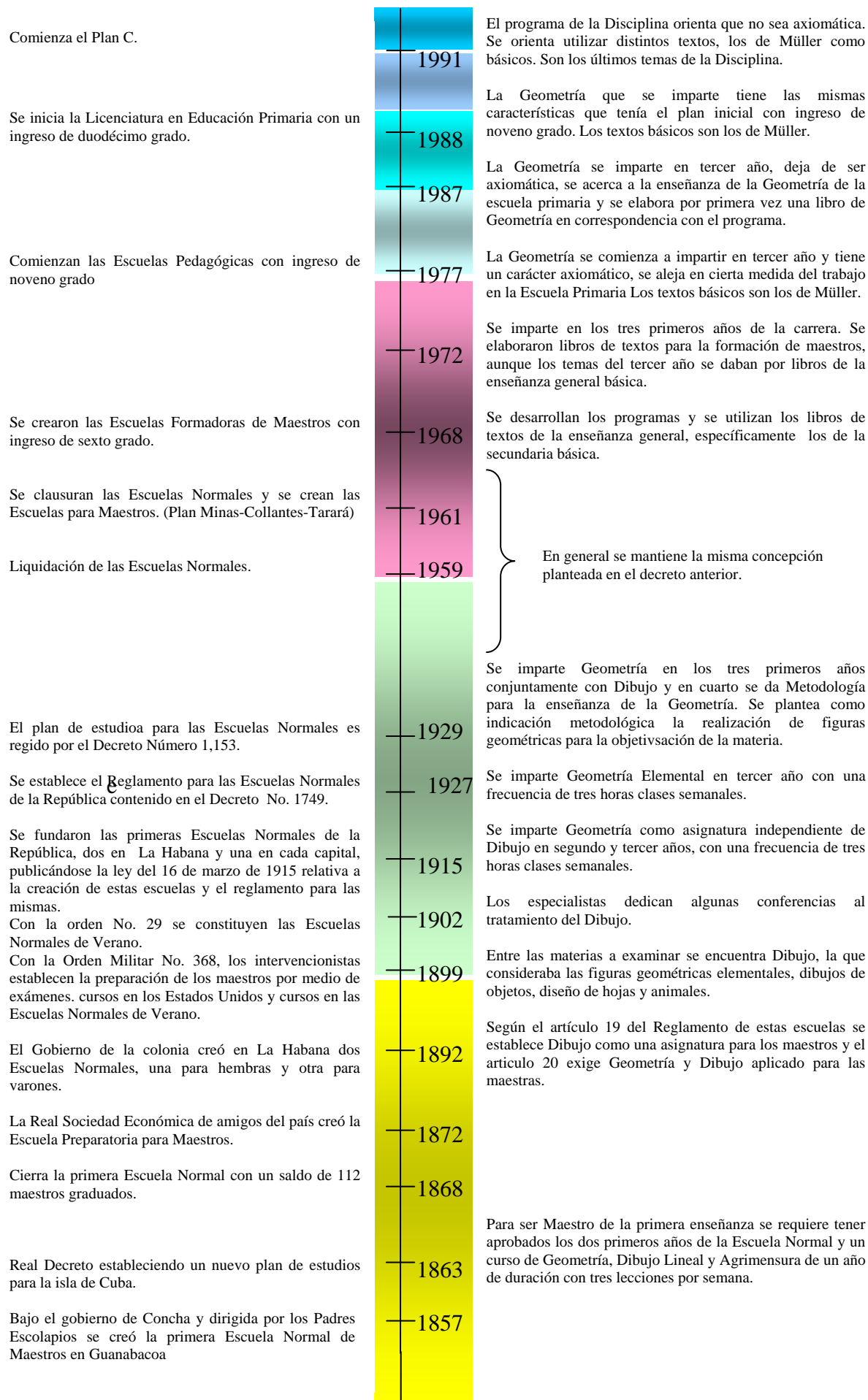
#### ***1.4.7. Tendencias de la enseñanza de la Geometría en la formación de maestros primarios en Cuba***

*El análisis histórico – lógico realizado permite plantear tendencias de la enseñanza de la Geometría en la formación de los maestros primarios:*

- 1. La enseñanza de contenidos geométricos se ha contemplado en la formación de maestros primarios, desde 1857, según consta en los documentos estatales que norman la instrucción y educación del pueblo de Cuba y los contenidos elementales de Geometría Plana y del Espacio abordados en la escuela primaria han estado incluidos en los distintos programas de la formación de maestros.*
- 2. Ha existido una controversia entre la consideración o no de una construcción axiomática de la Geometría.*
- 3. Los futuros maestros deben reconocer el origen de los conceptos geométricos en la realidad objetiva..*
- 4. No se han precisado principios metodológicos para el tratamiento de los contenidos geométricos.*
- 5. En general, la literatura docente que se ha empleado no ha sido elaborada con fines didácticos para el profesional que se forma, en múltiples ocasiones se han utilizado los libros de textos de la enseñanza general, los que como es lógico no están en correspondencia con el perfil del graduado; y en otras, se han empleado libros apropiados más bien para especialistas de Geometría y no para Licenciados en Educación Primaria.*

#### ***1.4.8. Cronología de la enseñanza de la Geometría en la formación de maestros primarios***

El análisis histórico – lógico que se expone en este capítulo ha permitido confeccionar la siguiente cronología de la enseñanza de la Geometría en la formación de maestros primarios.



### 1.5. Conclusiones

- *La enseñanza de elementos geométricos en la escuela primaria en Cuba estuvo incluida, principalmente durante la primera mitad del siglo XIX en los programas de Dibujo y sólo en la primera década del siglo la asignatura Geometría se impartió en todos los grados de la primaria. Actualmente la enseñanza de la Geometría se mantiene en todos los grados de la escuela primaria y tiene una fundamentación matemática basada en un sistema de axiomas. La enseñanza de la Geometría en el primer ciclo tiene un carácter intuitivo- operativo y en el segundo, va adquiriendo un carácter deductivo. Este carácter coincide con la tendencia actual de la enseñanza de la Geometría en edades tempranas, en otros países.*
- *En relación con la enseñanza de la Geometría en la formación de maestros primarios en Cuba, se constató que esta siempre ha sido contemplada en los diferentes planes de estudio. Pero ha existido una controversia en la concepción de su estructuración científico-metodológico y no se plantean postulados generales que deben caracterizar su tratamiento. Además, en general, no se ha contado con un libro que esté en correspondencia con el perfil de este profesional.*

## CAPÍTULO II PROPUESTA Y FUNDAMENTACIÓN DE PRINCIPIOS METODOLÓGICOS PARA EL TRATAMIENTO DE LOS CONTENIDOS GEOMÉTRICOS EN LA FORMACIÓN DE UN LICENCIADO EN EDUCACIÓN PRIMARIA

Este capítulo tiene como objetivo exponer el aporte teórico principal de la tesis que consiste en la precisión, caracterización y fundamentación de principios metodológicos para el tratamiento de los contenidos geométricos en la formación de un Licenciado en Educación Primaria. También se hace referencia al carácter sistémico de los principios propuestos y se valora la aplicación de los mismos.

El epígrafe introductorio al capítulo se dedica a un análisis teórico sobre el término principio en el campo pedagógico.

### 2.1. Sobre el concepto de principio

El término principio proviene del latín “*principium*” que según el diccionario filosófico de M. Rosental y P. Ludin (128) significa punto de partida, idea rectora, regla fundamental de conducta.

Por su parte, el diccionario de filosofía de Nicola Abbagnano hace alusión a distintos significados de principio que fueron enunciados por primera vez por Aristóteles y a continuación planteamos uno de esos significados:

“... punto de partida mejor, por ejemplo, el que hace más fácil aprender una cosa...” (7, 948)

En el significado anterior dado por Aristóteles se puede apreciar su relación con el proceso de enseñanza- aprendizaje.

Desde el punto de vista de la teoría de la enseñanza, muchos pedagogos, desde Comenio han planteado sus conceptos sobre principios didácticos, entre ellos se pueden destacar a Klingberg (78), Danilov (51) y Savín (131). Se comparte el criterio dado por las autoras Guillermina Labarrere y Glady Valdivia (79) en cuanto a que en las definiciones de principio de enseñanza dada por cada uno de estos pedagogos se encuentra la idea común de que los principios de enseñanza constituyen normas generales para la conducción de la enseñanza. Específicamente estas autoras plantean:

“...para el profesor, los principios se presentan como lineamientos prácticos que le permiten transformar la realidad, es decir los principios de enseñanza son el punto de partida del profesor y tienen una función transformadora, los principios tienen ciertos rasgos inherentes a los métodos cuando en determinadas condiciones se

concretan en procedimientos de la actividad y en reglas, por ejemplo, ir de lo simple a lo complejo.” (79,53)

Por su parte, el colectivo de especialistas del Ministerio de Educación plantea:

“De modo que se conciben los principios como *postulados generales* que se derivan de las leyes que rigen la enseñanza; *fundamentos* para la conducción de la enseñanza; *categorías* que definen los métodos de aplicación de las leyes de la enseñanza en correspondencia con la enseñanza y la educación, y *guía* para la acción.”(45,187)

Alberto Valle dice que:

“Los principios didácticos expresan las regularidades más generales del proceso docente-educativo que rigen su dirección y permiten el logro del fin y los objetivos de este.” (142)

Un colectivo de tres profesoras del Departamento Educación de la Personalidad del Instituto Superior Pedagógico Enrique José Varona (8), plantea que se evidencia que existe una controversia con relación a la definición de principio, ya que no hay un consenso ni en cuanto a la terminología y ni en cuanto al orden semántico. Este colectivo define los principios del proceso pedagógico como:

“...las tesis fundamentales de la teoría psicopedagógica sobre la dirección del proceso pedagógico, que devienen normas y procedimientos de acción que determinan la fundamentación pedagógica esencial en el proceso de educación de la personalidad.” (8, 4)

Además las citadas profesoras del Varona destacan que el nivel de generalización de los principios conduce a la elaboración de normas más concretas, que le permiten al profesor su aplicación de forma más específica y particular, y estas normas se llaman *acciones*. Klingberg y Savin denominan estas acciones como *reglas didácticas* y las consideran como indicaciones complementarias para la realización y correcto manejo de los principios y por su parte el colectivo de especialistas del Ministerio de Educación (45) plantea *medidas* a tener en cuenta para ayudar el cumplimiento de los principios.

En la tesis se asume como *principios didácticos las pautas, puntos de vista, ideas rectoras, postulados generales para la dirección del proceso de enseñanza – aprendizaje, que surgen sobre la base de los objetivos, y fines de dicho proceso.*

Durante muchos años las distintas didácticas especiales, han tomado los principios de carácter general aportados por la Didáctica General. Esta labor generalizadora de la Didáctica sólo es

posible si se consideran los datos aportados por las distintas didácticas, pero por el desarrollo actual de las didácticas especiales no es lógico limitar las tareas de estas a lo planteado por la didáctica general. Cada didáctica debe dar respuesta a problemas propios de su disciplina, los cuales son muy específicos con respecto a la Didáctica General, pero a su vez generales en relación con la disciplina en cuestión.

En cuanto a la Didáctica de la Matemática, Paúl Torres (72) destaca el creciente interés de los docentes e investigadores cubanos en Educación Matemática por ampliar el espectro de alternativas didácticas para enfrentar las insuficiencias en el aprendizaje de la Matemática, lo que trae como consecuencia el desarrollo de esta Didáctica.

A las didácticas especiales de las disciplinas les corresponden el análisis del tratamiento metodológico de los distintos contenidos que la componen y sus nexos con los restantes componentes del proceso docente – educativo, teniendo en cuenta el cumplimiento de los principios didácticos.

El tratamiento metodológico de un contenido de una disciplina está determinado por las propias características del contenido, por los objetivos de la disciplina en cuestión y esta por los fines del subsistema educacional de que se trate. Luego, el tratamiento metodológico de cada contenido de enseñanza tiene sus peculiaridades y determinan puntos de vista o postulados generales para su tratamiento.

En la tesis *a estos postulados o puntos de vista se denominan principios metodológicos para el tratamiento de un contenido*. Por lo tanto en el desarrollo de la tesis se adopta como definición:

*Principios metodológicos son los puntos de vista, postulados más generales propios del contenido de una disciplina, que junto a los principios didácticos, permiten insertar el tratamiento del contenido en el proceso de enseñanza - aprendizaje en correspondencia con los objetivos y fines de la disciplina y del subsistema a la cual corresponde.*

Estos principios metodológicos, en el caso de la formación de un profesional, tienen que responder a ella.

## **2.2 Propuesta y fundamentación de principios metodológicos para el tratamiento de los contenidos geométricos en la Licenciatura en Educación Primaria**

Para precisar los principios metodológicos en el tratamiento de los contenidos geométricos en la formación de licenciados en Educación Primaria se tuvieron en cuenta los siguientes precedentes:

- El proceso histórico de la enseñanza de la Geometría en la formación de maestros primarios.
- El modelo del profesional. (El carácter profesional que debe adquirir esta enseñanza.)
- Los resultados del diagnóstico actual de los maestros en la preparación geométrica (Las insuficiencias planteadas en la introducción.)
- Las tendencias de la enseñanza de la Geometría en la escuela primaria.
- La experiencia pedagógica del autor en la formación de maestros primarios.

Estos principios son:

***I.- Principio de la historicidad de la Geometría como ciencia.***

***II.- Principio de la vinculación del contenido geométrico con la metodología de la enseñanza de la Geometría.***

***III.- Principio de la relación entre la intuición y el rigor.***

***IV.- Principio de la vinculación de la enseñanza de la Geometría con otras ramas de la Matemática.***

***V.- Principio de la vinculación del contenido geométrico con la elaboración de medios de enseñanza para el ejercicio de la profesión.***

Para su tratamiento didáctico los principios se estructuraron teniendo en cuenta los aspectos:

- Significado
- Fundamentación
- Acciones

***I.- Principio de la historicidad de la Geometría como ciencia***

Este principio *significa* que la enseñanza de la Geometría en la formación de un licenciado en Educación Primaria debe estar caracterizada por la divulgación del surgimiento y desarrollo histórico del contenido, así como de la repercusión de estos avances en el desarrollo de la sociedad.

Se *fundamenta* en que el conocimiento del origen y desarrollo de la Geometría permite:

- Ejercer una influencia educativa en los futuros maestros, formándose en ellos convicciones filosóficas y científicas, de modo que puedan contribuir a la formación de estas convicciones en sus alumnos.
- Al futuro maestro buscar alternativas metodológicas, medios de enseñanza para impartir el contenido, acercando la lógica del proceso docente – educativo a la lógica de la ciencia.

- Despertar el interés y la motivación por el estudio de la Geometría.

**Acciones para la aplicación de este principio.**

- Informar curiosidades históricas sobre el origen y desarrollo de la Geometría para motivar el estudio hacia estos contenidos.
- Reconocer mediante la ejemplificación que el origen de la Geometría se encuentra en las necesidades prácticas de los hombres, así como destacar el proceso de abstracción que tuvo lugar para la formación de conceptos y propiedades geométricas.
- Plantear actividades que coloquen a los alumnos en situaciones problemáticas que fueron resueltas por matemáticos a lo largo de la historia de la Geometría.
- Destacar el empleo de los distintos avances de la Geometría en el desarrollo de la ciencia y de la tecnología.
- Orientar tareas investigativas relativas a la historia de la Geometría.

Por ejemplo, al abordar el axioma de paralela resulta interesante dar las siguientes informaciones históricas: este axioma fue enunciado por Euclides de Alejandría en el siglo IV antes de nuestra era. Existió una gran controversia sobre si este se podía o no deducir de los primeros axiomas dados por el propio Euclides y en este afán por refutar su condición de postulado surgieron otras geometrías y fue enunciado de distintas maneras. Fue el inglés John Playfair quien en 1795 dio el enunciado que más comúnmente se emplea en la actualidad.

Con estas informaciones los alumnos podrán reconocer, en primer lugar, el papel que jugó el quinto postulado de la Geometría planteado por Euclides en el desarrollo de la Geometría y a su vez pone de relieve que este postulado constituye, sin lugar a dudas, la piedra angular de la grandeza de Euclides. Además, estas informaciones permiten destacar la repercusión de las Geometrías no euclidianas en el desarrollo de la ciencia y tecnología; por ejemplo, puede hacerse referencia a que estas nuevas Geometrías trajeron como consecuencia una concepción más amplia de “espacio”; el espacio multidimensional tuvo su incidencia en la teoría de la relatividad planteada por Einstein. También, puede hacerse alusión a que el surgimiento de estas nuevas Geometrías constituyó una verdadera revolución en la Geometría lo que trajo como consecuencia el surgimiento del llamado “Programa de Erlangen”, que consistió en una clasificación de la Geometría con métodos de la teoría de grupos.

Partiendo de la información dada sobre el quinto postulado de Euclides se pueden orientar algunas actividades investigativas como las siguientes:

- ◆ Investiga qué otras formas equivalentes al quinto postulado de Euclides fueron planteadas.
- ◆ Redacte una biografía de Euclides en la que se resalten sus principales logros y deficiencias.

Otro ejemplo de aplicación de este principio lo constituye el hecho de informar que el criterio de congruencia a 1 a fue planteado por Thales de Mileto, hace más 2 500 años, con el cual resolvió la problemática de calcular la distancia de un barco a la costa. Partiendo de este hecho histórico se le puede plantear a los alumnos que se coloquen en el lugar de Thales y que resuelvan esa situación. De esta manera los alumnos pueden valorar la personalidad de Thales de Mileto y reconocer que los conocimientos geométricos tienen aplicación práctica, y específicamente en este caso, puede informarse que posterior a este teorema surgieron otros modos para resolver esta situación. Tareas como estas permiten que los alumnos reconozcan el valor práctico de la Geometría y a su vez activan el pensamiento.

El conocimiento de algunos hechos históricos propicia la posibilidad de elaborar medios de enseñanza sencillos y fáciles de confeccionar, y que pueden ser utilizados para el tratamiento de algunos conceptos y teoremas. También su empleo contribuye al desarrollo del pensamiento, puesto que no siempre consiste en una simple observación, sino que su utilización genera que los alumnos realicen operaciones mentales tales como: analizar, sintetizar, comparar, clasificar, generalizar, concretar, abstraer y particularizar.

Por ejemplo, el hecho de conocer que en la antigüedad se empleaban sogas con nudos a intervalos iguales para medir, y que posiblemente los hombres que preparaban estas sogas formaron triángulos con ellas, sugiere la confección de un medio de enseñanza que puede ser utilizado para el reconocimiento de la clasificación de triángulos según la longitud de sus lados y a su vez para obtener una suposición sobre las longitudes de los lados de un triángulo (Desigualdad triangular).

El empleo de este medio de enseñanza, en particular, contribuye al desarrollo del pensamiento combinatorio, pues los alumnos tienen que analizar todas las posibles combinaciones para las longitudes de los lados del triángulo, lo que a su vez forma la interrogante en los alumnos de por qué no se pueden formar triángulos en algunos casos. Estas combinaciones son tríos de longitudes cuya suma es doce:

1u, 1u, 10u	2u, 2u, 8u	3u, 3u, 6u,	4u, 4u, 4u
1u, 2u, 9u	2u, 3u, 7u	3u, 4u, 5u	
1u, 3u, 8u	2u, 4u, 6u		

1u, 4u, 7u      2u, 5u, 5u

1u, 5u, 6u      ( u: longitud del intervalo entre dos nudos consecutivos)

De estas combinaciones sólo se pueden formar tres triángulos, uno escaleno, otro equilátero y otro isósceles que no es equilátero.

Además de la soga de trece nudos se pueden elaborar otras sogas con distintas cantidades de nudos con las que se obtienen otros triángulos y en el caso de los triángulos rectángulos los alumnos podrán obtener la relación entre las longitudes de sus lados.

También el medio de enseñanza de la soga con nudos a intervalos de igual longitud se puede utilizar para introducir los conceptos de medición y medida, pues fue esta una de las formas que se utilizó desde la antigüedad para medir y por ello se utilizó el nudo como una unidad de medida de longitud.

Este principio metodológico incide en el cumplimiento de los principios didácticos, principalmente en el referido al carácter científico de la enseñanza.

## ***II.- Principio de la vinculación del contenido geométrico con la metodología de la enseñanza de la Geometría***

Este principio *significa* que al concebir el tratamiento de los contenidos geométricos en la formación de un Licenciado en Educación Primaria se deben abordar de manera explícita situaciones típicas de la metodología de la enseñanza de la Geometría y no de manera implícita, ni espontánea como se hace en la enseñanza general. Este principio no significa en ningún momento sustituir a la asignatura Metodología de la Enseñanza de la Matemática, pero con su aplicación se contribuye a cumplir con mayor eficiencia uno de los objetivos de la Disciplina Matemática, relativos a la preparación de los estudiantes para recibir dicha asignatura.

En relación con la necesidad de hacer explícita la metodología de la enseñanza de la Geometría durante la formación del docente que impartirá este complejo de materia, Jorge F González Concepción en su tesis de Maestría, refiriéndose a la formación de los profesores de Matemática en los Institutos Superiores Pedagógicos plantea:

“El profesor de Matemática tiene que hacer uso de la heurística continuamente, pero especialmente en Geometría donde las vías algorítmicas son menos comunes, de esto se desprende la necesidad de que durante su formación geométrica el método heurístico juegue un papel esencial...” (68,37)

Jorge F. González en su tesis hace una propuesta de estructuración metodológica general y da algunas orientaciones específicas para la Disciplina Geometría de la especialidad Matemática de la Licenciatura en Educación, encaminadas a que su impartición propicie que los estudiantes obtengan los conocimientos científicos y didácticos necesarios para el ejercicio de la profesión.

El propósito de este principio, aunque referido a la formación de un Licenciado en Educación Primaria, coincide con las ideas básicas planteadas por Jorge González.

Este principio se *fundamenta*, en primer lugar, en el modelo del profesional que se persigue formar, modelo que se corresponde con la concepción del Plan de Estudio C de la Licenciatura en Educación Primaria y este, a su vez, responde a la tendencia de la formación de un profesional de perfil amplio reconocido por Carlos Álvarez de Zayas.(17 )

Para lograr este profesional de perfil amplio se plantea la integración de los tres componentes: académico, investigativo y laboral, *donde la actividad laboral, lo profesional constituye el eje central de los planes de estudio de la carrera.*

Este modelo del profesional de perfil amplio, exige una modificación en el enfoque y tratamiento metodológico del contenido, de la que no se excluye la Geometría. Los temas geométricos que se imparten en la Licenciatura en Educación Primaria, por lo general ya fueron recibidos por los estudiantes en su enseñanza general, por lo que en la Licenciatura no se puede hacer una repetición mecánica. Es necesario imprimirle un carácter profesional. *Este carácter profesional*, además de concebir la profundización en el orden conceptual y teórico, *también tiene que incluir el adiestramiento en la metodología de la enseñanza de la Geometría.*

Por otra parte, este principio se *fundamenta* en que el nivel de asimilación de los conocimientos y la formación de habilidades se eleva cuando el alumno se apropia conjuntamente de manera consciente de la metodología empleada. Por lo que con el cumplimiento de este principio se contribuye a elevar la preparación geométrica de los futuros maestros.

#### *Acciones para la aplicación de este principio.*

- Abordar explícitamente el tratamiento metodológico de las siguientes situaciones típicas: conceptos y sus definiciones, teoremas y sus demostraciones y construcciones geométricas.
- Hacer explícitos los procedimientos de solución y las formas de trabajo de la Geometría por mediación de la resolución de problemas.

- Destacar de manera explícita la contribución que hace la enseñanza de la Geometría al pensamiento en general y a las formas propias del pensamiento geométrico.

Una de las situaciones típicas más importante es el *tratamiento de los conceptos y sus definiciones*. Dentro de ella, se le debe prestar especial atención a la *formación y asimilación de conceptos*. Para la *formación de conceptos* existen dos vías: la inductiva y la deductiva. Se puede pensar que, por el nivel de ingreso de los alumnos que estudian la Licenciatura en Educación Primaria, la vía que debe predominar es la deductiva; pero no debe ser así puesto que es necesario adiestrar a los futuros maestros en la vía inductiva, pues es la que predomina en la escuela primaria.

El uso de los medios de enseñanza en la formación y asimilación de conceptos juega un papel muy importante, lo cual ha sido destacado por distintos psicólogos como Galperin, N. Talizina (136), Davýdov (52) y otros. Específicamente, en la formación de los conceptos geométricos, la importancia del empleo de los medios de enseñanza se realza y más aún si se trata de la formación de maestros primarios. En particular, con respecto a los medios de enseñanza se plantea un principio que se abordará posteriormente.

Para la asimilación o fijación de un concepto, diferentes autores (76) (104) destacan la ejecución de tres acciones, estas son: *identificar el concepto, realizar el concepto y aplicar el concepto*.

Las habilidades básicas planteadas por Hoffer (Anexo 2) para los distintos niveles de comprensión de la Geometría dados por los profesores Van Hiele están en correspondencia con esas acciones.

Teniendo en cuenta, por una parte, la tendencia mundial de la enseñanza de la Geometría en la escuela primaria; y por otra, las dificultades que presentan los propios maestros en el reconocimiento de figuras (Anexo 3), no se pueden descuidar las acciones de identificación y realización de los conceptos geométricos en la formación de maestros primarios y para ello resulta conveniente atender el desarrollo de las habilidades básicas de los niveles de reconocimiento, análisis y ordenamiento.

Luego, en la formación geométrica de un maestro primario no sólo puede considerarse la acción de aplicación de conceptos, sino también se le debe dar tratamiento a las acciones de identificación y realización. Para la ejecución de estas acciones deben realizarse actividades prácticas tales como: confección de modelos con distintos materiales; construcciones geométricas; composición, descomposición y elaboración de tangrams, etc.

Se considera que al dar tratamiento a algunos de los conceptos geométricos en la licenciatura, como por ejemplo, los conceptos de los diferentes cuadriláteros, deben realizarse actividades análogas a las mencionadas. Este tratamiento metodológico de los conceptos tiene dos objetivos fundamentales:

1. Garantizar que los alumnos hayan alcanzado adecuadamente los tres primeros niveles de comprensión, lo que asegura las condiciones previas para la comprensión de los siguientes niveles.
2. Lograr un acercamiento al tratamiento de los conceptos geométricos en la escuela primaria y a su vez poner de manifiesto explícitamente aspectos metodológicos de esta situación típica.

Conjuntamente con la formación de conceptos, debe prestársele especial atención a la formulación de definiciones; por lo que es necesario que el futuro maestro distinga las partes de la estructura de una definición.

También es importante familiarizar a los futuros maestros con la formación de definiciones equivalentes, para ello se debe explicar que estas se pueden obtener sustituyendo el concepto genérico por su correspondiente definiens y/o sustituyendo la característica invariante por una condición necesaria y suficiente.

Teniendo en cuenta esta estrategia para la formulación de definiciones equivalentes se puede plantear a los alumnos que elaboren definiciones equivalentes a una dada. Esta actividad debe orientarse pidiendo primero que sustituyan solamente el concepto genérico o la característica invariante y por último, ambas.

El dominio de la formulación de definiciones equivalentes constituye una necesidad de los maestros, puesto que aunque las definiciones se comienzan a tratar en el sexto grado de la escuela primaria, cierto es que en cuarto grado se abordan proposiciones sobre los diferentes cuadriláteros que son explicaciones de estos conceptos, que reúnen la característica de una definición. Al maestro se le pueden presentar situaciones que exijan la necesidad de formular una expresión equivalente y si el maestro no está adiestrado en esta actividad, evidentemente no podrá dar solución.

Un ejemplo de la situación planteada en el párrafo anterior es la que se presenta con las nuevas transformaciones de los programas de Matemática (112), vigentes a partir del curso 1993-1994. En estas transformaciones, el concepto de ángulo se orienta que se pase para quinto grado, sin embargo en el libro de cuarto grado aparece una proposición para recordar, específicamente una definición sobre rectángulo, que plantea: *“Los paralelogramos que*

*tienen sus cuatro ángulos rectos se llaman rectángulos.*”. Lógicamente, si los maestros cumplen las orientaciones dadas en dichas transformaciones entonces esta proposición carece de sentido para los alumnos, pues aún no tienen el concepto de ángulo. En cuestionarios aplicados a maestros en diferentes cursos de superación en la provincia de Cienfuegos, durante el curso 1995-1996, el 100% reconocieron que no sabían cómo formular una definición equivalente a la de rectángulo dada en el libro de cuarto grado y algunos plantean que se la informan así a los alumnos. Esta situación se puede resolver de manera sencilla; si el maestro tiene conocimientos sobre la redacción de definiciones equivalentes, en el caso de la definición de rectángulo se puede sustituir la característica invariante “*tienen sus cuatro ángulos rectos*” por “*tienen sus lados consecutivos perpendiculares*”, relación que se elabora con los alumnos en tercer grado. Queda entonces la definición de la siguiente forma:

*“Los paralelogramos que tienen sus lados consecutivos perpendiculares se llaman rectángulos.”*

También es necesario que se aborde de manera explícita, con los futuros maestros, la situación típica relativa al ***tratamiento de los teoremas y sus demostraciones***, insistiendo en todos los procesos parciales de este tratamiento, pero con mayor énfasis en la ***búsqueda del teorema*** y en la ***búsqueda de una demostración***. Esto en ningún momento quiere decir que no se debe prestar atención a la representación, pues en ocasiones existen alumnos que hacen un razonamiento adecuado de la demostración; sin embargo presentan dificultades en la expresión escrita de dicha demostración.

Según Eduardo Villegas (104), el proceso de elaboración y demostraciones de teoremas puede recorrer una de las de las siguientes vías:

- 1) Vía de la deducción: Consiste en que en la búsqueda del teorema se aplican reglas de inferencia, partiendo de proposiciones conocidas; por lo cual en la propia búsqueda queda asegurado, o sea, demostrado, el teorema.
- 2) Vía de la reducción: Consiste en que la búsqueda se realiza aplicando procedimientos reductivos tales como analogías, inducción incompleta, mediciones y comparaciones sistemáticas, formulaciones de recíprocos. Mediante esta vía se obtiene una proposición cuya veracidad matemática no se puede garantizar. En esta vía están delimitados con mayor claridad los procesos parciales de búsqueda y demostración del teorema.

La búsqueda de teoremas constituye un proceso parcial que tiene especial significación desde el punto de vista pedagógico, pues posibilita colocar a los alumnos ante situaciones en las que actúan como “*redescubridores*”.

La vía reductiva permite hacer consideraciones filosóficas y científico – teóricas relativas a la problemática matemática y verdad, al respecto Sergio Ballester plantea:

“ En la ciencia matemática, al igual que en otras ciencias, la práctica es el criterio de la verdad. La validez de las teorías matemáticas se confirma mediante la posibilidad de aplicarlas en procedimientos técnicos, económicos, sociales u otras ramas del saber humano.”(104,39)

Y continúa resaltando más adelante que:

" Sin embargo la veracidad de una proposición matemática en particular, dentro del marco de una teoría matemática se afirma exclusivamente mediante demostraciones deductivas, sobre la base de reglas de la lógica... ” (103, 39)

Además, la vía reductiva propicia la posibilidad de crear en los alumnos la necesidad de demostrar la validez de la suposición, surgiendo la interrogante: ¿Se cumplirá dicha propiedad para todo...?

En el caso de la enseñanza de la Geometría en la escuela primaria, el tratamiento de los teoremas comienza en sexto grado. Su búsqueda tiene un mayor peso que la demostración, aunque en los restantes grados se abordan propiedades que constituyen teoremas, pero estos por factores metodológicos no se tratan así. Por ejemplo, en el primer ciclo de la escuela primaria es objetivo que los alumnos reconozcan que los lados opuestos de un paralelogramo son congruentes, proposición que constituye un teorema; sin embargo no se demuestra.

Por otra parte, el carácter intuitivo que debe tener la enseñanza de la Geometría en la escuela primaria exige colocar de manera sistemática a los alumnos en el papel de “*redescubridores*” y la vía más adecuada para esta búsqueda de suposiciones en esa enseñanza es la reductiva. De los procedimientos reductivos, las actividades prácticas como las mediciones y comparaciones sistemáticas son los más empleados en la escuela primaria; por ejemplo, la propiedad relativa a los lados opuestos de un paralelogramo mencionada en el párrafo anterior se debe obtener por la vía reductiva. Luego los futuros maestros deben adiestrarse de forma consciente en esta vía y específicamente en los correspondientes procedimientos prácticos, y este adiestramiento debe comenzar en las propias clases de Geometría durante su formación como profesional.

Al abordar las primeras demostraciones es necesario dar, de forma explícita, algunas orientaciones generales a los futuros maestros para ir desarrollando habilidades en demostrar, entre las que se proponen las siguientes:

- 1.-Recuerde que todo teorema está estructurado por la hipótesis o premisa y por la tesis. Cuando el teorema no está expresado en forma implicativa es conveniente hacerlo para precisar las premisas y la tesis; para ello puede emplearse variables si es posible.
- 2.-Una demostración es una cadena de inferencias; es decir, una cadena de razonamientos que se aplican teniendo en cuenta axiomas, definiciones y teoremas tratados con anterioridad.
- 3.-El éxito en una demostración está dado, en gran medida, por la interpretación e información que se extraiga de las premisas y tesis, así como por el dominio de los conocimientos previos.
- 4.- Para la búsqueda de una vía de demostración se trata de lograr un enlace entre las premisas y la tesis. Para ello es necesario conocer condiciones suficientes y necesarias para los conceptos en cuestión. El enlace de las premisas con la tesis se puede hacer de dos formas generales (estrategias). Una, partiendo de las premisas (el trabajo hacia delante) y la otra, partiendo de la tesis (el trabajo hacia atrás). Estas estrategias son conocidas como estrategias generales o universales, ya que pueden ser aplicadas a cualquier tipo de ejercicio. El trabajo hacia delante consiste en buscar cuáles objetivos parciales o resultados intermedios se pueden alcanzar partiendo de los elementos dados como datos  $D$ ; o sea, buscar condiciones necesarias para  $D$ . Para ejecutar en la práctica esta estrategia existen preguntas claves que constituyen la esencia de esta estrategia. Estas preguntas son:
  - ¿Qué proposición  $P_1$  puede deducirse a partir de los datos  $D$ ?
  - ¿Qué proposición  $P_2$  puede deducirse a partir de  $P_1$ ?
  - . . .

Y así sucesivamente hasta obtener una proposición  $P_n$  de la cual se puede inferir lo que se busca  $B$ , es decir, llegar a una proposición suficiente para  $B$ .



Para el entrenamiento en la interpretación y extracción de información de las premisas y tesis resulta conveniente plantear actividades en las que los alumnos tengan que escribir condiciones suficientes y necesarias para una proposición dada.

Con relación a esta tercera indicación Jorge F. González (68) sugiere en su tesis de maestría que se deben realizar dos tipos de actividades explícitas con las que se contribuye a adiestrar de manera adecuada el pensamiento deductivo. Estas son la realización de ejercicios de búsqueda de información y de ocultamiento de información.

Este tipo de actividad resulta una condición necesaria e indispensable para desarrollar habilidades y capacidades en la aplicación de las estrategias heurísticas, pero su efectividad está dada en la sistematicidad de su realización e interiorización por parte de los alumnos.

Además, desde el punto de vista del desarrollo del pensamiento, estas actividades contribuyen a desarrollar la cualidad del pensamiento relativa a la flexibilidad, particularidad individual del pensamiento definida por Petrovsky como:

“...la capacidad de cambiar el camino tomado inicialmente (el plan) para resolver la tarea, si no satisface aquellas condiciones del problema que se van identificando paulatinamente en el proceso de solución y que era imposible considerar desde el comienzo.” (117,317)

Otra situación típica de la enseñanza de la Geometría es la relativa a las construcciones geométricas, la que no por ser la última que se aborda es la menos importante, por el contrario, precisamente uno de los objetivos de la enseñanza de la Geometría en la escuela primaria es lograr desarrollar en los alumnos habilidades en el trazado de figuras planas con ayuda de los instrumentos de dibujo.

El papel relevante que juega esta situación típica en la instrucción y educación del alumno está dado por su contribución:

- a la consolidación de los conocimientos geométricos, debido a la constante aplicación e integración de estos en las construcciones.
- al desarrollo de la imaginación espacial y del pensamiento creador.
- al gusto estético y del desarrollo de hábitos de limpieza, exactitud y orden.

Los problemas de construcciones geométricas se pueden resolver mediante un procedimiento de solución algorítmica o mediante procedimientos heurísticos, aunque es recomendable que se obtengan los algoritmos aplicando procedimientos heurísticos. Entre las construcciones geométricas con solución algorítmica se encuentran las llamadas construcciones

fundamentales, las construcciones básicas de triángulos y las construcciones de imágenes por movimientos.

Las construcciones fundamentales son condiciones previas para todas las demás construcciones, de ahí la importancia de desarrollar habilidades en ellas, pero el conocimiento del algoritmo de estas no implica automáticamente el desarrollo de habilidades. La problemática anterior se pone de manifiesto cuando en ocasiones los alumnos repiten mecánicamente el algoritmo; sin embargo se les presentan situaciones que no saben dar solución, aunque coloquen los instrumentos en las posiciones que plantea el correspondiente algoritmo. Esto está dado porque el algoritmo se trata con limitaciones, pues se obvia en la mayoría de los casos lo relativo a las distintas posibles posiciones en que se pueden colocar los instrumentos siguiendo el algoritmo en cuestión.

En el trabajo de diploma de las autoras Mayra Sabina y Carmen Varela (130) se constató que los maestros presentan dificultades en el manejo de los instrumentos de dibujo (Anexo 3), específicamente en el trazado de paralelas con regla y cartabón. El 68,1% de los maestros (31,9% de los licenciados) muestreados reconocen solamente como correcta la posición que se ilustra en el libro de texto de tercer grado y sólo seis de una muestra de 110 maestros (cuatro de 47 licenciados) seleccionaron todas las posiciones correctas.

Estas dificultades evidencian la necesidad de profundizar en esta dirección con vistas a la preparación geométrica de los futuros maestros. Para ello se propone aplicar elementos de la teoría combinatoria con el fin de analizar las distintas posiciones en que se pueden colocar los instrumentos.

Por otra parte, cuando se abordan las construcciones geométricas fundamentales, generalmente se analizan las tradicionales: con regla y cartabón, y con regla y compás; insistiendo principalmente en la fundamentación. Ciertamente, un licenciado debe fundamentar la construcción que realice; pero esta habilidad no es más importante que el desarrollo de habilidades en el uso de los instrumentos y en el uso del vocabulario para describir la construcción. La fundamentación sin desarrollo de habilidades en la construcción carece de sentido y en estos casos se convierte en una acción formal.

Ejemplo de que los maestros no tienen desarrolladas habilidades en las construcciones lo constituye el bajo resultado que se obtuvo en una pregunta de un cuestionario aplicado en el desarrollo del referido trabajo de diploma, en que se les pedía que resolvieran un ejercicio del texto de Matemática de segundo grado que exige construir una figura como una dada en el libro, empleando instrumentos de dibujo. (Anexo 3) Por ello se propone que se realicen

ejercicios similares al mencionado de segundo grado y otros en que tengan que construir figuras ornamentales, lo que a su vez fomenta la imaginación y creatividad.

Además, en el tratamiento de las construcciones geométricas se deben plantear a los futuros maestros situaciones que activen el pensamiento y la inventiva como las siguientes:

- ¿Cómo trazar la bisectriz de un ángulo si sólo se tiene una regla? Fundamente la construcción realizada.
- ¿Cómo trazar la bisectriz de un ángulo si sólo se tiene un cartabón? Fundamente la construcción realizada.

En el tratamiento de los problemas de construcción de triángulos, tradicionalmente, se plantea de forma explícita los tres elementos suficientes para su construcción o algunos de ellos explícitos y otros implícitos en la clasificación del triángulo que también se da como dato. De modo general los “problemas” que usualmente se proponen se limitan a una simple reproducción del algoritmo de construcción y de su fundamentación. En aras de activar el pensamiento de los alumnos con el tratamiento de los problemas de construcción de triángulos se pueden plantear problemas en los que tienen que aplicar los significados prácticos de las operaciones fundamentales con longitudes y amplitudes. (Anexo 15)

En la solución de estos problemas de construcción de triángulos se puede aplicar la regla heurística analogía, estableciendo las semejanzas con la vía de solución de problemas aritméticos de la matemática escolar que han sido resueltos con anterioridad. (Anexo 16)

Estos problemas de construcción de triángulos pueden ser clasificados en simples o compuestos respectivamente en dependencia si se aplica uno o más significados prácticos de las operaciones. (Anexo 17)

### ***III.- Principio de la relación entre la intuición y el rigor***

Este principio *significa* establecer un cierto equilibrio entre la intuición y el rigor en el tratamiento metodológico de los contenidos geométricos.

Cuando se hace referencia al término intuición se precisa en el sentido que fue expuesto por Celia Rizo en su tesis:

“... en el sentido de conocimiento directo, o sea del saber obtenido por los datos de la experiencia de la actividad práctica, sin ayuda de demostraciones matemáticas. Esto significa que incluimos dentro de la intuición, además de la actividad perceptual, otras operaciones racionales del pensamiento como son el análisis, la síntesis, la comparación y la generalización que se presentan en la

formación de conceptos y de relaciones, pero excluimos la actividad deductiva lógica formal característica de las demostraciones matemáticas.” (126,2)

En este concepto de intuición se observa de manera explícita la consideración de operaciones racionales en contraposición con lo planteado por Mario González, el que niega la presencia de razonamiento en el proceso de intuición:

“El conocimiento intuitivo es el conocimiento claro, inmediato, directo, que se adquiere del mundo externo o de la propia conciencia sin razonamiento alguno.” ( 69,12)

Por su parte, Clara Arango plantea (104) que la intuición viva en la enseñanza de la Matemática es el fundamento del conocimiento, que es empleada como base de una abstracción y como base para formar una suposición.

En la enseñanza de la Geometría, es conveniente esclarecer dos modos de considerar la intuición:

1.-La intuición que tiene lugar a partir de la experiencia del individuo con el medio que le rodea. Este modo de considerar la intuición geométrica se fundamenta en la Teoría del conocimiento planteada por Lenin:

“ De la percepción viva al pensamiento abstracto y de este a la práctica, tal es el camino dialéctico del conocimiento de la verdad, del conocimiento de la realidad objetiva.” (3, 165)

Por otra parte, Federico Engels planteó:

“ Al igual que el concepto número, el concepto de figura se ha tomado exclusivamente del mundo exterior, no se ha originado en el cerebro sobre la base de un pensamiento puro. Antes que se pudiera llegar al concepto de figura debía haber cosas que tuvieran forma y cuyas formas se comparaban...” (2, 52)

En este sentido resulta necesario destacar las potencialidades que tiene el entorno para desarrollar el conocimiento geométrico. En las riquezas del entorno se encuentra la propia naturaleza y las obras construidas por el hombre, en particular, el entorno artístico es de un enorme interés didáctico para la enseñanza de la Geometría Elemental. Al respecto los autores Claudi Alsina, Carme Burgués y Josep Ma. Fortuny plantean:

“ El entorno, en su sentido amplio, ha sido y seguirá siendo, el gran reto, manantial y fuente de los estudios geométricos, no sólo para motivar descripciones y modelos sino lo más interesante, para incidir en la transformación de la realidad.” (13,19)

Los citados autores también plantean:

“ Hay muchos modos de vivir la Geometría: desde el ángulo profesional más elevado hasta el descubrimiento más intuitivo de un niño(...). La primera invitación a la Geometría se realiza por medio de la intuición.” (13, 4)

En el mundo, la tendencia actual en la escuela general, es que la enseñanza de la Geometría tenga un carácter intuitivo. (13) (27) (89) Específicamente María Antonia Canals, en un artículo, expresó:

“Tener un conocimiento geométrico no es lo mismo que tener o dominar información suficiente sobre uno o muchos temas de los que clásicamente trata la Geometría. El conocimiento geométrico no se adquiere a partir de recibir una información dada por otra persona ni a través de palabras(...) si al mismo tiempo no se pone en juego la experiencia y la mente del que los recibe.” (27, 33)

2.-La otra intuición es la que se basa en la propia Geometría, es decir, sobre la base de las representaciones gráficas mediante actividades prácticas inferir propiedades y relaciones geométricas a partir de otros conceptos y propiedades geométricas obtenidos con anterioridad.

En el caso del rigor, se considera la enseñanza de la Geometría con un carácter axiomático – deductivo. El tratamiento de elementos del método axiomático se inició por primera vez por Euclides en su famosa obra “Elementos”, desde antes de nuestra era, y tradicionalmente la enseñanza de la Geometría se ha caracterizado por el empleo de este método.

En la tesis por el grado científico de Doctor en Ciencias Pedagógicas de Armando Flórez (59) se plantea la importancia que tiene, en general, el empleo del método axiomático en la Matemática, destacando que dicho método permite exponer el conocimiento con más claridad, precisión, exactitud y ofrece un aparato acabado para esclarecer las relaciones lógico-matemáticas de una determinada teoría. Además, resalta que el método axiomático posibilita comprender con más profundidad la Matemática como un todo.

Mario O. González (69) enfatiza que en la Matemática es necesario hacer una separación precisa entre lo que es lógico y lo que es intuición, procurándose reducir a un mínimo los conceptos o las proposiciones que se establecen intuitivamente, aunque reconoce que este último requisito, no debe considerarse como un imperativo desde el punto de vista pedagógico.

Con respecto a la relación entre la intuición y el carácter axiomático- deductivo, Armando Flórez en su tesis doctoral plantea:

“La acentuación del carácter axiomático deductivo de la Matemática puede llevar al grave error de considerarlo el método único de la creación Matemática o a despreciar el papel de la intuición y la experiencia científica.” (59,56)

En la propia tesis Armando Flórez plantea la siguiente cita de H. Poincare:

“...la lógica y la intuición tiene cada una un papel necesario. Ambas son indispensables. La lógica que puede por sí misma dar certeza, es el instrumento de la demostración, la intuición es el instrumento de la invención.” (59, 56)

Por su parte, Celia Rizo Cabrera hace referencia en su tesis doctoral a la siguiente cita del matemático Gradoski:

“Rigor, cuya necesidad se comprende y concibe, conviene al alumno y lo ayuda en la apropiación de la materia.

Rigor, cuyo sentido no es claro frenará la enseñanza aplastando al alumno. Nada sería más peligroso que minar en interés en la Geometría, y con todo eso toda la enseñanza de la Matemática, por exigencias exageradas y no comprendidas, mientras no es fácil en nuestra asignatura vincular la fatiga con la alegría, la seriedad con el placer...” (126,40)

La necesidad de que los futuros maestros tengan un conocimiento de la estructuración axiomática - deductiva de la Geometría, no está dada sólo por el hecho de que alcancen un nivel superior, sino porque la Geometría de nuestra escuela primaria a pesar de tener un carácter intuitivo operativo, está fundamentada matemáticamente por un sistema de axiomas.

Luego este principio se *fundamenta* en:

- 1.- Tendencia actual de la enseñanza de la Geometría en la escuela elemental, principalmente en las edades tempranas, en la que se recurre fundamentalmente a la intuición y de manera muy especial a la práctica cotidiana y en la fundamentación matemática que tiene la estructuración de la Geometría de la escuela primaria.
- 2.- Formación de un universitario, un Licenciado en Educación Primaria, lo que exige que el egresado tenga un mayor nivel de profundización de la Geometría como ciencia.

**Acciones para la aplicación de este principio.**

- Partir de situaciones prácticas y mediante la intuición obtener los axiomas del sistema que se adopte para construir la Geometría.
- Adoptar un sistema de axiomas fuertes.

- Analizar otros sistemas de axiomas para ejemplificar la incidencia que estos tienen en la estructuración lógica del contenido.
- Aprovechar la naturaleza, el arte y la tecnología para la obtención intuitiva de los conceptos y propiedades geométricas.

#### ***IV.- Principio de la vinculación de la enseñanza de la Geometría con otras ramas de la Matemática***

El propio desarrollo histórico de la Matemática pone de manifiesto las relaciones entre sus diferentes ramas. En el proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática estas relaciones se pueden ver en la contribución que hacen diferentes ramas a la comprensión de otras. Por ejemplo, en el caso específico de la enseñanza de la Geometría, existen dos modos de ver estas relaciones:

1. La Geometría en función de la comprensión de otras ramas de la Matemática.
2. Otras ramas de la Matemática en función de la comprensión de la Geometría.

Este principio *significa* tomar en consideración la segunda de estas relaciones, es decir, poner otras ramas de la Matemática en función del proceso de enseñanza-aprendizaje de la Geometría.

Se *fundamenta*, precisamente en las relaciones intrínsecas que existen entre la Geometría y otras ramas de la Matemática y en la contribución que pueden hacer estas relaciones a la comprensión de la Geometría.

#### **Acciones para la aplicación de este principio.**

- Emplear el Álgebra como herramienta para expresar los hechos geométricos: propiedades y relaciones.
- Utilizar elementos de la Lógica Matemática en el tratamiento de las situaciones típicas de la enseñanza de la Geometría como:
  - conceptos y definiciones
  - teoremas y sus demostraciones
- Emplear elementos de la Teoría Combinatoria para desarrollar:
  - estrategias didácticas para la elaboración de la nueva materia
  - la habilidad visual
  - la habilidad de usar los instrumentos para dibujar
  - la habilidad lógica para la búsqueda de distintas vías de solución de ejercicios

Una de las relaciones entre las distintas ramas de la Matemática que, generalmente, ha quedado relegada a un segundo plano es la relación Teoría Combinatoria- Geometría. Sin embargo resulta necesario profundizar en ella, en primer lugar por la importancia que tiene el desarrollo del pensamiento combinatorio desde el punto de vista psicológico y social, y en segundo lugar, por la posibilidad que existe de utilizar la teoría combinatoria en función del proceso de enseñanza – aprendizaje de la Geometría, o sea en la potencialidad que tiene el contenido geométrico para emplear la combinatoria como una herramienta para determinar alternativas metodológicas en el tratamiento de las diferentes situaciones típicas de la enseñanza de la Geometría.

Por otro lado, el desarrollo del pensamiento combinatorio no puede verse como un objetivo de un tema específico en la formación de un Licenciado en Educación Primaria, sino que es imprescindible que este trabajo penetre, al igual que en la enseñanza general, como una línea directriz en los restantes complejos de materia.

Su importancia desde el punto de vista psicológico está dada en su contribución al desarrollo de las particularidades individuales del pensamiento: flexibilidad y reflexividad. El trabajo combinatorio, al igual que el desarrollo de habilidades en la aplicación de las estrategias heurísticas, incide de modo positivo en el carácter flexible del pensamiento, cualidad según Petrovsky (117), relativa a la facilidad del sujeto de combinar y variar sus conocimientos para resolver determinadas situaciones. Por otra parte, contribuye a desarrollar la particularidad de la reflexividad del pensamiento, por cuanto permite al sujeto analizar con cierta facilidad determinadas situaciones teniendo en cuenta todas las variantes, comparando y determinando todas sus dificultades ante de tomar una decisión.

- Dada la importancia y la aplicación práctica que tiene el desarrollo del pensamiento combinatorio es que se hace necesario desarrollar este pensamiento en cada individuo y son precisamente los maestros primarios los primeros responsables de iniciar el desarrollo de este pensamiento en los escolares, ¿Pero es posible que el maestro pueda contribuir en este sentido si su propio pensamiento combinatorio no está desarrollado? Sí, pero esta posibilidad sería de un modo inconsciente, para que se pueda desarrollar este pensamiento de una manera planificada y consciente se hace necesario que en la formación del maestro, el proceso de enseñanza de la Geometría se caracterice por explotar todas las posibilidades para aplicar la combinatoria.

A continuación se plantea un ejemplo que muestra cómo con el empleo de elementos de la teoría combinatoria permite establecer estrategias didácticas que contribuyen a desarrollar la habilidad del reconocimiento de figuras geométricas en otras compuestas.

### Ejemplo

Determine cuántos segmentos aparecen en la siguiente figura:



Generalmente, los alumnos responden que observan tres segmentos, pero realmente se forman seis. Cada par de puntos diferentes determinan un segmento, luego es necesario averiguar cuántos pares de puntos distintos se pueden formar. Estos pares de puntos se pueden determinar aplicando el siguiente algoritmo:

- 1.-Los puntos dados se ordenan arbitrariamente. ( Se sugiere el orden alfabético).
- 2.-Se fija el primer punto como primer extremo de un segmento.
- 3.-Se combina el punto fijado como primer extremo con cada uno de los puntos siguientes según el orden establecido previamente.
- 4.-Cuando se termine el paso 3 se fija el segundo punto como primer extremo y se aplica el paso 3. Así se sigue sucesivamente hasta colocar el penúltimo punto como primer extremo.

Este ejercicio es una situación típica de la teoría combinatoria, específicamente una combinación sin repetición de cuatro elementos tomados dos a dos, y cuyo número total puede ser calculado aplicando la fórmula correspondiente. Pero, lo importante no es el dominio de la fórmula por parte de los niños; lo fundamental es que el maestro conozca el algoritmo para que lo pueda emplear como una vía para guiar la visualización de sus alumnos.

### ***V.- Principio de la vinculación del contenido geométrico con la elaboración de medios de enseñanza para el ejercicio de la profesión***

Este principio *significa* que paralelamente al tratamiento del contenido, se deben aprovechar todas las posibilidades para motivar a los futuros Licenciados en Educación Primaria en la elaboración de medios de enseñanza, modelos materiales de elementos geométricos, que puedan emplear en el ejercicio de la profesión.

Resulta imposible hablar de medios de enseñanza sin hacer referencia a la comunicación. La comunicación tiene sus inicios en los albores mismos de la existencia humana y desde su

origen tiene un carácter social. Vicente González Castro en su libro “Teoría y práctica de los medios de enseñanza” hace alusión a la siguiente cita de Ludmila Bueva:

“...Las relaciones sociales y la comunicación no son dos cosas situadas una al lado de la otra (...) Del mismo modo que la sociedad no existe como persona aislada, al margen de los individuos que la integran, las relaciones sociales no existen al margen de la actividad vital real y de la comunicación de las personas. En ello reside su unidad.” (67,11)

La importancia de la Teoría de la Comunicación está dada, precisamente en que propicia la efectividad de la comunicación entre el emisor y el receptor y, en particular, refiriéndose a la educación, esta influye en cierta medida en la eficacia del proceso de enseñanza.

En términos de la Teoría de la Comunicación, el canal es el soporte material de la información y puede ser la voz humana, el libro, la película cinematográfica, la televisión, el mural, una lámina, una fotografía, etc. En el contexto del proceso docente educativo, los elementos del canal se denominan ***medios de enseñanza***.

En las definiciones de medios de enseñanza dadas por distintos pedagogos (78) (45) (131) (67) se pone de manifiesto su incidencia positiva en la calidad del proceso docente - educativo. El empleo de los medios de enseñanza se justifica desde varios puntos de vista, estos son: filosófico, fisiológico, psicológico y pedagógico.

La pedagogía cubana se sustenta filosóficamente en la teoría leninista del conocimiento, teoría en la que se destaca el papel de las sensaciones en el origen de los conocimientos, pero como plantea Vicente González Castro:

“Quedarnos en la primera fase es simplemente, interpretar pobremente la teoría leninista, ya que la función más importante estriba en el segundo escalón, en el verdadero escalón, en el verdadero vínculo entre lo sensorial y lo racional.” (67, 49)

Luego, el empleo de los medios de enseñanza no puede limitarse a la función sensorial, sino que debe de servir como un verdadero enlace entre lo sensorial y lo racional.

La argumentación fisiológica del papel visual en el proceso de enseñanza se basa en la Teoría de Pavlov sobre los analizadores y los dos sistemas de señales que son base para el pensamiento humano. En esa teoría se destaca la importancia que tiene el nexo recíproco entre la imagen y la palabra en el desarrollo del pensamiento, de ahí la justificación fisiológica del uso de los medios de enseñanza.

Desde el punto de vista psicológico, los medios de enseñanza encuentran diferentes justificaciones, por ejemplo: el aumento de la retención de la memoria, el factor emocional, la ejecución de actividades mentales y la formación del colectivismo.

El desarrollo de la Ciencia y la Tecnología, históricamente, ha incidido en el surgimiento de nuevos medios de enseñanza y en el perfeccionamiento de los ya existentes. El impetuoso avance de los medios de enseñanza ha dado lugar a la tecnología educativa, cuyos orígenes pueden hallarse en la enseñanza programada, la que fue creada por Burrhus Frederik Skinner en 1954.

La tecnología educativa, como tendencia pedagógica contemporánea, ha producido una polémica entre los teóricos de la pedagogía, surgiendo tres posiciones al respecto. Una de las posiciones sobrevalora el empleo de los medios de enseñanza y está determinada principalmente por su mercantilismo, amparados por las grandes empresas y está caracterizada por la deshumanización de la enseñanza. En esta posición, se identifica la tecnología educativa con el medio de enseñanza y el papel del profesor se cuestiona.

La posición opuesta a la anterior es tomada por los pedagogos que temen ser sustituidos por los modernos medios de enseñanza y como plantea Vicente González Castro (67), ellos tratan de convencer a los demás de que van a ser aplastados por la técnica y hacen un llamado por el resurgimiento de la tiza y la pizarra.

La tercera posición, la que se comparte, coloca a los medios de enseñanza en su justo lugar, compartiendo el carácter sistémico del concepto tecnología educativa que plantean los autores Ana Rosa Rojas y Roberto Corral:

“La comprensión de la tecnología educativa como un enfoque integral del proceso docente considera no sólo los medios de enseñanza, de forma aislada, sino su lugar y función en el sistema junto con el resto de los componentes del proceso de enseñanza.” (139,19)

La cita anterior pone de manifiesto la segunda ley de la didáctica planteada por Carlos Álvarez de Zayas relativa a la relación dialéctica que existe entre los componentes del proceso docente – educativo y al respecto expresa:

" La estructura del proceso docente – educativo estudiado en su forma estática está caracterizado por un conjunto de componentes como son el objetivo, contenido, método, medio y la evaluación, y que el movimiento de este proceso está determinado por las relaciones recíprocas que se dan entre estos componentes, relaciones que se llaman leyes pedagógicas." (16,7 )

Dadas las características de la enseñanza de la Geometría en las escuelas primarias, el empleo de los medios adquiere un valor didáctico significativo. Este valor, así como la importancia y el papel que juegan los medios de enseñanza en el proceso docente- educativo hacen imprescindibles que los maestros en formación adquieran habilidades y desarrollen la creatividad en la proyección y confección de medios de enseñanza. El desarrollo de estas habilidades se puede propiciar por mediación de las clases de Geometría en la Licenciatura en las que, en primer lugar, el profesor de la Facultad debe ser ejemplo en la utilización de los medios de enseñanza; y en segundo, debe motivar a los alumnos por la confección de medios que pueden ser utilizados en el ejercicio de la profesión.

Por otra parte, los autores españoles Claudi Alsina, Carme Burgües y Josep Fortuny (14) consideran que la confección de medios por parte de los niños también resulta una actividad de mucho interés didáctico y educativo. Pero, ¿acaso los futuros maestros podrán orientar actividades de elaboración de medios, si ellos no han desarrollado esta habilidad y si ni siquiera se ha fomentado en ellos la imaginación y la creatividad en este sentido?

Luego, este principio se *fundamenta* en:

- 1.- La necesidad de resaltar, en los futuros maestros, la importancia que tienen los medios de enseñanza desde el punto de vista pedagógico, psicológico, fisiológico y filosófico.
- 2.- El carácter intuitivo que tiene la enseñanza de la Geometría en la escuela primaria.

#### **Acciones para la aplicación de este principio.**

- Tener en cuenta la historia del desarrollo de la Geometría para la elaboración de medios de enseñanza.
- Plantear la confección de medios de enseñanza y la fundamentación desde el punto de vista del contenido.
- Orientar la elaboración de distintos medios con un mismo fin didáctico.

La confección de la soga de trece nudos citada en el principio de la historicidad es un ejemplo de actividad que se puede realizar para dar cumplimiento a este principio. Este medio se puede emplear también para el tratamiento de la desigualdad triangular, sin embargo existen otros medios con este fin que se pueden orientar que sean elaborados por los alumnos.

Para la elaboración y asimilación de los conceptos de los distintos polígonos se puede orientar la confección de geoplanos colectivos e individuales y específicamente para los cuadriláteros se puede crear medios con varillas móviles. Para la asimilación de polígonos resulta conveniente la elaboración de tangrams (rompecabezas).

La ejecución de estas actividades por parte de los futuros licenciados contribuye a que fijen las propiedades de los distintos elementos geométricos y a su vez los prepara para enfrentar la enseñanza de la Geometría en la escuela primaria.

### **2.3. Carácter sistémico de los principios propuestos.**

El éxito del proceso docente – educativo está dado en gran medida por el carácter sistémico que tiene lugar entre sus componentes y los principios no se encuentran al margen de este enfoque.

Carlos Álvarez de Zayas plantea cinco etapas para la formación o determinación de un sistema y define el concepto de sistema como:

“ Sistema es un conjunto de componentes interrelacionados entre sí, desde el punto de vista estático y dinámico, cuyo funcionamiento está dirigido al logro de determinados objetivos, que posibilitan resolver una situación problemática, bajo determinadas condiciones externas.”( 17, 25)

Asumiendo la definición de sistema dado por Carlos Álvarez de Zayas, se tiene que los principios didácticos conforman un sistema. Al respecto diferentes pedagogos (78) (8) (54) (131) reconocen el carácter sistémico de los principios didácticos. Klingberg considera que los principios tienen un carácter de sistema en sus relaciones, ya que se determinan y se penetran mutuamente; y plantea que esto se explica gracias a la compleja relación de las leyes del proceso de enseñanza que le sirven de base. Además, el citado pedagogo plantea que un sistema de principios didácticos debe tener en cuenta los siguientes aspectos:

- todas las leyes esenciales de la enseñanza
- los conocimientos de la teoría de la enseñanza y las experiencias más progresistas de la práctica docente socialista deben constituir su base;
- las actuales necesidades de la política escolar y de la práctica docente.
- su formulación ha de ser clara, inequívoca y exacta.

Los principios metodológicos propuestos para el tratamiento de los contenidos geométricos conforman un sistema. Este carácter sistémico está dado por:

- las relaciones y nexos que existen entre ellos (se penetran mutuamente).
- el cumplimiento de cada uno incide en el resultado del proceso de enseñanza – aprendizaje.
- intervienen y se entrelazan con los distintos componentes del proceso de enseñanza – aprendizaje.

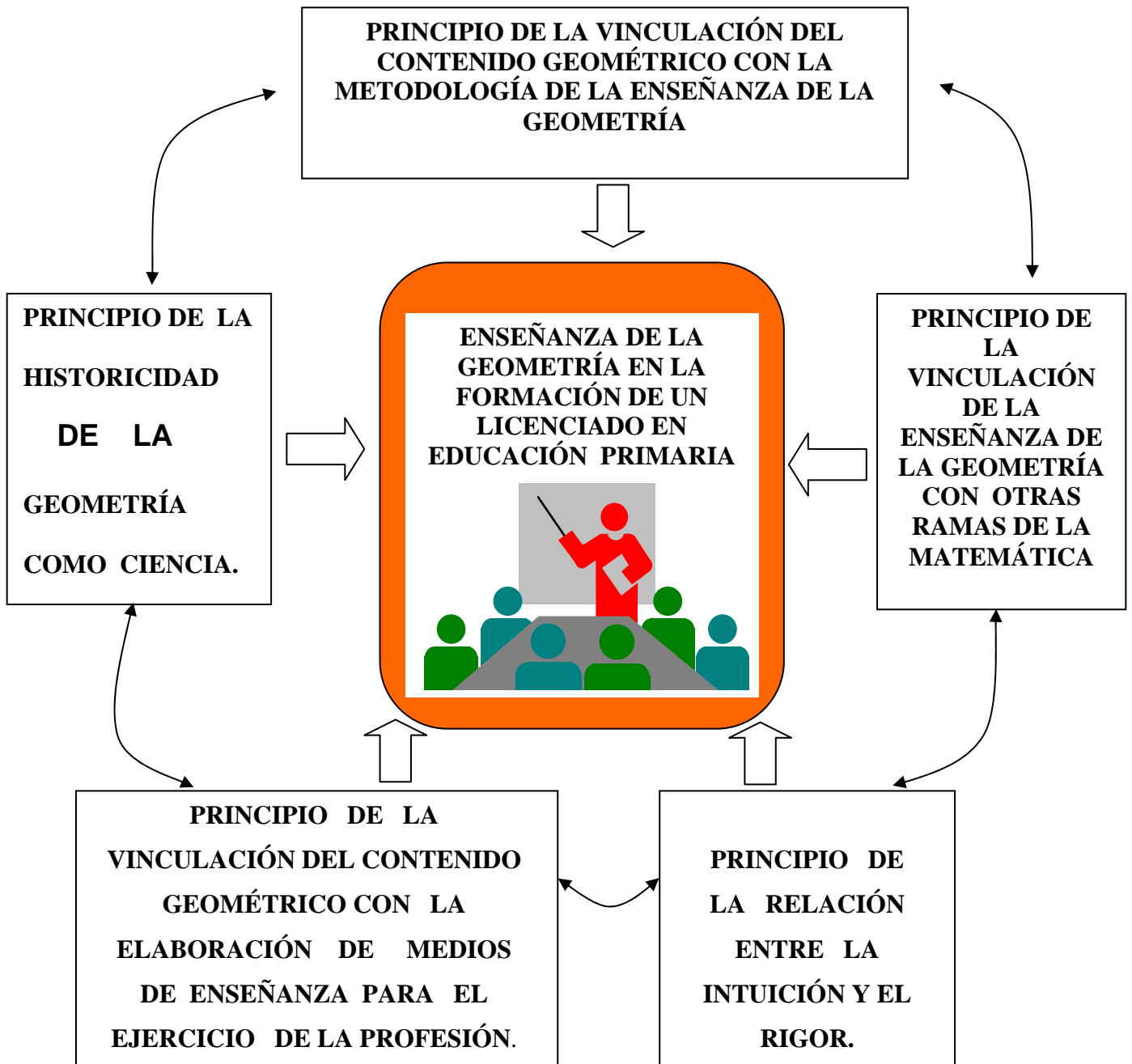
- el objetivo común que tienen de imprimirle un carácter profesional al proceso de enseñanza – aprendizaje.
- todos están en función de eliminar las insuficiencias detectadas en los egresados.

Por ejemplo, el principio relativo a la vinculación del contenido geométrico con la elaboración de los medios de enseñanza se relaciona con el de la metodología de la enseñanza de la Geometría, dada la importancia que tienen los medios de enseñanza para la formación de conceptos y el tratamiento de teoremas, específicamente en la búsqueda de suposiciones y a su vez se relaciona con el principio referido a la combinatoria, pues el uso de medios puede propiciar el pensamiento combinatorio y este último puede contribuir a distintas alternativas para el uso de los medios.

Por otra parte, este principio también se vincula con el principio de la relación entre la intuición y el rigor, puesto que los medios contribuyen a esa intuición experimental a la que se hizo referencia al abordar dicho principio; pero a su vez la obtención de un conocimiento por intuición provoca la necesidad de garantizar la veracidad de la proposición obtenida.

Y por último, este principio se relaciona con el de la historicidad, ya que el conocimiento histórico del desarrollo de la Geometría puede propiciar la elaboración y creación de diferentes medios.

En el siguiente esquema se ilustra el carácter sistémico de los principios propuestos.



#### 2.4 Valoraciones de la aplicación de los principios propuestos

Los principios metodológicos propuestos para el tratamiento de la Geometría en la Licenciatura en Educación Primaria se han aplicado desde el curso 1996-1997 en la Facultad de Educación Primaria del Instituto Superior Pedagógico de Cienfuegos.

Se aplicó un cuestionario (Anexo 18) para conocer la inclinación y motivación de los alumnos por el estudio de la Geometría al ingresar a la carrera, así como el dominio de los conceptos básicos y axiomas de la Geometría Plana. También se comprobó en este cuestionario el

conocimiento de algunos aspectos históricos acerca de la Geometría. Se tomó como muestra el total de estudiantes de los grupos de segundo año de los cursos 1996-1997 y 1997-1998, que fue de 35 estudiantes, 25 y 10 respectivamente.

Se elaboró una escala valorativa y ordinal (Anexo 19) para procesar los resultados de este cuestionario (Anexo 20). Teniendo en cuenta la escala valorativa establecida, la mediana de la variable motivación es de 3,000 en cada grupo, en el primero la moda es 2 y en el otro es 3, lo que pone de manifiesto la poca motivación que tienen los alumnos por la Geometría al ingresar en la carrera. En cuanto a los conocimientos de conceptos básicos la mediana es 2,000 y la moda es 2 en ambos grupos, lo que resulta muy bajo.

Se aplicó un cuestionario de salida (Anexo 21) con las mismas escalas, en la que se obtiene como resultados (Anexo 22) 3,000 y 4,000 como las medianas respectivas de la variable motivación. En el primer grupo se obtiene una moda múltiple de 2 y 3, y en el segundo una moda múltiple de 3 y 4. En relación con la variable conocimientos básicos, la mediana es 5,000 y 4,000 respectivamente y la moda en el primer grupo es 5 y el segundo se tiene una moda múltiple de 4 y 5.

En el primer grupo aunque la mediana de la variable motivación se mantiene igual en los resultados de ambos cuestionarios se tiene que la moda en el cuestionario de salida no es solamente 2, como lo fue en el cuestionario de entrada; lo que significa que existe cierta mejoría en esta variable. Además, analizando individualmente la situación de cada alumno se tiene que el 36% de los estudiantes aumentaron su preferencia por la Geometría, el 33,3% de los de escala 2 aumentaron a 3 y el 50% de los de 3 pasaron a 4. En el segundo grupo tanto la mediana como la moda se elevó; específicamente el 70% de los estudiantes aumentó su inclinación por la Geometría, el 66,6% de la escala 2 a la 3 y el 75% de 3 a 4.

En cuanto a la variable conocimientos básicos, las medianas y modas se elevaron en los dos grupos, respectivamente. El 92% y el 70% de los estudiantes pasaron a una escala superior.

Además, en las respuestas dadas en el cuestionario de salida se obtuvo que el 79,3% y el 89,6% reflejan que las actividades que más le agradaron al recibir las temáticas de Geometría fueron respectivamente los comentarios históricos y las actividades prácticas y destacaron la elaboración de medios de enseñanza como la confección de modelos de los diferentes cuerpos.

En las entrevistas (Anexo 23) realizadas a los docentes que aplicaron los principios propuestos se expresaron las siguientes valoraciones:

- Los principios propuestos permiten dirigir la enseñanza de la Geometría en la formación de un Licenciado en Educación Primaria de modo que se garantice la preparación geométrica necesaria para el desempeño de la profesión y por otra parte están encaminados a asegurar un nivel de profundización adecuado.
- El cumplimiento de estos principios propicia elevar la preparación geométrica de los futuros egresados. Esto se manifiesta en los resultados de las evaluaciones y en las actividades realizadas en el componente laboral. Específicamente, con el tratamiento de manera explícita de las situaciones típicas de la enseñanza de la Geometría se ha logrado en los alumnos:
  - Mayor independencia en la búsqueda de la vía de solución, principalmente en las demostraciones; aunque aún quedan dificultades en su representación. A esta independencia ha contribuido el conocimiento, por parte de los alumnos, de algunos aspectos del trabajo heurístico como el principio de analogía y el de reducción, reglas y estrategias(trabajo hacia adelante y trabajo hacia atrás).
  - Mayor seguridad en el uso de los instrumentos de dibujo, tanto en los del alumno como en los del pizarrón, así como mayor precisión en el uso del vocabulario técnico y fluidez en la expresión oral al describir las construcciones geométricas.
- Se observa menos rechazo para recibir las clases de Geometría.
- La aplicación de los principios contribuye a elevar la formación del profesional, tanto en el orden científico como en el orden metodológico.
- Los principios planteados sirven de guía para desarrollar las clases de Geometría en esta carrera y obligan a los profesores a profundizar en el tratamiento metodológico de la Geometría y en la concepción del curso de Geometría de la escuela primaria.

## 2.5.-Conclusiones

- *El principio de la historicidad en la enseñanza de la Geometría da cumplimiento al principio del carácter científico de la didáctica general; pero además de contribuir a que los alumnos conozcan aspectos relativos al desarrollo de la Geometría y a la formación de convicciones filosóficas y científicas del mundo, en la formación de un maestro primario, tiene una connotación en el orden didáctico.*
- *El principio de la vinculación del contenido geométrico con la metodología de la enseñanza de la Geometría persigue una familiarización inicial, de manera consciente,*

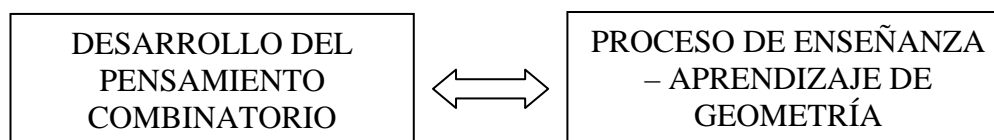
*en aspectos de orden metodológico mediante las propias clases de Geometría, en las que se deben ejemplificar situaciones típicas en correspondencia con las principales dificultades que presentan los maestros. Este carácter consciente del aprendizaje de situaciones didácticas le imprime un matiz profesional a la preparación geométrica de los Licenciados en Educación Primaria.*

*Este principio constituye un eslabón entre la Disciplina Matemática y la asignatura Metodología de la Enseñanza de la Matemática, por lo que exige una preparación profunda de los profesores de Matemática de los Institutos Superiores Pedagógicos en la metodología de la enseñanza de la Geometría y dominio de las características de la enseñanza de la Geometría en la escuela primaria.*

- *La aplicación del principio de la relación entre la intuición y el rigor pretende dar a los alumnos una visión de la esencia de una construcción axiomática de la Geometría aunque con una dosis de intuición, que está dada por la determinación de axiomas fuertes. Además de la visión axiomática, se persigue destacar el papel de la intuición en el tratamiento de conceptos y teoremas, acercando de esta forma la preparación geométrica de los futuros licenciados en educación primaria a las características de la enseñanza de la Geometría en la escuela primaria.*

*Por otra parte, con la aplicación de este principio se familiarizan a los alumnos con el quinto nivel de comprensión de la Geometría planteado por los profesores Van Hiele (Anexo 1) y específicamente con la habilidad verbal y lógica de este nivel, expuesto por Hoffer en su tabla. (Anexo 2)*

- *El principio de la vinculación de la enseñanza de la Geometría con otras ramas de la Matemática pone de relieve la contribución de estas a la comprensión de la Geometría, En especial, se destacan las relaciones intrínsecas entre las ideas combinatorias y la enseñanza de la Geometría. La importancia de estas relaciones no está dada sólo por su contribución al aprendizaje de la Geometría, sino porque permite que los futuros maestros se apropien de esta herramienta para la enseñanza de la Geometría en la escuela primaria. En conclusión, existe una relación recíproca entre estos dos complejos de materia que permite vincular también la Geometría con la Aritmética.*



- *El principio de la vinculación con la elaboración de medios de enseñanza tiene como propósito fundamental contribuir a sensibilizar a los futuros maestros con la importancia del uso de los medios en la enseñanza de la Geometría y a desarrollar la creatividad de los futuros maestros en su elaboración. Este principio exige que los profesores de Matemática de la Licenciatura en Educación Primaria no puedan menospreciar el uso de los medios de enseñanza al impartir los temas de Geometría por el mero hecho de tratarse de la formación de un universitario; por el contrario deben convertirse en especialistas no sólo en el uso de los medios, sino también en su confección y creatividad.*

## CAPÍTULO III FUNDAMENTACIÓN DE LA PROPUESTA DE UN LIBRO DE GEOMETRÍA PLANA PARA LA FORMACIÓN DE UN LICENCIADO EN EDUCACIÓN PRIMARIA

Este capítulo tiene como objetivo principal exponer la estructuración y fundamentación de la propuesta de un libro de Geometría Plana para la formación de un licenciado en Educación Primaria. El capítulo consta de un epígrafe introductorio en el que se abordan aspectos teóricos sobre los medios de enseñanza y en particular acerca de la literatura docente; un segundo epígrafe en el que se precisa la necesidad de una literatura docente para la enseñanza de la Geometría en la formación de un Licenciado en Educación Primaria; en un tercero se plantean los pasos metodológicos que se siguieron para su elaboración; en el cuarto se exponen los criterios que se tuvieron en cuenta en el orden científico-metodológico, así como la concepción de los diferentes componentes estructurales del libro y un quinto epígrafe donde se analizan algunas valoraciones dadas por profesores y alumnos.

### 3.1.-Consideraciones teóricas acerca de la literatura docente

La importancia del empleo de los medios de enseñanza en el desarrollo del proceso docente-educativo fue reconocida en el epígrafe 2.2 al fundamentar el principio metodológico de la vinculación del contenido geométrico con la elaboración de medios de enseñanza.

Entre los medios de enseñanza se encuentran materiales impresos que transmiten la información mediante impresiones planas, generalmente elaboradas por medio de máquinas; pero que no sólo están dirigidas a la transmisión de conocimientos, sino que están también encaminadas a la formación de habilidades y capacidades en la solución de ejercicios y tareas, a la orientación del estudio independiente y al desarrollo del pensamiento: la literatura docente, es uno de estos materiales impresos.

Desde el siglo XVII, pedagogos cubanos como José de la Luz y Caballero reconocen la importancia del enfoque metodológico de la literatura docente. Justo Chávez en su libro “Del Ideario Pedagógico de José de la Luz y Caballero” (30), destaca que este ilustre maestro consideraba que la presentación de los contenidos en los textos debiera tener un significativo valor didáctico, específicamente planteaba que los textos que se emplearan fueran los mejores o al menos los menos malos y sobre todo que los adoptados debieran poseer un sentido didáctico favorable al aprendizaje, siendo reflexivo y práctico.

Al respecto Mercedes Cordero Bretón plantea:

" La Literatura Docente es la literatura elaborada especialmente con fines didácticos, teniendo en cuenta los planes de estudio y los programas que lo avalan. La elaboración de esta literatura se fundamenta en los principios teóricos y los principios didácticos. De ahí que se nombre Literatura Docente o Literatura Didáctica." (33, 3)

Milan Gnot, de Checoslovaquia, en su artículo "Algunas cuestiones sobre la confección de literatura docente para los CES" (65), destaca que la literatura docente son medios didácticos que con el nivel adecuado y de modo dialéctico, sistemático e integral dan a conocer a los estudiantes la riqueza de la ciencia ajustándose este conocimiento a los objetivos y tareas de la disciplina en cuestión.

En general, la literatura docente es considerada (33) (65) (67) (78) (87) (103) como aquella literatura elaborada con fines didácticos y que responde a los objetivos y tareas de la disciplina en cuestión. Como literatura docente se consideran los libros de texto básicos, los auxiliares, los complementarios y los de consulta.

Czeslaw Maziarz, del Instituto para la Política Científica de Polonia, en su artículo "Aspectos de la optimización de la estructura interna del libro de texto universitario" (103), resalta que el libro de texto deberá cumplir a similitud de otros elementos del sistema educacional, diversas y complejas funciones didácticas.

Ivan Marev y Peter Petrov en el artículo "Problemas actuales de la teoría del libro de texto universitario" (87) hacen referencia a que existen pedagogos de Estados Unidos que consideran que el libro de texto es anticuado e inservible, que debe ser sustituido por otros medios que tengan un desarrollo más rápido, planteando que el lugar del libro de texto es el museo de la Historia de la Pedagogía. Aunque existen otros pedagogos norteamericanos que han realizado investigaciones sobre el uso de los medios de enseñanza, en las que han concluido que el libro de texto sigue ocupando un lugar central entre los medios y es la forma docente más efectiva, económica e importante con que cuentan la mayoría de las disciplinas. En el artículo mencionado se destacan como defensores del uso del libro de texto, al norteamericano Coombe, al suizo Dotrens y al Italiano Valpicoelli; aunque estos pedagogos no niegan la necesidad de perfeccionarlo.

Por su parte, Jurjo Torres Santomé, en su artículo "Libros de texto y control del curriculum" (141), hace una crítica a la existencia de los libros de textos, porque su existencia supone una amenaza contra la libertad de conciencia y de cátedra y que tiende a la descualificación del maestro.

Para dar respuesta a Torres Santomé se cita el siguiente planteamiento de Vicente González Castro:

“El libro de texto y el conjunto de materiales impresos son buenos ejemplos de esos recursos que están por lo general al alcance de todos nuestros maestros y profesores y sin embargo no sacamos de ellos aún, su mejor provecho, por lo que se hace necesario profundizar en su empleo, conocer sus ventajas y limitaciones y hacer un uso cada vez más efectivo de ellos.” ( 67,120 )

En el mismo Cuaderno Pedagógico en el que se publicó el artículo de Torres Santomé, aparece uno de Manuel Fernández titulado “El libro de texto en el desarrollo del curriculum”, en que se aboga por el libro de texto y plantea algunos requisitos a tener en cuenta en la elaboración de libros de textos, destacando las dos siguientes condiciones básicas:

- Ayudar al profesor, proporcionándole modelos, a organizar sus explicaciones, a plantear actividades significativas y a adecuar contenidos y actividades a las particularidades de los alumnos.
- Ser susceptibles de utilización autónoma por parte del alumno.

Se comparte el criterio en relación con la necesidad de introducir cambios sustanciales en la literatura docente tradicional y que el libro de texto sigue ocupando un lugar central entre los medios de enseñanza, aunque se critica su uso indiscriminado.

El valor pedagógico de una literatura docente no está dado sólo por la concepción de su estructuración, sino también por la maestría pedagógica con que es empleado por los profesores. Un buen pedagogo puede convertir un “ mal libro de texto” en un “ buen libro” Partiendo del concepto de literatura docente, se tiene que esta no puede ser simplemente una compilación escrita de conocimientos de una disciplina determinada, tiene que necesariamente reflejar una metodología dirigida a contribuir a dar cumplimiento a los objetivos de esa disciplina.

En la tesis se asume la posición que considera la tecnología educativa con un enfoque integral y se defiende la existencia de la literatura didáctica o docente. Por tanto, en consecuencia con la posición adoptada se precisa que esta tiene que concebirse en relación sistémica con los restantes componentes del proceso de enseñanza-aprendizaje y para ello debe cumplir funciones que permita integrarse armónicamente a dicho proceso.

### 3.1.1.- *Funciones de la literatura docente*

Los diferentes autores consultados (33) (65) (87) (103) hacen referencia a las funciones que debe cumplir un libro de texto. De modo general hay coincidencia en la esencia de las funciones, aunque la terminología en ocasiones difiere.

Mercedes Cordero (33) destaca que el libro de texto debe cumplir tres funciones didácticas fundamentales, entre otras, estas son: la informativa, la de control y la educativa. Por otra parte resalta que el libro de texto debe ser capaz de activar no sólo la memoria de los estudiantes, sino también el pensamiento lógico y la imaginación creadora; así como debe contribuir al estudio sistemático, es decir, al estudio independiente sin ayuda del profesor, considerando esto último como la función más importante.

Por otro lado, los autores Gnot y Maziarz (65) (103) coinciden en que una literatura docente debe cumplir las funciones informativa o comunicativa y ejercitación o adiestramiento, aunque cada uno plantea otras funciones. Maziarz plantea las funciones de dirección y la investigativa; y por su parte Gnot hace referencia a la motivacional y a la rectora. Estas dos funciones planteadas por Gnot están incluidas en la de dirección asumida por Maziarz.

La denominación de las funciones de una literatura docente está en dependencia de la amplitud que se tenga del concepto, bajo dicha denominación. Lo cierto es, que la literatura docente, como elemento de la categoría didáctica medio de enseñanza, debe cumplir funciones que tributen al cumplimiento de los objetivos de la disciplina en cuestión. En el desarrollo de la tesis se asume que estas funciones deben ser:

- Función instructiva.
- Función desarrolladora.
- Función educativa.

Dentro la **función instructiva** se incluyen las funciones planteadas por los autores anteriores relativas a la transmisión de información y a la ejercitación. Esta se refiere a los campos del saber y del poder específicos de la asignatura o disciplina de que se trate. Los aspectos relativos al saber y al poder se contemplan en una sola función dada la estrecha relación que existe entre la adquisición de conocimientos y el desarrollo de habilidades y hábitos, por lo que se considera que debe existir una fusión entre ellos. Esta función constituye la base para el cumplimiento de las restantes funciones.

La **función desarrolladora** es la relativa al desarrollo de capacidades mentales, es decir, al desarrollo intelectual. Esta función va encaminada al desarrollo del pensamiento y no se puede ver independiente de la instructiva, puesto que por medio de esta última también se

contribuye al desarrollo de capacidades mentales. Además, en esta función se incluyen actividades de carácter investigativo, las que son muy apropiadas para incentivar la acción de pensar.

La tercera función, la educativa, es la que considera la contribución que hace la literatura docente a la educación del hombre del futuro, a la formación de puntos de vista y concepciones científicas en los estudiantes. En esta función se deben tener en cuenta dos vertientes de la educación del individuo: la educación filosófica –ideológica y la educación político-moral.

Entre estas tres funciones existe una relación dialéctica, sólo se han planteado de manera aislada para su precisión; pero en la práctica es muy difícil separarlas. Esta relación dialéctica está basada en el principio psicopedagógico de la unidad de lo instructivo, lo educativo y lo desarrollador, planteado por las profesoras del Instituto Superior Pedagógico Enrique José Varona de La Habana. (8)

Con respecto a la función motivacional planteada por Gnot, se opina no considerarla de manera aislada dada la incidencia que tiene la esfera emocional en el desarrollo de cualquier actividad, por lo que el factor motivacional debe estar implícito en las funciones anteriores. Esta concepción se basa en el principio psicopedagógico de la vinculación de lo cognitivo y motivacional planteado por las citadas profesoras del Varona.

### **3.2. Criterios de profesores y alumnos sobre la necesidad y requerimientos de un libro de Geometría Plana para la formación de un Licenciado en Educación Primaria**

Se aplicó un cuestionario (Anexo 24) con el objetivo fundamental de conocer criterios de profesores de Matemática con experiencia en la formación de maestros primarios acerca de la necesidad y requerimientos de un libro de Geometría para la formación de un Licenciado en Educación Primaria. Este cuestionario se aplicó en cinco Institutos Superiores Pedagógicos y a un total 18 profesores: 15 de ellos de las Facultades de Educación Primaria; dos de las Facultades de Educación; y a un doctor, especialista en Geometría y profesor de la Universidad de La Habana.

La media de los años de experiencia en Educación Superior es 14 y en Institutos Superiores Pedagógicos es seis; y la moda es 12 y ocho, respectivamente.

A continuación se expresan en forma resumida los criterios recogidos con la aplicación de dicha encuesta:

- El 100% considera los siguientes conocimientos geométricos imprescindibles en la formación de un Licenciado en Educación Primaria:
  - Segmento, semirrecta, semiplano y ángulo.
  - Triángulo: elementos, clasificación, propiedades, congruencia y construcción
  - Cuadriláteros: elementos, clasificación y propiedades.
  - Polígonos: elementos, clasificación y propiedades.
  - Construcciones geométricas fundamentales.
  - Movimientos del plano: reflexión, traslación y simetría central.
- El 50 % o más considera que los siguientes conocimientos no se deben abordar:
  - Bandera
  - Semejanza de triángulos
  - Relaciones métricas en el triángulo.
  - Nociones trigonométricas.
- El 58,8% considera que construcciones de cuadriláteros se deben abordar.
- El 100% considera que el curso de Geometría para la formación de un Licenciado en Educación Primaria debe seguir una construcción axiomática, y específicamente simplificada.
- El 58,8% considera que se debe construir una Geometría en la que el concepto de congruencia sea primario con respecto al de movimiento.
- El 100% de los profesores con experiencia en la formación de maestros primarios plantea que no existe un libro de texto adecuado para desarrollar el curso de Geometría en la Licenciatura en Educación Primaria.
- Los requerimientos planteados son los siguientes:
  - Lenguaje claro, asequible y muy didáctico, con muchas ilustraciones, ejemplos e ideas intuitivas.
  - Ejercicios resueltos y propuestos con sus respectivas respuestas.
  - Contribución a la formación integral, desarrollo del pensamiento y al estudio independiente.
  - Precisión en las definiciones, teoremas y demostraciones.
  - Con una axiomática que fundamente la geometría escolar.
  - Informaciones históricas de la Geometría.

- Motivación para la profesión.

También se aplicó un cuestionario (Anexo 25) a 20 alumnos de la Licenciatura en Educación Primaria en el curso 1996-1997 antes de elaborar el libro. El 80% o más seleccionaron los siguientes libros como los de mayor uso: Conceptos básicos II de Horst Müller, Geometría Elemental de las Escuelas Pedagógicas, Geometría de Miyares-Escalona y Matemática 7. El 40% de los alumnos seleccionaron el libro de Geometría de las Escuelas Pedagógicas como el más provechoso, el 25% el de Miyares-Escalona y el 35% el texto de Matemática Séptimo Grado. Entre los argumentos se encuentran: para el libro de las Escuelas Pedagógicas está la sencillez de su lenguaje y que contiene casi todo el contenido; para el de Miyares-Escalona se destacan los ejercicios que propone y para el de séptimo grado se mencionan los ejemplos (ejercicios resueltos) que presenta. El 90% considera que puede ser muy útil la existencia de un libro de Geometría, específicamente para la Licenciatura; pues contribuirá a mejorar la preparación de los alumnos ya que se relacionan más con lo que necesitan para trabajar en la escuela primaria. En relación con los requisitos que debe reunir el libro plantean: muchas ilustraciones, ejemplos y ejercicios resueltos, explicaciones sencillas y claras, y actividades relacionadas con la escuela primaria.

En resumen, los resultados de la aplicación de los cuestionarios corroboran la necesidad de un libro de Geometría para la formación de Licenciados en Educación Primaria.

### **3.3. Pasos metodológicos que se siguieron para la elaboración del libro propuesto**

En este epígrafe se precisan los pasos metodológicos seguidos para la elaboración del libro propuesto, los que se pueden apreciar en los capítulos anteriores.

La sociedad le plantea a la escuela un conjunto de exigencias relativas a la formación de un individuo, de modo que este sea capaz de enfrentar los distintos problemas que se originan en la propia sociedad. Este conjunto de exigencias constituye el encargo social de la escuela, por lo que los planes y programas de estudio tienen que responder a este encargo y es por mediación del proceso enseñanza-aprendizaje que se le da cumplimiento al encargo social.

El proceso enseñanza-aprendizaje es entonces, un proceso de naturaleza social, lo que fue reconocido, como plantea Carlos Álvarez de Zayas (16), por Carlos Marx y Federico Engels en el Manifiesto Comunista suscrito por ellos.

Este carácter del proceso docente – educativo presupone el carácter social de sus componentes, lo que ha sido puntualizado por Álvarez de Zayas; de ahí que los libros, como medios de enseñanzas tienen este carácter: medios que tienen que contribuir al cumplimiento del encargo social de la escuela.

Por lo anteriormente expuesto resulta imprescindible, en los pasos que se siguen para la elaboración de un libro con fines didácticos, partir del encargo social de cada subsistema del Sistema Nacional de Educación. El encargo social de la Educación Superior (17) es la formación de un profesional de perfil amplio con una sólida formación teórico – práctica de amplia base que pueda ser versátil y que responda a una gama mucho mayor de problemas.

Cada carrera en dependencia de este encargo social ha determinado el modelo del profesional, al que tributa cada disciplina. La fundamentación y objetivos generales planteados en los programas de las Disciplinas reflejan su contribución a la formación de ese profesional de perfil amplio, contribución que se pone de manifiesto en los restantes niveles estructurales del proceso enseñanza-aprendizaje como la asignatura, tema, clase y tarea.

En resumen, para dar cumplimiento al encargo social se debe aplicar el principio de la sistematicidad, o sea, de la derivación gradual de los objetivos que debe regir la planificación del proceso enseñanza- aprendizaje.

El análisis histórico – lógico de la preparación del profesional en los temas de una disciplina es otro paso a tener en cuenta, pues este análisis pone de manifiesto las regularidades y tendencias que aportan criterios para la elaboración de la literatura, entre las que se encuentra la propia necesidad de dicho libro; pero aún más, permite determinar principios metodológicos para el desarrollo de los temas correspondientes.

Por otro lado, se debe hacer una caracterización de los contenidos actuales de la disciplina en la práctica profesional y establecer comparaciones con respecto a los que se imparten en formación del profesional.

Las tendencias actuales de la práctica profesional con respecto a los contenidos de la disciplina en otros países constituyen un aspecto a tener en cuenta; en primer lugar, en la concepción científica y metodológica de los contenidos de una disciplina y en la selección y elaboración de la literatura a emplear.

El diagnóstico actual de la preparación del egresado es otro aspecto a considerar, es decir, es necesario determinar si en la práctica profesional el graduado está lo suficientemente preparado para desarrollar exitosamente los diferentes temas de la disciplina. Las deficiencias detectadas en este diagnóstico son indicadores de la necesidad de profundizar o cambiar el enfoque científico y metodológico de los temas correspondientes.

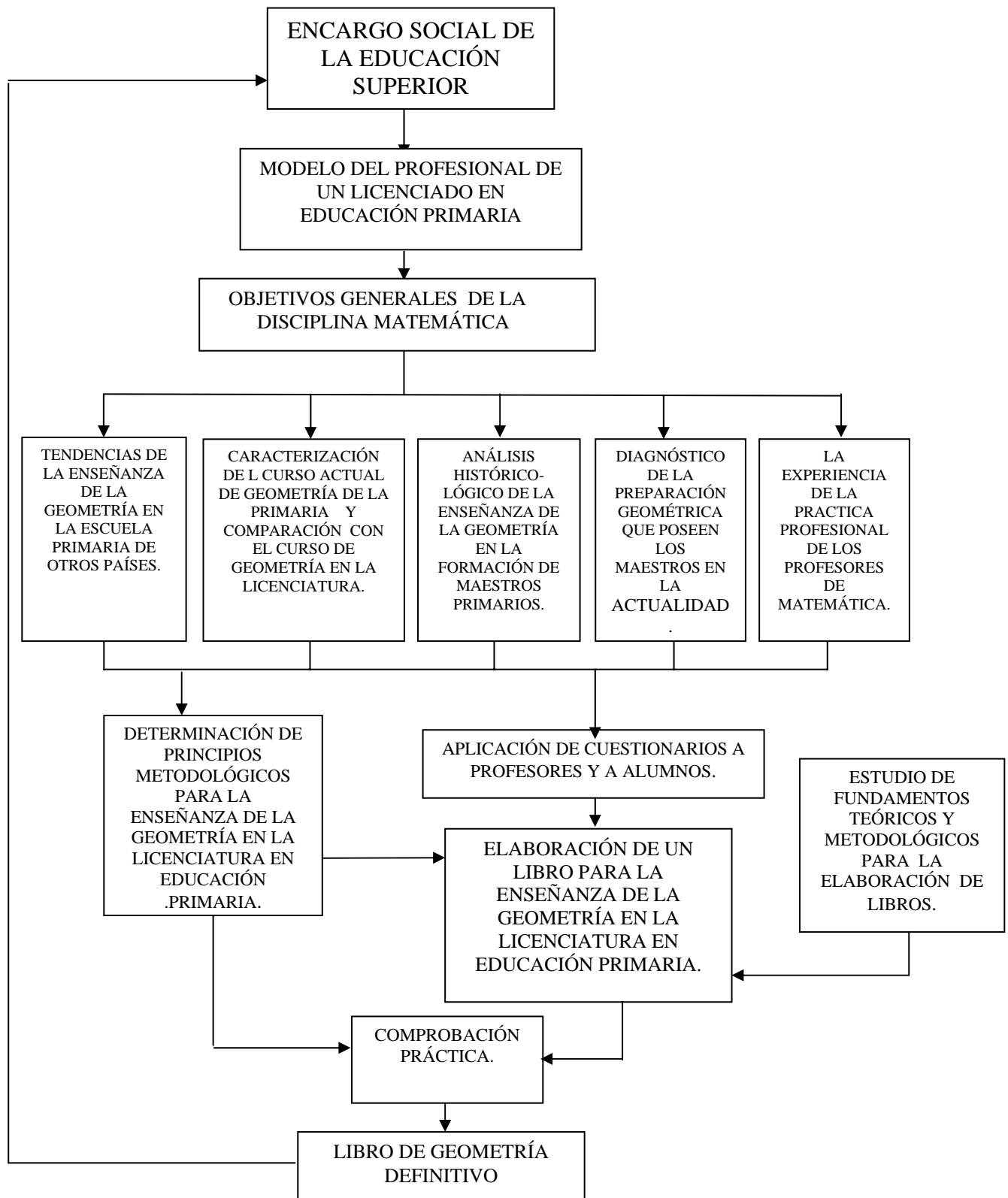
También la aplicación de cuestionarios a profesores de experiencia y a alumnos acerca de los libros existentes suministra opiniones valiosas para la elaboración de un nuevo libro.

Unido a los pasos anteriores es necesario hacer un estudio de fundamentos teóricos y metodológicos acerca de la elaboración de libros con fines didácticos que permitan estructurar científicamente un libro.

Teniendo en cuenta todos los elementos mencionados hasta aquí se procede a la elaboración de un libro de nueva concepción. Posteriormente se introduce en el desarrollo de la docencia y se somete a valoración de expertos.

Por último se elabora la versión definitiva del libro.

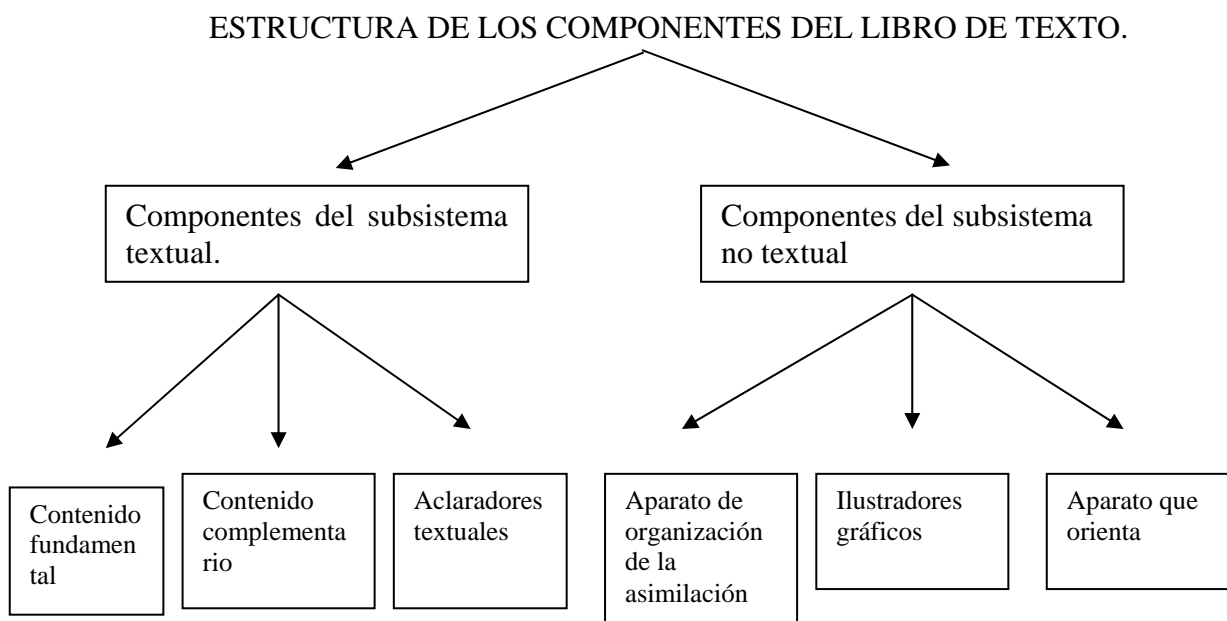
ESQUEMA DE LOS PASOS METODOLÓGICOS QUE SE SIGUIERON PARA LA ELABORACIÓN DEL LIBRO PROPUESTO.



### 3.4.- Estructuración del libro propuesto

En la revisión bibliográfica realizada se encontraron criterios acerca de la estructuración de un libro de texto. Específicamente, Mercedes Cordero Bretón (33) plantea la necesidad de distinguir diferentes elementos en la estructuración de un libro, los que tienen lugar en determinadas formas y denomina componentes estructurales. También hace referencia a una clasificación general de los componentes estructurales de un libro de texto dada por el autor D. D. Zuev y considera que en la estructura de los componentes, el autor es el que determina los elementos que se desarrollarán.

En la estructuración de los componentes de un libro de texto, expuesta por M. Cordero, se consideran dos aspectos o subsistemas generales, en la siguiente figura se ilustra dicha composición:



**A.- Contenido fundamental:** está conformado por los textos y los enunciados del contenido esencial, es lo expresado de manera sustancial.

**B.- Contenido complementario:** se refiere a los textos y los enunciados que implican llamamientos, materiales documentarios y materiales de estudio no obligatorio.

**C.- Aclaradores textuales:** son textos en forma de consulta, aclaración, nota o comentario.

**D.- Aparato organizativo de la asimilación:** se compone de preguntas, tareas, tablas y respuestas.

**E.- Materiales ilustrativos**

*o ilustradores gráficos:* son ilustraciones que se avengan a las temáticas y asuntos;

dibujos científicos aplicados, técnicas instructivas, esquemas, planos, diagramas; fotos - ilustraciones y mapas.

**F.- Aparato que orienta:** está conformado por introducción, prefacio o el prólogo, índice o sumario, señales, símbolos, título en columna, bibliografías.

Para la estructuración del libro de Geometría que se propone, se tuvieron en cuenta los componentes estructurales planteados por Mercedes Cordero. A continuación se explica y ejemplifica el criterio que se siguió en cada caso.

### **3.4.1-Concepción de los componentes textuales**

La concepción de los componentes textuales responde a los principios planteados en el segundo capítulo. En lo que sigue se caracteriza cada uno de estos componentes.

#### *A.- Contenido fundamental*

Para la selección de los contenidos geométricos que se abordan en el libro se tuvo en cuenta:

- los contenidos de la Planimetría que tradicionalmente se han impartido en la formación de maestros primarios.
- los contenidos de la Planimetría que se abordan en la escuela primaria. (Anexo 6)
- las opiniones expresadas al respecto por los profesores de Matemática de las facultades de Educación Primaria al responder el cuestionario aplicado. (Anexo 24)
- experiencia personal en la formación de maestros primarios.

A continuación se plantean las temáticas que se abordan en el libro propuesto:

- Conceptos básicos de la Planimetría. Relación y axiomas de incidencia. Relaciones de posición entre rectas.
- Axiomas de orden. Segmento, semirrecta y semiplano.
- Definición y elementos de un ángulo. Ángulo convexo y ángulo cóncavo. Parejas de ángulos.
- Axiomas de congruencia y de medición. Longitud de segmentos y amplitud de ángulos.
- Línea poligonal. Polígono: elementos y clasificación
- Triángulos:
  - Congruencia de triángulos

- Teoremas sobre los ángulos de un triángulo que conducen a desigualdades. Clasificación de los triángulos según sus ángulos.
- Teoremas sobre las parejas de ángulos formados entre dos rectas cortadas por una tercera. Algunas propiedades de rectas paralelas y de rectas perpendiculares.
- Teoremas sobre ángulos interiores y exteriores de un triángulo que conducen a igualdades.
- Teoremas que relacionan ángulos y lados de un triángulo. Clasificación de triángulos según sus lados. Propiedad de la mediatriz de un segmento y de las mediatrices de un triángulo.
- Teorema que relaciona los lados de un triángulo. Menor distancia entre dos puntos.
- Otros teoremas de congruencia de triángulos. Propiedad de la bisectriz de un ángulo y de un triángulo.
- Cuadriláteros.
  - Definición y elementos de un cuadrilátero.
  - Clasificación de los cuadriláteros:
    - a) Cuadriláteros que no tienen lados paralelos.
    - b) Cuadriláteros que tienen lados paralelos.
  - Congruencia de cuadriláteros.
  - Construcción de cuadriláteros.
- Propiedades generales de los polígonos.
- Los movimientos o isometrías del plano.
  - Definición de movimiento y consideraciones generales.
  - Reflexión con respecto a una recta. Simetría axial.
  - Rotación. Simetría con respecto a un punto.

#### ***A1.- Enfoque científico del contenido***

Con respecto a la estructura científica del contenido se determinó seguir una construcción axiomática, la que está caracterizada por la aplicación del principio de la relación entre la intuición y el rigor. También en la determinación de adoptar una construcción axiomática se consideró el criterio dado por los profesores de las facultades de Educación Primaria en el cuestionario aplicado.

El sistema de axiomas que se adoptó (Anexo 26) está formado por cinco grupos y parte de la existencia del plano como conjunto universo, cuyos elementos son puntos y ciertos subconjuntos son rectas.

Primer grupo (axiomas de incidencia): En este grupo se han considerado dos axiomas, el primero es el relativo a la determinación única de una recta y el segundo plantea la existencia de infinitos puntos en y fuera de una recta.

El segundo axioma es fuerte con respecto a otros axiomas de incidencia considerados por autores como Müller(108), Hilbert (55) y Sergio Castro (62). Esto hace que se reduzca la cantidad de proposiciones que necesitan ser demostrados, como por ejemplo para los autores citados la siguiente proposición es demostrable: “Cada recta tiene infinitos puntos”, sin embargo esta proposición está contemplada en este segundo axioma.

A su vez esta característica del segundo axioma hace que en él, esté concebida una elevada dosis de intuición; además, ambos axiomas tienen un enfoque intuitivo, debido a que su obtención se concibe a partir de interrogantes como:



1.- Sean A y B dos puntos diferentes, trace todas las rectas posibles que pasen a la vez por A y B.

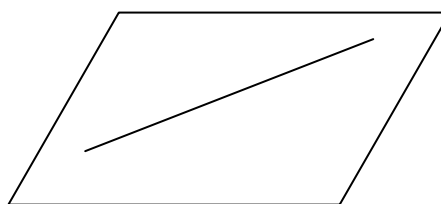
A •

• B

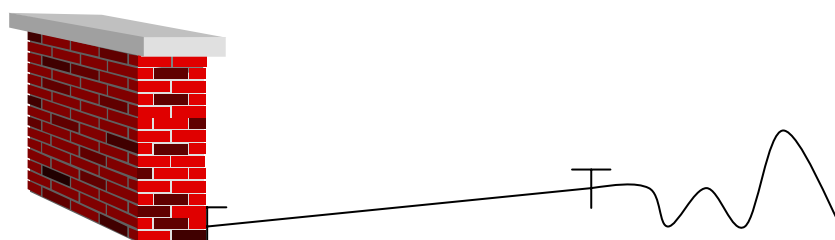
2.- Dada la recta r en el plano  $\pi$ , determine todos los posibles puntos que cumplan las siguientes relaciones:

¿ A qué conclusión llega usted en los dos ejercicios anteriores?

- 1.-  $A_i \in r \quad (i \in \mathbb{N}, i \geq 1)$
- 2.-  $B_i \notin r \text{ y } B_i \in \pi \quad (i \in \mathbb{N}, i \geq 1)$



Además se destaca que el axioma relativo a la determinación única de una recta es producto de la experiencia práctica de los hombres; por ejemplo, desde la antigüedad y aún hoy día, para que los albañiles, los jardineros y los agricultores puedan trazar una línea recta, estos se valen de un cordel tirante que une dos estacas o puntillas.



Por otra parte, el rigor de este grupo de axiomas está dado porque sus axiomas tienen carácter de proposiciones iniciales, que son independientes; pero no contradictorios y con ellos se pueden demostrar otras proposiciones tales como:

- Por un punto pasan infinitas rectas.
- Dos rectas tienen como máximo un punto común.

Segundo grupo (Axioma de paralela): Este axioma es equivalente al quinto postulado de Euclides y garantiza la unicidad de una paralela a una recta por un punto exterior. Se enuncia de la forma tradicional, enunciado que coincide con el dado por el inglés John Playfair en 1795.

Tercer grupo (Axiomas de orden): Este grupo está conformado por cuatro axiomas. El primero se refiere al orden lineal de los puntos de una recta y se basa en la relación básica: "... se encuentra entre... y ...", la que se considera entre puntos de una misma recta. El segundo axioma garantiza la existencia de infinitos puntos entre dos cualesquiera de una recta. Los otros dos axiomas determinan una partición en el conjunto de puntos de una recta y del plano.

Cuarto grupo (Axiomas de congruencia): Este grupo pone de manifiesto que la vía seleccionada considera al concepto de congruencia como primario con respecto al de movimiento, por lo que la relación básica es: "... es congruente con...". Esta vía se seleccionó por varias razones, una de ellas es porque la Geometría que se desarrolla en la escuela primaria la sigue, aunque no de forma pura por motivos didácticos. Otra de las razones está dada por la experiencia personal del autor de esta tesis, el que considera que los axiomas de movimientos son menos asequibles para los alumnos que los de congruencia, ya que estos últimos están más en correspondencia con las vivencias de la vida cotidiana. Esta última razón garantiza un mayor grado de intuición de este grupo de axiomas.

Este grupo está conformado por siete axiomas, los tres primeros están referidos a segmentos. El primero de ellos garantiza la posibilidad y unicidad del transporte de segmentos; el segundo, reconoce la congruencia de segmentos como una relación de equivalencia; y el tercero se refiere a la unión de dos segmentos consecutivos respectivamente congruentes a otros dos, lo que garantiza la unicidad de la suma de longitudes.

Los tres axiomas siguientes son referidos a ángulos, garantizando en este caso el transporte de ángulos sobre un semiplano a partir de una semirrecta contenida en el borde de dicho semiplano, la determinación de clases de equivalencia en el conjunto de los ángulos y la

unicidad de la suma de amplitudes. Los axiomas que establecen la relación de equivalencia tanto en el conjunto de los segmentos como en el conjunto de los ángulos son fuertes con respecto a los axiomas adoptados por Hilbert y esto hace que se ponga de manifiesto el principio de la relación entre el rigor y la intuición.

El último axioma es el referido axioma de congruencia de triángulos con el que se puede demostrar los teoremas de congruencia relativos a: las longitudes de dos lados y la amplitud del ángulo comprendido, las longitudes de sus tres lados y la longitud de un lado y las amplitudes de los ángulos adyacentes a ese lado.

Quinto grupo (Axiomas de medición) Este grupo está conformado por dos axiomas, uno referido a la medición de longitudes y otro a la medición de amplitudes. En estos axiomas se parte de la existencia del conjunto de los números reales, lo cual asegura la continuidad de la recta. Estos axiomas de medición parten de la experiencia práctica que tienen los alumnos y no es necesario recurrir a los axiomas de continuidad planteados por Müller y Hilbert.

Estos axiomas son fuertes con respecto a los axiomas planteados por Hilbert (55) y aunque son equivalentes a los dados por Pogórellov (117), su estructuración en incisos permite diferenciar dos operaciones: la de medir la longitud (amplitud) de un segmento (ángulo) dado y la de trazar un segmento (ángulo) dada la medida de su longitud(amplitud).

#### ***A<sub>II</sub>- Enfoque metodológico del contenido***

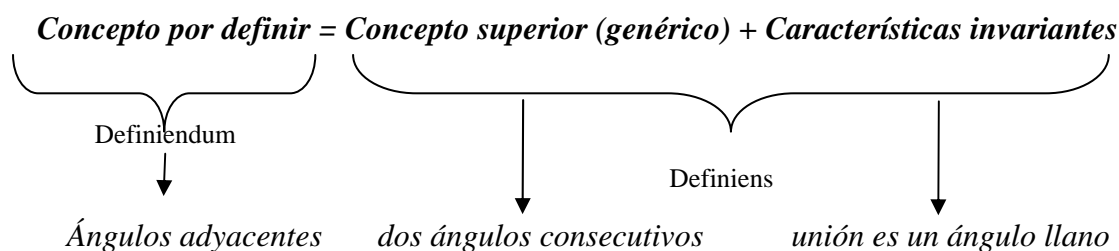
El enfoque metodológico que se pone de manifiesto en el desarrollo del contenido fundamental responde a los principios propuestos para la enseñanza de la Geometría, destacándose esencialmente el de la vinculación del contenido geométrico con la metodología de la enseñanza de la Geometría. Los aspectos que se tratan con mayor énfasis son las situaciones típicas que se refirieron en el capítulo anterior al caracterizar el principio de la vinculación del contenido geométrico con la metodología de la enseñanza de la Geometría.

1. Tratamiento de conceptos y sus definiciones: estructura de las definiciones y la formulación de definiciones equivalentes.

Específicamente en el tratamiento de conceptos y sus definiciones se introduce la estructura de la definición existencial más empleada en Geometría.

**Ejemplo 1:** Definición # 15: Ángulos adyacentes(página 53 del libro)

*Existen diferentes tipos de definiciones, la definición de ángulos adyacentes es una definición existencial, específicamente llamada por algunos autores real u objetiva, este tipo de definición existencial tiene la estructura siguiente:*



*Es importante destacar que un mismo concepto se puede definir mediante diferentes expresiones, es decir, a lo que se define, conocido por definiendum, se le puede asociar un conjunto de diferentes términos y relaciones, nombrado definiens. Por ejemplo, el concepto de ángulos adyacentes se puede definir también de la forma siguiente:*

- 1.-Dos ángulos consecutivos a un lado de una recta se denominan ángulos adyacentes.
- 2.-Dos ángulos que tienen solamente un lado común y cuya unión es un ángulo llano se denominan ángulos adyacentes.

*En la expresión 1 se mantiene el concepto superior o genérico “ ángulos consecutivos” y se sustituye la expresión de la característica por otra equivalente. En el caso de la 2, se sustituye el concepto genérico por su respectivo definiens y se mantiene la expresión de la característica invariante. Las expresiones 1 y 2 son definiciones equivalentes a la definición # 15, pues les corresponden los mismos representantes.*

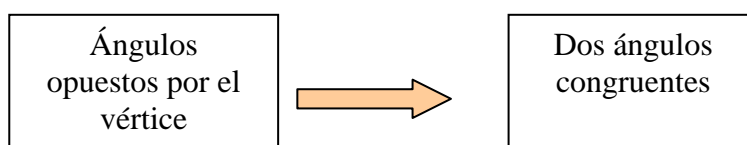
En el ejemplo anterior se dan impulsos para determinar definiciones equivalentes. Textos como estos preparan condiciones para orientar ejercicios que exigen escribir definiciones equivalentes como se concibe en el aparato de asimilación que se aborda posteriormente.

2. Tratamiento de teoremas y demostraciones: formulación de recíprocos y contrarrecíprocos, así como reconocimiento de sus aplicaciones en la solución de ejercicios; condiciones suficientes y necesarias; procedimientos heurísticos para la búsqueda de una vía de demostración.

Para el tratamiento de esta situación típica se enfatiza en las condiciones suficientes y necesarias de una proposición dada. Fundamentalmente se trabajan las condiciones suficientes y necesarias para: el paralelismo de rectas, la congruencia de ángulos y la congruencia de segmentos.

**Ejemplo # 2:** Condiciones suficientes para la congruencia de ángulos. (página 83 del libro)

*El teorema de los ángulos opuestos por el vértice plantea una condición suficiente para la congruencia de dos ángulos.*



En el presente epígrafe se han estudiado otras condiciones suficientes para afirmar la congruencia de dos ángulos, tales como:

- Dos ángulos congruentes a un tercero
- Dos ángulos que tienen la misma amplitud.
- Dos ángulos adyacentes a ángulos congruentes.

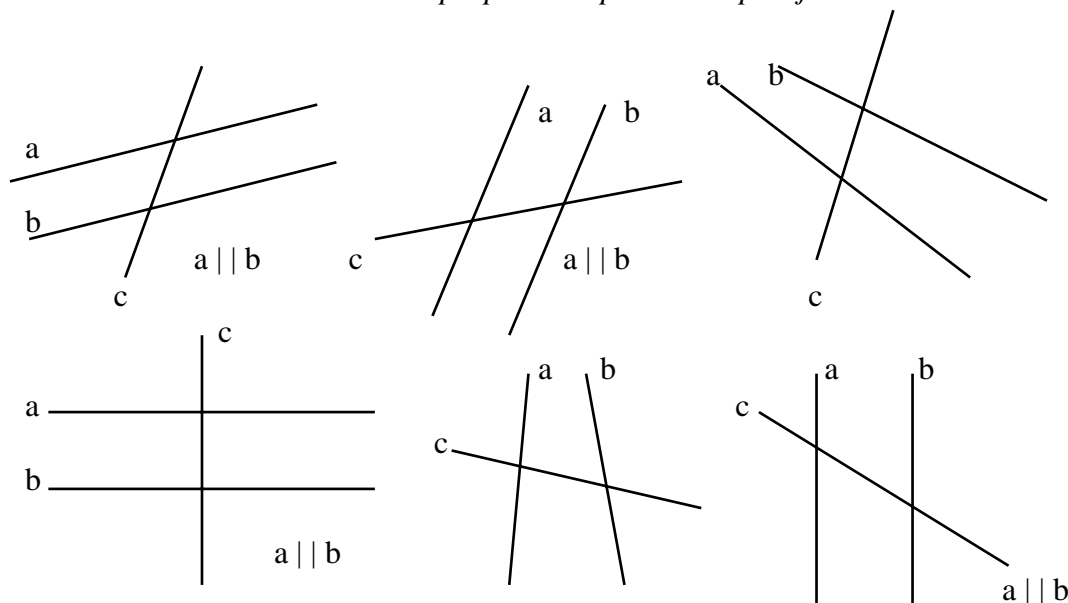
Estas condiciones suficientes le serán muy útiles en la solución de ejercicios fundamentalmente en demostraciones.

En relación con el proceso parcial, búsqueda del teorema, se emplea tanto la vía deductiva como la reductiva. La aplicación de la vía deductiva se emplea en la explicación dada en el componente textual. En el caso de la vía reductiva se utilizan principalmente los procedimientos de mediciones y comparaciones, y las formulaciones de recíprocos y contrarrecíprocos. La búsqueda de teoremas se indica en la mayoría de los casos mediante ejercicios propuestos, o sea, que el componente textual se desarrolla por medio de un componente del no textual, específicamente con el aparato de asimilación, lo que pone de manifiesto el carácter sistémico de los componentes estructurales.

**Ejemplo # 3:** Búsqueda de teoremas por la vía reductiva. (página 120 del libro)



Mida en cada inciso los ángulos que se forman con las rectas  $a$  y  $b$  cortadas por la secante  $c$ . Compare las amplitudes de los ángulos de las distintas parejas (alternos, correspondientes y conjugados). Redacte una proposición para cada pareja.



Para el tratamiento de las demostraciones se dan orientaciones generales a partir de la demostración del primer teorema y se dan indicaciones sobre los tipos de demostración: indirecta y directa. También se plantean impulsos heurísticos; por ejemplo, para los ejercicios de demostrar congruencia de triángulos y se explica y ejemplifica las estrategias hacia adelante y hacia atrás.

*Ejemplo # 4:* Impulsos heurísticos para demostrar la congruencia de triángulos. (página 111 del libro)

**ATENCIÓN:** *Para resolver ejercicios de demostración de congruencia de triángulos resultan muy útil tener en cuenta las siguientes indicaciones:*

1. *Identifique los dos triángulos en cuestión e identifique sus elementos.*
2. *Analice los datos y determine si se plantean o si se pueden deducir algunas congruencias entre los respectivos elementos de los triángulos.*
3. *Escriba todas las congruencias de modo que en el miembro izquierdo (derecho) de cada una aparezcan los elementos de un mismo triángulo.*
4. *Analice la relación de posición que guardan entre sí los elementos de un mismo triángulo que intervienen en las congruencias planteadas y determine si están en correspondencia con algunos de los criterios. Si la respuesta es sí, entonces se ha demostrado la congruencia de los triángulos; pero si es no, entonces comience de nuevo por las primeras indicaciones.*
5. *Si el ejercicio exige demostrar la congruencia de dos lados o de dos ángulos, analice primero si son respectivamente lados o ángulos de dos triángulos y si se puede demostrar la congruencia de estos triángulos.*
6. *Si el ejercicio exige demostrar determinada propiedad de un elemento o alguna relación entre elementos de la figura dada, la que no está expresada por una congruencia, analice si se puede deducir alguna congruencia de la propiedad o relación dada y proceda como se orienta en la indicación anterior.*

### 3.- Tratamiento de las construcciones geométricas:

En el tratamiento de las construcciones geométricas se sigue el criterio de abordar las fundamentales paralelamente con los conceptos geométricos correspondientes; aunque no existan en ese momento los medios matemáticos para fundamentarlas.

Específicamente, las construcciones de rectas paralelas y perpendiculares con regla y cartabón se fundamentan al estudiar los teoremas sobre las parejas de ángulos formados entre dos rectas cortadas por una tercera (Anexo 29, sección II del subepígrafe).

En la sección VII del subepígrafe 3.2.3 se fundamentan las construcciones de la mediatriz de un segmento y de la bisectriz de un ángulo. Además en esta sección se abordan las construcciones de paralelas y perpendiculares con regla y compás, así como las construcciones de triángulos.

Al abordar las primeras construcciones se dan los pasos generales a tener en cuenta al resolver un problema de construcción (Anexo 29, página 30). En el caso de las construcciones de

triángulos se dan impulsos para el análisis partiendo de la figura de análisis (Anexo 29, página 179).

En el estudio de los problemas relativos a las construcciones de triángulos se diferencian dos grandes grupos:

- I.- Problemas de construcción de triángulos en los que solamente intervienen las longitudes de lados o las amplitudes de los ángulos.
- II.- Problemas de construcción de triángulos en los que aparecen entre sus datos longitudes de segmentos de algunas de sus rectas notables.

### B.- Contenido complementario

Los contenidos no obligatorios se han colocado preferentemente en epígrafes independientes a los que contienen los restantes componentes textuales. Específicamente estos epígrafes son:

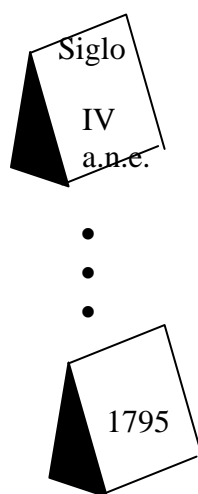
- 1.2.- Breve reseña histórica del desarrollo de la Geometría.
- 1.3.- El método axiomático en la construcción de una teoría.

### C.- Aclaradores textuales

Se han considerado tres tipos fundamentales de aclaraciones o comentarios importantes y en ellas penetran los diferentes principios propuestos, esencialmente los relativos a la historicidad y a la vinculación con la metodología y con la combinatoria.

- 1) Los aclaradores o comentarios relativos al desarrollo histórico de la Geometría como ciencia se han llamado **CURIOSIDADES HISTÓRICAS** y aparecen intercaladas en los diferentes componentes estructurales, aunque con mayor preferencia en el contenido fundamental.

*Ejemplo #5:* Aclarador textual relativo a las curiosidades históricas. (página 29 del libro)



#### **CURIOSIDAD HISTORICA**

Este axioma de paralelas constituye el V postulado de Euclides y fue enunciado originalmente de la manera siguiente:

“ Si una recta que corta a otras dos rectas forma de un mismo lado con ellas ángulos interiores cuya suma es menor que dos rectos, las dos últimas rectas prolongadas indefinidamente se cortan al lado en que la suma de los ángulos es menor que dos rectos.”

Muchos matemáticos dudaron sobre que esta proposición fuera un postulado y atribuyeron a Euclides la incapacidad de demostrarlo a partir de los cuatro postulados anteriores. En el afán de demostrarlo, se enunció en otras formas equivalentes. La forma más corriente de enunciarlo es la siguiente y fue escrita por el inglés John Playfair en 1795.

#### **AXIOMA DE PARALELAS**

*A<sub>p</sub>: Por un punto exterior a una recta se puede trazar una y sólo una paralela a dicha recta.*

- 2) Las aclaraciones o comentarios en las que se ponen de manifiesto la vinculación con la metodología y las ideas combinatorias aparecen fundamentalmente bajo la denominación ATENCION, pero existen acciones de estos principios que no están concebidos bajo el vocablo ATENCION.

Principalmente estas aclaraciones son relativas a la aplicación de algún concepto y su definición (Anexo 29, página 98); teoremas y su demostración (Anexo29, página 27) procedimiento de solución ya sea algorítmica o heurística o idea combinatoria (Anexo 29, página 156, 174, 31). El ejemplo # 4 planteado también es un aclarador textual.

Ejemplo # 6: Aclaración textual relativas a un concepto y su definición. (página 207 del libro)

### **ATENCIÓN**

*En muchas ocasiones se dice que un trapezoide simétrico es aquel trapezoide que tiene dos pares de lados consecutivos congruentes, lo que es falso según se analizó con el trapezoide NMPQ. Pero sí es correcto decir que el trapezoide simétrico tiene dos pares de lados consecutivos congruentes. No es lo mismo decir que: “ El trapezoide simétrico es aquel trapezoide que tiene ...”, que decir: “ El trapezoide simétrico tiene..”*

- 3) Los aclaradores textuales que aparecen en forma de cuadros resúmenes se han concebido con el objetivo de precisar aspectos generales y esenciales de un epígrafe.
- Aclaradores en forma de cuadro resúmenes con el objetivo de enfatizar en la construcción axiomática que se sigue. (Anexo 29, página 45, 70)
  - Aclaradores en forma de cuadros resúmenes con el propósito de recordar proposiciones fundamentales: (Anexo 29, página 34)

Ejemplo # 7: Aclarador relativo a la construcción axiomática realizada. (página 23 del libro)

### **RESUMEN**

*Hasta el momento en la construcción axiomática iniciada de la Planimetría se han establecido dos conceptos básicos: **PUNTO y RECTA**, y una relación básica: LA **RELACIÓN DE INCIDENCIA**.*

### 3.4.2. Concepción de los componentes no textuales

#### D.- Aparato organizativo de la asimilación

La concepción de este aparato resulta importante, pues contribuye a dar cumplimiento a la función de ejercitación y adiestramiento planteado por Gnot y Mazairz y a desarrollar el pensamiento lógico, la imaginación y la creatividad planteados por Mercedes Cordero. La función principal de este aparato es la desarrolladora.

Dada la relación dialéctica que existe entre los componentes estructurales de la categoría didáctica **contenido**, no se puede concebir este aparato aislado de los componentes textuales y además, el aparato organizativo tiene que tomar en consideración el perfil del profesional para quien se destina la literatura.

En la estructuración de este aparato se pueden tener en cuenta diferentes criterios, estos son:

- Lugar en que se ubican en el libro.
  - intercalado en el propio desarrollo del subsistema textual
  - independiente al subsistema textual, al final de un subepígrafe, de un epígrafe o de un capítulo.
- Consideración de ejercicios resueltos o no.
- Niveles de asimilación
- Carácter de solución, algorítmica o heurística.
- Habilidades específicas de la Geometría.
- Habilidades profesionales.

En la organización de este aparato se consideró conveniente plantear ejercicios resueltos que pueden apoyar el estudio independiente de los alumnos, sin que ello limite el desarrollo de la independencia en la búsqueda de soluciones en otros ejercicios, ni la imaginación, ni la creatividad de esta búsqueda. El planteamiento de ejercicios resueltos tiene como objetivo ejemplificar procedimientos de solución. El 100% de los profesores muestreado de las facultades de Educación Primaria planteó que el libro debía tener algunos ejercicios resueltos.

Entre los ejercicios resueltos se plantean:

- Ejercicios que tienen el propósito de aplicar el recíproco y contrarrecíproco de teoremas; así como a partir del análisis de la búsqueda de la vía de solución obtener un algoritmo para su solución: (Anexo 29, página 130)
- Ejercicios resueltos con ideas combinatorias: (Anexo 29, página 25)

*Ejemplo # 8: Ejercicio resuelto con ideas combinatorias. (página 106 del libro)  
Escriba todos los posibles tríos de congruencias entre los respectivos elementos de los triángulos HIJ y RST de modo que resulten congruentes por el criterio de congruencia l a l.*

$$¿ ? \quad \Rightarrow \quad \left\{ \begin{array}{l} HIJ = RST \end{array} \right.$$

ANÁLISIS

*Cada lado de un triángulo puede ser congruente con cualquiera de los tres lados del otro triángulo; luego, suponiendo que un lado sea congruente con un determinado lado del otro, entonces existen dos posibilidades para cada uno de los restantes lados, por lo que se pueden formar  $3 \cdot 2 = 6$  tríos de congruencias diferentes con los respectivos lados de dos triángulos. Pero con cada uno de estos tríos se pueden formar tres pares de congruencias, por tanto existen  $6 \cdot 3 = 18$  posibles pares de congruencias de dos respectivos lados de los dos triángulos.*

*Las posibles congruencias para afirmar que los triángulos dados sean congruentes, por el criterio l a l, están formadas por esos 18 pares y la congruencia de los respectivos ángulos comprendidos en cada caso.*

$$\begin{array}{l}
 1.- HI \cong TR, HJ \cong SR, \angle H \cong \angle R \quad \Rightarrow \\
 2.- HI \cong TR, IJ \cong ST, \angle I \cong \angle T \quad \Rightarrow \\
 3.- HJ \cong SR, IJ \cong ST, \angle J \cong \angle S \quad \Rightarrow \\
 4.- HI \cong TR, HJ \cong ST, \angle H \cong \angle T \quad \Rightarrow \\
 5.- HI \cong TR, IJ \cong SR, \angle I \cong \angle R \quad \Rightarrow \\
 6.- HJ \cong ST, IJ \cong SR, \angle J \cong \angle S \quad \Rightarrow \\
 \bullet \quad \Rightarrow \\
 \bullet \quad \Rightarrow \\
 \bullet \quad \Rightarrow
 \end{array}
 \left. \vphantom{\begin{array}{l} 1.- \\ 2.- \\ 3.- \\ 4.- \\ 5.- \\ 6.- \\ \bullet \\ \bullet \\ \bullet \end{array}} \right\} HIJ = RST$$

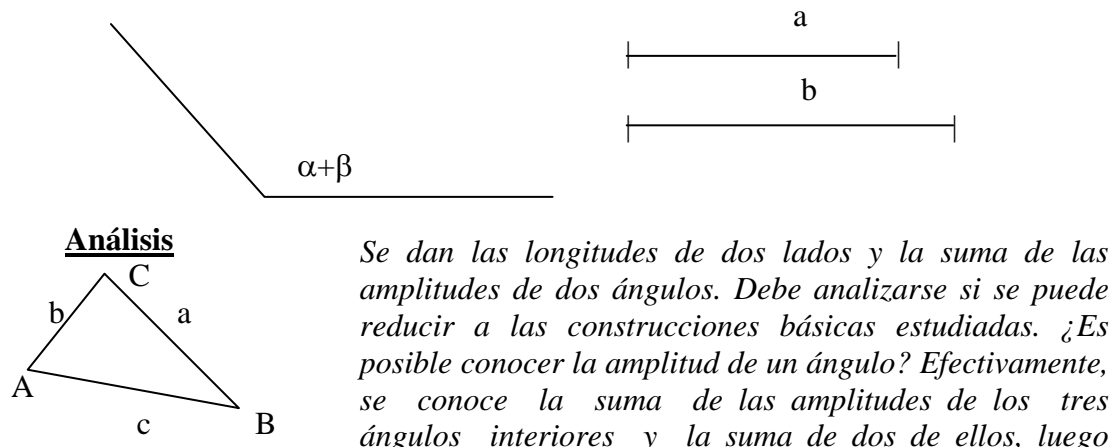
*Las restantes 12 posibilidades se pueden obtener en forma similar.*

Además, se plantean ejercicios propuestos intercalados en el subsistema textual. Entre estos ejercicios se pueden distinguir tres tipos:

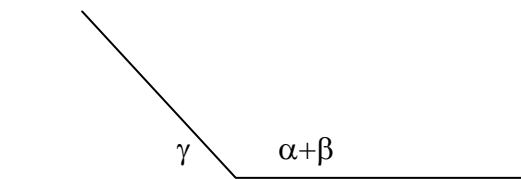
- 1) Ejercicios que tienen como objetivo la asimilación de los conocimientos.
  - Ejercicios para aplicar definiciones de conceptos y escribir definiciones equivalentes: (Anexo 29, página 54, 207)
  - Ejercicios para aplicar teoremas, sus recíprocos y contrarrecíprocos: (Anexo 29, página 83, 84, 223)
  - Ejercicios de construcciones geométricas: (Anexo 29, página 170)
  - Ejercicios con ideas combinatorias: (Anexo 29, página 108, 38)

Ejemplo # 9: Ejercicio resuelto de construcción de triángulo. (Anexo 29,página 194 )

Construir un triángulo ABC, conociendo:



hallar la diferencia entre ambas sumas, de esta forma se obtiene un representante de amplitud  $\gamma$ . Para hallar  $\gamma$ , basta trazar la semirrecta opuesta a uno de los lados del ángulo de amplitud  $\alpha+\beta$  y el ángulo adyacente a este es de amplitud  $\gamma$ .



Luego, este problema se reduce a la construcción básica l.a.l. Se deja al lector la construcción del triángulo.

- 2) Ejercicios que tienen como objetivo la búsqueda de suposiciones: (Anexo 29, página 120, 134, 146)

Ejemplo # 10: Ejercicio para la búsqueda de suposiciones.(Anexo 29, página 233 )



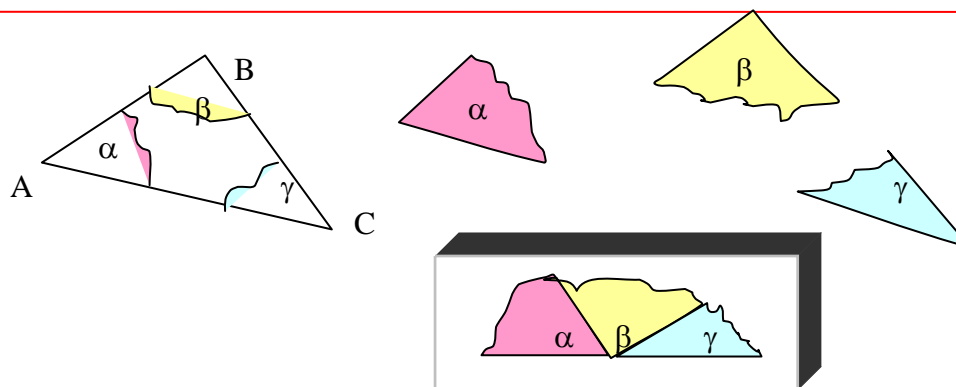
Calque los rombos que se dan como ejemplos NMPQ y RSTQ y trace las diagonales en cada caso. Después doble cada rombo por sus diagonales y observa qué ocurre. Elabore suposiciones con respecto a las diagonales del rombo.

- 3) Ejercicios que tienen como finalidad la elaboración de medios de enseñanza: (Anexo 29, página 144, 156, 257)

Ejemplo # 11: Ejercicio para la construcción de un medio de enseñanza.(Anexo 29,página 140)



Trace un triángulo cualquiera y recorte los ángulos. Después colóquelos uno a continuación de otro en forma consecutiva. Puede pegar pedazos de lija por detrás para que se sujete en franelógrafo. En la siguiente figura se ilustra la actividad.



En cuanto a la distribución de los ejercicios por capítulos se tiene:

- En el primer capítulo no se orientan ejercicios con las finalidades anteriores, lo que está dado por el carácter informativo que tiene sobre aspectos generales; aunque se plantea como actividad para el estudio independiente consultar otras bibliografías para ampliar sobre el desarrollo histórico de la Geometría.
- En el segundo capítulo se tiene como promedio un ejercicio por cada 1,2 página. La mayor cantidad de ejercicios está orientados en los epígrafes dedicados al tratamiento de ángulos, parejas de ángulos y axiomas de medición.
- En el tercer capítulo se tiene como promedio un ejercicio por cada 1,1 página. La sexta parte de los ejercicios propuestos tienen la finalidad de búsqueda de suposiciones y la mayor cantidad de ejercicios están dedicados a la fijación de conceptos y propiedades de los cuadriláteros. Esto último está justificado por ser estas las figuras plana, además del triángulo, que más se trabajan en la escuela primaria.
- El cuarto capítulo tiene como promedio un ejercicio por cada 0,8 página. Los ejercicios están dirigidos en su esencia a la construcción de imágenes y a la búsqueda de suposiciones.

#### *E.- Materiales ilustrativos o ilustraciones gráficas*

En general se han empleado materiales ilustrativos relativos a las representaciones gráficas de los elementos geométricos relacionados con las temáticas que se abordan, Este componente no textual juega un papel muy importante en la literatura propuesta, ya que uno de los objetivos principales de la enseñanza de la Geometría es el desarrollo del pensamiento geométrico espacial, pensamiento que está determinado por las habilidades que se tengan en la representación mediante dibujos o modelos de objetos del espacio real, así como interpretar dibujos de objetos tridimensionales dados en un plano.

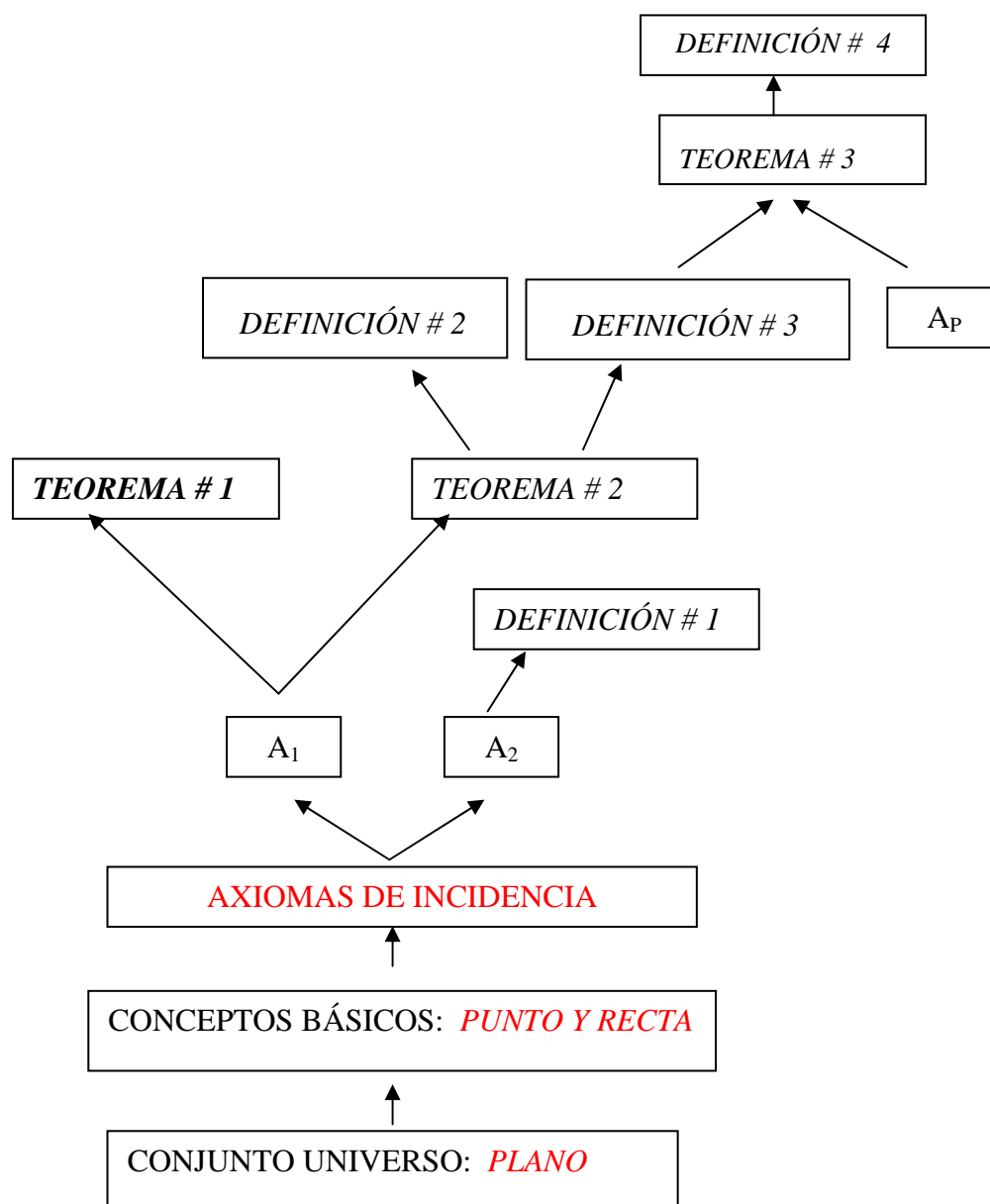
Con la presencia de este componente estructural se contribuye a dar cumplimiento al principio que relaciona la intuición y el rigor, pues aunque con ellas solas no se puede realizar una

demostración, las representaciones sí facilitan la comprensión y el razonamiento de una demostración.

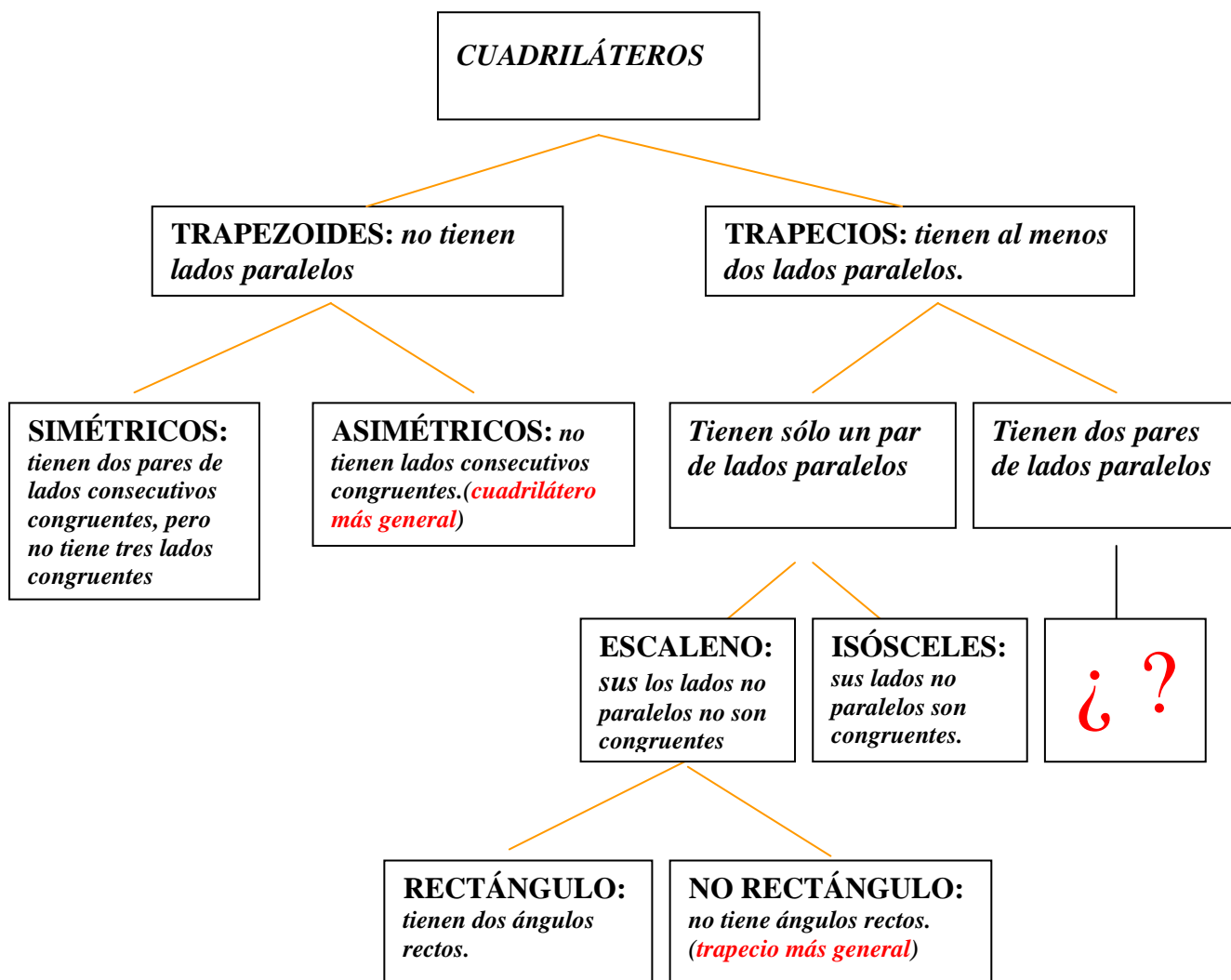
Además se emplean esquemas lógicos con las siguientes finalidades:

1. Para ilustrar de manera resumida los pasos que se han seguido para la construcción axiomática de la Geometría que se desarrolla: (Anexo 29, página 85)
2. Para la sistematización de distintos conceptos: (Anexo 29, página 134)

*Ejemplo # 12:* Esquema lógico para indicar los pasos seguidos en la construcción axiomática (Anexo 29,página 35)



*Ejemplo # 13:* Esquema que sistematiza los conceptos de los cuadriláteros. (Anexo 29, página 222 del libro)





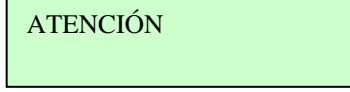
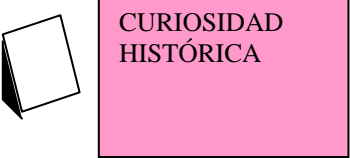

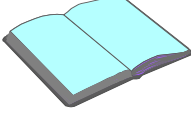

*F.- Aparato que orienta*

Todos los componentes no textuales tienen importancia en la estructuración de una literatura docente, sin embargo se pudiera pensar en que el aparato que orienta es menos importante que los restantes. Esto es un error, pues este componente no textual no tiene como función una simple orientación, sino que en la medida en que esta orientación sea la más eficiente posible entonces contribuye a lograr en los alumnos:

- Una mayor independencia en el uso de los libros y esto propicia una mayor independencia cognoscitiva.
- Una actitud favorable hacia el estudio de la disciplina en cuestión, aumentando el interés y la motivación.

Ejemplificación de las características de los elementos del aparato orientador que se tuvieron en cuenta en el libro propuesto.

- 1.-Introducción: en ella se expone para qué usuarios se destina, sus objetivos principales y se dan orientaciones de la estructuración general del libro, en las que se indica la simbología que se emplea para los distintos componentes estructurales.
- 2.-Índice: en él aparecen los capítulos, epígrafes, subepígrafes y secciones en que se han dividido algunos subepígrafes, de modo que el alumno pueda localizar con la mayor brevedad las temáticas de su interés.
- 3.-Señales o símbolos: se han empleado distintas ilustraciones y colores que constituyen señales para distinguir algunos elementos tanto del propio subsistema no textual como del textual, estos son:

COMPONENTES	DESCRIPCIÓN	ILUSTRACIÓN
<ul style="list-style-type: none"> <li>• DEFINICIÓN</li>   <li>• TEOREMAS</li>   <li>• ACLARACIONES O COMENTARIOS IMPORTANTES.</li> </ul>	<p>El texto de la definición está encerrada en un recuadro relleno en color amarillo.</p> <p>El texto del teorema está encerrado en un recuadro relleno en color azul.</p> <p>Se han utilizado símbolos para dos tipos de los aclaradores textuales, estos son:</p> <p>1.-Las relativas a la aplicación de alguna definición, teorema, algoritmo, impulso heurístico o idea combinatoria. Estas se han denominado con el vocablo <u>ATENCIÓN</u> y aparece en un recuadro relleno en color verde.</p> <p>2.-Las que brindan información histórica sobre algún aspecto de la Geometría y estas se han denominado <u>CURIOSIDAD HISTÓRICA</u> y se han encerrado en un recuadro en color rojo claro y tiene en el margen izquierdo un almanaque que indica el año del hecho que se comenta</p>	   
<ul style="list-style-type: none"> <li>• ACTIVIDADES PARA EL ESTUDIO INDEPENDIENTE</li> </ul>	<p>Se tuvieron en cuenta tres tipos de actividades para el estudio independiente.</p> <p>1.-Actividades para la búsqueda de teoremas o formación de conceptos. Estas actividades se simbolizan con una nube con el signo de interrogación en su interior que indica la acción de pensar.</p> <p>2.- Actividades para la asimilación o fijación de los conceptos y teoremas. Estas se indican con un libro abierto relleno en azul.</p> <p>3.- Actividades encaminadas a la elaboración de medios de enseñanza que pueden ser empleados en el ejercicio de la profesión. Estas se indican con una ilustración de una maestra dando clase.</p>	  

### **3.5.-Valoraciones sobre la propuesta del libro de Geometría**

El libro propuesto ha sido empleado, específicamente, como bibliografía de consulta desde el curso, 1996-1997. En el primer curso que se puso en práctica contó con un ejemplar y los alumnos con dos, que fueron colocados en la biblioteca de la Facultad, con los dos primeros capítulos. A partir del siguiente se trabajó con tres ejemplares completos. Durante estos cursos se realizaron sesiones de trabajo con los profesores para puntualizar la concepción científico-metodológica del curso de Geometría que se desarrolla.

Se realizó una entrevista (Anexo 27) a los dos profesores que emplearon el libro para recoger sus valoraciones al respecto. A continuación se plantean los principales criterios expresados en dicha entrevista:

- Los contenidos que se abordan están en correspondencia con el perfil ocupacional de un maestro primario y permiten tratar con un mayor nivel de profundidad los contenidos que aparecen en los programas de primaria.
- El sistema de axioma es asequible a los alumnos.
- El enfoque metodológico del contenido permite que los alumnos se apropien de aspectos teóricos del tratamiento metodológico de la Geometría, esto se logra con el tratamiento explícito de situaciones típicas de la enseñanza de la Geometría.
- Los ejercicios resueltos son de gran utilidad porque contribuyen al desarrollo del pensamiento lógico y en todos los casos se pone de manifiesto el procedimiento generalizado para la solución de problemas.
- La diferenciación de los ejercicios sí es adecuada, se corresponde con los diferentes niveles de asimilación del contenido y contribuye al desarrollo de habilidades profesionales. Además, propicia el estudio independiente si el profesor hace una correcta orientación de los ejercicios resueltos y los propuestos.
- La estructuración metodológica del libro permite que los alumnos se apropien de la construcción axiomática que se aborda. A esto contribuye la presentación de los axiomas en recuadros destacados, los resúmenes parciales y los esquemas lógicos que se hacen en los primeros epígrafes.
- La estructuración de los capítulos, epígrafes y secciones es adecuada. Resulta de gran valor los resúmenes que aparecen al final de cada epígrafe y las proposiciones para recordar.

- La concepción del aparato orientador empleado en el libro cumple su función, pues permite a los alumnos orientarse en la búsqueda de los diferentes ejercicios y en el caso de las curiosidades históricas resultan llamativas.
- Los principios metodológicos propuestos por el autor se ponen de manifiesto de manera explícita a través de todo el libro.
- Los principales logros del libro están dados en su carácter didáctico, lo que contribuye a interesar a los alumnos por el estudio de la Geometría, y en su correspondencia con el perfil de un maestro primario.

Con la aplicación de un cuestionario (Anexo 28) a los estudiantes se conoció también que: El 100% de ellos tuvo la posibilidad de consultarlo. El 89,6% considera que le resulta fácil la búsqueda de información en la literatura y que los ejemplos de ejercicios resueltos les sirven de guía para resolver otros ejercicios. El 82,7% plantea que está escrito en un lenguaje claro y asequible.

En relación con qué objetivo lo empleaban, se tienen los siguientes resultados:

- El 93,1% lo emplea para el estudio de definiciones y teoremas y el 41,3% plantea que este es el mayor uso que le da.
- EL 100% lo emplea para consultar los ejercicios resueltos y para los ejercicios propuestos y el 58,6% reconoce que es el mayor uso que le da.
- El 48,2% plantea que lo emplea para la búsqueda de informaciones históricas.

### **3.6.-Conclusiones**

*En el libro elaborado se ponen de manifiesto los principios metodológicos propuestos en el segundo capítulo y en él se evidencia que se tuvieron en cuenta las insuficiencias que presentaron los maestros en las investigaciones referidas en la introducción de la tesis.*

*Para la elaboración de un libro debe tenerse en cuenta que por su calidad de intermediario en el proceso enseñanza-aprendizaje; esta debe modelar las funciones: instructiva, desarrolladora y educativa. Por tanto en su estructuración debe tenerse en cuenta que sus diferentes componentes permitan el cumplimiento de estas funciones.*

*La función instructiva se logra en el libro propuesto por medio de los distintos componentes estructurales, pero tiene mayor incidencia el componente textual: contenido fundamental. El contenido se desarrolla con un orden lógico teniendo en cuenta un sistema de axiomas simplificado y un tratamiento metodológico basado en los principios propuestos que garantiza su asequibilidad.*

*La función desarrolladora se cumple principalmente mediante el aparato de asimilación, el que está compuesto por 150 indicaciones para el estudio independiente con un total de 305 ejercicios, de los cuales hay 63 que tienen carácter investigativo y exigen que los alumnos busquen y establezcan relaciones entre los conocimientos adquiridos. Por otra parte, el tratamiento explícito de aspectos metodológicos, dado por uno de los principios propuestos, propicia que los alumnos conozcan algoritmos y procedimientos heurísticos que puedan servirles de base para la solución de nuevas situaciones.*

*El cumplimiento de la función educativa se logra por la contribución que hace a la formación de puntos de vista y concepciones científicas en los estudiantes. En general el perfil profesional que se le imprime al libro con los principios propuestos influye en la educación político- moral de los futuros maestros por cuanto se contribuye a egresar a un licenciado en Educación Primaria mejor preparado en los contenidos geométricos para desempeñar su ocupación profesional.*

*Los profesores que introdujeron el libro propuesto dan una valoración positiva, destacando su correspondencia con el perfil ocupacional del maestro y su contribución al desarrollo del pensamiento lógico. Por su parte los estudiantes reflejan que el libro fue empleado y la mayoría valoran que su estructura facilita su uso y comprensión.*

---

## CONCLUSIONES

1. La caracterización histórica que se hace de la enseñanza de la Geometría en la formación de maestros primarios en Cuba permitió determinar tendencias de esta enseñanza, las que constituyen una fuente para la precisión y fundamentación teórica del tratamiento metodológico de la Geometría en la Licenciatura en Educación Primaria.
2. Los principios metodológicos propuestos enriquecen la didáctica de la enseñanza de la Matemática en la Licenciatura en Educación Primaria. En particular, constituyen postulados generales para la planificación y dirección del tratamiento de la Geometría en correspondencia con el perfil profesional, tienen carácter de sistema y tributan al cumplimiento de los principios generales de la Didáctica.
3. En el proceso de elaboración del libro de Geometría Plana para la formación de un Licenciado en Educación Primaria se tuvo en cuenta un conjunto de pasos que transcurren por tres etapas que siguen el camino de la teoría del conocimiento: el diagnóstico, el pronóstico y la validación. La aplicación de estos pasos permitió que el libro elaborado esté en correspondencia con el perfil de un Licenciado en Educación Primaria, lo que se evidencia con la concreción de los principios metodológicos en su estructuración.
4. En correspondencia con una de las leyes de la Didáctica y los tres campos de los objetivos generales de la enseñanza de la Matemática, a los que la enseñanza de la Geometría tributa de manera relevante, toda literatura docente de Matemática debe cumplir las funciones: instructiva, desarrolladora y educativa. Los componentes estructurales del libro de Geometría Plana del libro elaborado están concebidos de modo que dan cumplimiento a estas funciones.
5. La aplicación de los principios propuestos y su materialización en el libro elaborado inciden de manera positiva en la esfera motivacional, en la formación profesional de los alumnos, en el desarrollo de la independencia cognoscitiva y en el nivel científico-metodológico de los conocimientos geométricos.

## RECOMENDACIONES

1. Generalizar la aplicación los principios metodológicos propuestos en el tratamiento de la Geometría en las facultades de Educación Primaria del país y que a su vez sean de dominio de los profesores de Geometría de la carrera de la Licenciatura en Educación, especialidad Matemática-Computación.
2. Introducir los principios metodológicos propuestos en los distintos cursos de postgrado sobre Geometría para maestros de primaria y profesores de Matemática de la enseñanza general.
3. Generalizar el empleo del libro de Geometría Plana en la carrera de la Licenciatura en Educación Primaria en el país.
4. Determinar un sistema de axiomas para la estructuración de la Geometría del Espacio para la Licenciatura en Educación Primaria en correspondencia con el propuesto en la tesis para la Geometría Plana y proyectar la elaboración de un libro de Geometría del Espacio para esta carrera que tenga en cuenta la concepción científico-metodológico que se siguió en el que se propone en esta tesis.
5. Considerar que los principios metodológicos propuestos son susceptibles de aplicación en otras ramas del saber de la Matemática.

**BIBLIOGRAFIA**

1. ENGELS, FEDERICO. Dialéctica de la Naturaleza/ Federico Engels. - - La Habana : Editora Política, 1979. - - p229.
2. \_\_\_\_\_ Anti-Dühring / Federico Engels. - - Uruguay : Ediciones Pueblos Unidos S. A., 1960. - - p.229.
3. LENIN, V.I. Cuadernos Filosóficos. Obras completas. t. XXXVIII La Habana : Ed. Nacional de Cuba, 1976.- - p 165
4. CONGRESO DEL PARTIDO COMUNISTA DE CUBA, 1., LA HABANA, 1975. Tesis y resoluciones. - - La Habana : DOR, 1976. - - p.395.
5. PROGRAMA DEL PARTIDO COMUNISTA DE CUBA. - - La Habana : Ed. Política, 1987. - - p.46.
6. CASTRO RUZ, FIDEL. La Historia me Absolverá : edición anotada. - - La Habana : Oficina de Publicaciones del consejo de Estado, 1993. - - p.65
7. ABBAGNANO, NICOLA. Diccionario de Filosofía./ Nicola Abbagnano.- - La Habana : Instituto Cubano del Libro, 1963.- -1206 p.
8. ADINE FERNÁNDEZ, FATIMA. Principios para la dirección del proceso pedagógico./ Fatima Adine, Ana M. González, Silvia Recarey. - - La Habana : ISP Enrique José Varona, /s.a./. - - 24p.
9. AGUAYO, A. M. Pedagogía / A. M. Aguayo. - - La Habana : Ed. La Moderna Poesía, 1924. - - p367-398.
10. AGUIAR CUELLA, MAYDÉ. Proyección para la superación del personal docente de los municipios de Cruces, Lajas y Palmira/ Maydé Aguilar Cuella, Nancy Cabrera Benítez; Rosa Pretell González. - - 50h. - - Trabajo de Diploma (FMP). - - Universidad de Cienfuegos; 1995. 50 h
11. ALONSO, YAMIL. Matemática 2/ Yamil Alonso, Rolando Forniero, Ernesto Fernández.- - La Habana : Ed. Pueblo y Educación, 1973. - - 176p.
12. \_\_\_\_\_ Matemática 3/ Yamil Alonso, Rolando Forniero, Ernesto Fernández.- - La Habana : Ed. Pueblo y Educación, 1973. - - 176p.
13. ALSINA, C. Invitación a la Didáctica de la Geometría / Claudi Alsina, Carme Burgués, Josep Fortuny. - - España : Editorial Síntesis, S.A., 1989. - - 142p.
14. \_\_\_\_\_ Materiales para construir La geometría/ Claudi Alsina, Carme Burgués, Josep Fortuny. - - España : Ed. Síntesis, S.A., 1991. - -168p.
15. ÁLVAREZ DE ZAYAS, CARLOS. La escuela de excelencia / Carlos Álvarez de Zayas.. - - Ed. Academia, 1996. - - 94p.
16. \_\_\_\_\_ La escuela en la vida / Carlos Álvarez Zayas. La Habana : Colección Educación y desarrollo, 1992. - -
17. \_\_\_\_\_ Fundamentos teóricos de la dirección del proceso docente educativo en la Educación Superior cubana / Carlos Álvarez Zayas. - - La Habana : MES, 1989. - - 155p.

18. ARANJO GONZÁLEZ, CLARA. Cómo consolidar los conocimientos matemáticos en los alumnos / Clara Arango González, Sergio Ballester Pedroso. - - La Habana : ED. Academia, 1995. - - 16p.
19. ARRIETA, JOSETXU. ¿Qué fue de la Matemática Moderna? En Signo ( España). - - 8/9 enero-junio 1993.
20. Azimut matemáticas 7<sup>0</sup> E.G.B./ Ramón Amiguet García ...[ et. al.] . - - Madrid : Ediciones Anaya, S.A., 1986. - - p254-275.
21. BARANOV, S.P. Pedagogía / S.P. Baranov, L.R.Bolotina, V.A. Slasioni . - - La Habana : Ed. Pueblo y Educación, 1989. - - 356p.
22. Bases teóricas del currículo de Matemáticas en educación secundaria / Ncarnación Castro Martínez... [ et. al.] . - - Madrid : Ed. Síntesis, S. A., 1977. - - 447p.
23. BLUMENTAL, LEONARDO M. Geometría axiomática/ Leonardo M.Blumental. - - España : Ediciones Aquilar, S.A., 1965. - - p.46-59.
24. BONET CHAPLE, RUPERTO. Matemática para Maestros Primarios/ Ruperto Pedro Bonel Chaple, María Emilia Santibáñez Piñera, Lidia Omaida Ramírez Prieto. - - La Habana : Ed. Pueblo y Educación, 1984. - - p.205-352
25. BRUÑO, G. M. Elementos de Geometría/ G. M. Bruño. - - México : Librería de la Vda de C. Bouret, 1921. - - 398p.
26. \_\_\_\_\_ Geometría Superior/ G. M. Bruño.- - Paris; [s..e], [s.a.] . - - 400p
27. CANALS TOLOSA, Ma. ANTONIA. La Geometría en las primeras edades escolares. - - En: Suma ( España ) 25 : p 31- 34 ; junio 1997.
28. CARTAYA COTTA, PERLA. José de la Luz y Caballero y la pedagogía de su época / Perla Cartaya Cotta. - - La Habana : Ed. Ciencias Sociales, 1989. - - 284p.
29. CHÁVEZ RODRÍGUEZ, JUSTO A. Cómo enseñar a confeccionar esquemas lógicos / Justo Chávez Rodríguez, Horacio Díaz Pendás. - - La Habana : Ed. Pueblo y Educación, 1988. -20p.
30. \_\_\_\_\_ Del Ideario Pedagógico de José de la Luz y Caballero / Justo A. Chávez Rodríguez. - - La Habana : Ed. Pueblo y Educación.- -1992, 184p.
31. \_\_\_\_\_ Tendencias contemporáneas para transformar la educación en los países iberoamericanos / Justo Chávez Rodríguez. - - México : Ediciones INAES, 1996. - - 55p.
32. Consultor universal MONSA. Ciencia y tecnología I volumen 3. - - Barcelona : Ediciones Océano-Éxito, S.A., 1989. - - p. 641-670
33. CORDERO BRETÓN, MERCEDES. El libro de texto. Su papel en la literatura docente/ Mercedes Cordero Bretón. - - La Habana : Ministerio de Educación Superior, 1979.
34. CUBA, MINISTERIO DE EDUCACIÓN. Caracterización de la carrera : curso regular diurno. Plan C. - - La Habana : Ministerio de Educación, [1992]
35. CUBA, MINISTERIO DE EDUCACIÓN. Datos generales del programa. formación de maestros primarios. Asignatura Matemática. Tercer / Ministerio de Educación. - - La Habana , 1988. - - 15p.

Material mimeografiado.

36. CUBA, MINISTERIO DE EDUCACIÓN. Indicaciones sobre el tratamiento de la unidad IV y V. Geometría Plana. I y II / Ministerio de Educación. - - La Habana ,[s.a.]. - - 18p.  
Material mimeografiado.
37. CUBA, MINISTERIO DE EDUCACIÓN. Matemática : Primer Grado. Programa / Ministerio de Educación. - - La Habana : Ed. Pueblo y Educación, 1988. - - p42-65.
38. CUBA, MINISTERIO DE EDUCACIÓN. Matemática : Segundo Grado. Programa / Ministerio de Educación. - - La Habana : Ed. Pueblo y Educación, 1989. - - 19p.  
Material mimeografiado en el Instituto Superior Técnico de Cienfuegos.
39. CUBA, MINISTERIO DE EDUCACIÓN. Matemática : Tercer Grado. Programa / Ministerio de Educación. - - La Habana : Ed. Pueblo y Educación, 1990. - - p53-76.
40. CUBA, MINISTERIO DE EDUCACIÓN. Matemática : Cuarto Grado. Programa / Ministerio de Educación. - - La Habana : Ed. Pueblo y Educación, 1990. - - 18p.  
Material mimeografiado en el Instituto Superior Técnico de Cienfuegos.
41. CUBA, MINISTERIO DE EDUCACIÓN. Matemática : Quinto Grado. Programa / Ministerio de Educación. - - La Habana : Ed. Pueblo y Educación, 1989. - - p50-64.
42. CUBA, MINISTERIO DE EDUCACIÓN. Matemática : Sexto Grado. Programa / Ministerio de Educación. - - La Habana : Ed. Pueblo y Educación, 1990. - - p65-80.
43. CUBA, MINISTERIO DE EDUCACIÓN. Matemática Séptimo Grado. - - 3.ed . - - La Habana : Ed. Pueblo y Educación, 1973. - - 547p.
44. CUBA, MINISTERIO DE EDUCACIÓN. Orientaciones Metodológicas / Ministerio de Educación. - - La Habana , [s.a.]. - - 50p.  
Material mimeografiado.
45. CUBA, MINISTERIO DE EDUCACIÓN. Pedagogía/ Ministerio de Educación. - - La Habana : Ed. Pueblo y Educación, 1981.- - 547p.
46. CUBA, MINISTERIO DE EDUCACIÓN. Programa de Matemática. Escuelas de Formación de Maestros Primarios. Primer año. Primer semestre/ Ministerio de Educación. - - La Habana , 1972. - - 13p.
47. CUBA, MINISTERIO DE EDUCACIÓN. Programa de Matemática. Escuelas de Formación de Maestros Primarios. Primer año. Segundo semestre/ Ministerio de Educación. - - La Habana , 1972. - - 22p.
48. CUBA, MINISTERIO DE EDUCACIÓN. Programa de Matemática. Escuelas de Formación de Maestros Primarios. Segundo año. Primer semestre/ Ministerio de Educación. - - La Habana , 1972. - - 26p.
49. CUBA, MINISTERIO DE EDUCACIÓN. Programa de Matemática. Escuelas de Formación de Maestros Primarios. Segundo año. Segundo semestre/ Ministerio de Educación. - - La Habana, 1972. - - 21p.
50. CUBA, MINISTERIO DE EDUCACIÓN. Programas de Matemática. Escuelas Pedagógicas / Ministerio de Educación. - - La Habana : Ed. Pueblo y Educación , 1980. - - 142p.
51. DANILOV, M. A. Didáctica de la Escuela Media / M. A. Danilov, M. N. Skatkin. - - La Habana : Ed. Pueblo y Educación, 1978. - - 366p.

- 
52. DAVÝDOV, V.V. Tipos de generalización en la enseñanza/ V. V.Davýdov. - - La Habana : Ed. Pueblo y Educación, /s.a./ - - 489p.
53. DÍAZ CHONG, ESPERANZA. Proyección para la superación de metodólogos, directores y maestros de la escuela primaria del municipio de Cienfuegos / Esperanza Díaz Chong, Mercedes Martínez; Rosa Pretell González. - - 34h. - - Trabajo de Diploma (FMP). - -Universidad de Cienfuegos. - - 1995.
54. Didáctica 2. parte.- - La Habana : Ed. Pedagógica, 1966. - - p223-249.
55. EFÍMOV, N.V. Geometría Superior / N. V. Efímov. - - Moscú : Editorial Mir, 1978. - - 503p
56. ESCALONA, DULCE M. La enseñanza de la geometría demostrativa/ Dulce M. Escalona. - - p. 189-194. - - En Revista de la Sociedad Cubana de Ciencias Físicas y Matemáticas. ( La Habana) no. 6, diciembre 1944
57. FERNÁNDEZ, MANUEL. El libro de texto en el desarrollo del currículum/ Manuel Fernández. - - p.56-59. - - En Cuadernos Pedagógicos. ( Barcelona) no. 168, marzo 1989.
58. FITERRRE RIVAS, IGNACIO. Matemática Segundo Curso/ Ignacio Fiterre Rivas. - - 8 ed. - - La Habana : Ed. Selectiva, 1957. - - 264p.
59. FLÓREZ ARCO, ARMANDO. Una propuesta de estructuración de un curso de Geometría del espacio para el nivel medio superior en Cuba/ Armando Flórez Arco. - - 206h. - - Tesis de Grado (Candidato a Doctor en Ciencias pedagógicas).- - Instituto Central de Ciencias Pedagógicas; La Habana, 1991
60. FREUDENTHAL, H. Las Matemáticas en la vida cotidiana. / H. Freudenthal. - - /s.l. / : / s.n. / , / s.a. / . - - 254 p.
61. GALINDO, CLAUDIA. Desarrollo de habilidades básicas para la comprensión de la Geometría / Claudia Galindo. - - p49-58. - - En Revista EMA. (Colombia) no 1, noviembre 1996.
62. Geometría/ Sergio Castro...[et. al.]. - - La Habana : Ed. Pueblo y Educación, 1992. - - 196p.
63. Geometría Elemental. Escuelas Pedagógicas / Jorge Carbonell Pérez... [ et. al.] . - - / s.l / : / s.n / , / s.a / . - - 127p.
64. Geometría Segundo Grado. - - 8. Ed. - - Barcelona : Ed. F.T.D., 1928. - - 224p.
65. GNOT, MILAN. Algunas cuestiones sobre la confección de literatura docente para los CES/ Milan Gnot. - - p.71-77. - - En Revista Internacional de Países Socialistas. ( La Habana ) año42, no.2 ,1983.
66. GONZÁLEZ CASTRO, VICENTE. Diccionario Cubano de Medios de Enseñanza y términos afines / Vicente González Castro. - - La Habana : Editorial Pueblo y Educación, 1990. - - 287p.
67. \_\_\_\_\_ Teoría y Práctica de los Medios de Enseñanza / Vicente González Castro. - - La Habana : Editorial Pueblo y Educación, 1986. - - 436p.
68. GONZÁLEZ CONCEPCIÓN, JORGE F. El rol de la Geometría en al formación del profesor/ Jorge F. González Concepción. - - 152h. - - Tesis de Maestría. - - Instituto Superior pedagógico; Villa Clara, 1996

- 
69. GONZÁLEZ MARIO O./ Matemática Quinto curso. Complementos de Aritmética y Algebra / Mario O. González. - - La Habana : Ed. Pueblo y Educación, / s.a./ - - p 11-14.
70. Historia de la Pedagogía en Cuba / Rolando Buenavilla Recio...[ et. al]. - - La Habana : Ed. Pueblo y Educación, 1995. - - 180p.
71. HOGBEN, LANCELOT. 25.000 Años de Matemáticas/ Lancelot Hogben.- - Barcelona : Ediciones Daimon, 1959. - - 69p.
72. Influencias de la Psicología en la Educación Matemática iberoamericana / Paúl Torres...[ et. al]. - - La Habana : Instituto Superior Pedagógico Enrique José Varona, 1998. - - 33p.
73. Influencias de los matemáticos en la Educación Matemática iberoamericana / Paúl Torres...[ et. al]. - - La Habana : Instituto Superior Pedagógico Enrique José Varona, 1998. - - 41p.
74. JAIME PASTOR, ACELA. El grupo de las Isometrías del Plano/ Acela Jaime Pastor, Angel Gutiérrez Rodríguez. - - Madrid : Ed. Síntesis, S. A, 1996. - - 236p.
75. JUNGK, WERNER. Conferencias sobre metodología de la enseñanza de la Matemática 1 / Werner Jungk. - - La Habana : Ed. Pueblo y Educación, /s.a./ - - 199p.
76. \_\_\_\_\_ Conferencias sobre metodología de la enseñanza de la Matemática 2 / Werner Jungk. - - La Habana : Ed. Libros para la Educación, 1981. - - 176p.
77. \_\_\_\_\_ Conferencias sobre metodología de la enseñanza de la Matemática 3 / Werner Jungk. - - La Habana : Ed. Pueblo y Educación, 1982. - - 302p.
78. KLINGBERG, LOTHAR. Introducción a la Didáctica General/ Lothar Klingberg. - - La Habana : Ed. Pueblo y Educación, 1972. - - 447p.
79. LABARRERE REYES, GUILLERMINA. Pedagogía/ Guillermina Labarrere Reyes, Gladys Valdivia Pairol. - - La Habana : Ed. Pueblo y Educación, 1988. - - 354p.
80. LARGER, O. Organización Escolar. Primera parte. Escuela Normal para Maestros / O. Larger. - - La Habana : Editorial Carlos M Felipe, / s. a./ -- p.
81. Lecciones para todos.  
Material audiovisual y bibliográfico para ayudar y orientación de profesores y alumnos del primer año de la Enseñanza Secundaria Básica.- - /s.l/ : /s.n/, 1961. - - 2t.
82. LÓPEZ PÉREZ, ABEL. Tratamiento de los polígonos en las escuelas primarias del municipio de Abreus/ Abel López Pérez López, Milays Prado Pérez; Robert Barcia Martínez. - -63h. - - Trabajo de Diploma (FMP) . - - Universidad, Cienfuegos. - - 1998.
83. MALAGÓN, YANETH. Una opción de clase de Matemáticas a nivel medio / Yaneth Malagón. - - En Nodos y Nudos. ( Bogotá), no 1, 1995.
84. MALARA, NICOLINA. El planteamiento de problemas y el razonamiento hipotético en Geometría / Nicolina A. Malara, Loredana Gherpelli . - - En Didáctica de las Matemáticas. (Italia), no 1, 1995
85. MANRIQUE BELLO, SILVINO. Introducción al estudio de la Geometría Plana/ Silvino Manrique Bello - - La Habana : Imprenta Universitaria André Voisin, 1967. - - 113p.

- 
86. Manual o guía para los exámenes de maestros cubanos/ Enrique José Varona...[et. al.]. - - La Habana : Librería e Imprenta. La moderna Poesía, 1904.- - p172-236
87. MAREV, IVÁN. Problemas actuales de la teoría del libro de texto universitario/ Iván Marev, Peter Petrov. - - En Revista Internacional de Países Socialistas. ( La Habana ), no.3, 1977.
88. MARTÍN PEDRAZA, CARMEN ROSA. Proyección para la superación de Los metodólogos, directores y maestros de la enseñanza primaria del municipio de Cumanayagua / Carmen R. Martín Pedraza, Saraí Carvajal Romero; Rosa Pretell González. - -36h. - - Trabajo de Diploma (FMP). - - Universidad, Cienfuegos. - - 1995.
89. MARTÍNEZ RECIO, A. Una metodología activa y lúcida para la Enseñanza de la Geometría / A. Martínez Recio, F.Juan Rivaya. - - Madrid : Ed. Síntesis S. A, 1989. - - 144p
90. Matemática / Celia Rizo Cabrera ... | et. Al|. En : Orientaciones Metodológicas de Cuatro Grado. - - La Habana : Ed .Pueblo y Educación, 1991.- - 106p.  
Material mimeografiado en el Instituto Superior Técnico de Cienfuegos.
91. Matemática / Celia Rizo Cabrera ... | et. al|. En : Orientaciones Metodológicas de Quinto Grado. - - La Habana : Ed. Pueblo y Educación, 1989. - - p 1-182.
92. Matemática / Celia Rizo Cabrera ... | et. al|. En : Orientaciones Metodológicas de Sexto Grado. - - La Habana : Ed. Pueblo y Educación, 1990. - - p 1-182.
93. Matemática / Miriam Villalón Incháustegui ... | et. al|. En : Orientaciones Metodológicas de Primer Grado. - - La Habana : Ed. Pueblo y Educación, 1988. - - p 3-122.
94. Matemática / Miriam Villalón Incháustegui ... | et. al|. En : Orientaciones Metodológicas de Tercer Grado. - - La Habana : Ed. Pueblo y Educación, 1990. - - p 3-128.
95. Matemática / Rosa L.Peña Gálvez ... | et. al|. En : Orientaciones Metodológicas de Segundo Grado. - - La Habana : Ed. Pueblo y Educación, 1989. - - p 1-121.
96. Matemática 1 / Miriam Villalón Incháustegui...| et. al|. - - La Habana : Ed. Pueblo y Educación, 1988. - - 136p.
97. Matemática 2 / Miriam Villalón Incháustegui... | et. al|. - - La Habana : Ed. Pueblo y Educación, 1989. - - 160p.
98. Matemática 3 / Miriam Villalón Incháustegui... | et. al|. - - La Habana : Ed. Pueblo y Educación, 1990. - - 173p.
99. Matemática 4 / Celia Rizo Cabrera ... | et. al|. - - La Habana : Ed. Pueblo y Educación, 1991. - - 203p.
100. Matemática 5 / Celia Rizo Cabrera ... | et. al|. - - La Habana : Ed. Pueblo y Educación, 1989. - - 254p.
101. Matemática 6 / Celia Rizo Cabrera ... | et. al|. - - La Habana : Ed. Pueblo y Educación, 1990. - - 247p.
102. Matemática séptimo grado / Félix Muñoz Baños...[et. al.].- - La Habana : Ed. Pueblo y Educación, 1989.- - 206p.

103. MAZIARZ, C. Aspectos de la optimización de la estructura interna del libro de texto universitario/C. Maziarz. - - p. 55-70. - - En Revista Internacional de Países Socialistas. ( La Habana ) año 42, no.2, 1983.
104. Metodología de la enseñanza de la Matemática 1/ Sergio Ballester Pedroso...[ et. al.]- - La Habana : Ed, Pueblo y Educación, 1992. - - 459p.
105. Metodología de la enseñanza de la Matemática.de 1.a 4. grado. tercera parte./ Ostr E. Geissler...[ et. al.]- - La Habana : Ed. Pueblo y Educación , 1989. - - 193p.
106. Metodología de la investigación educacional / Gastón Pérez Rodríguez...[ et. al.]. - - La Habana : Ed. Pueblo y Educación, 1996. - - 139p.
107. MIYARES, ARTURO. Matemática. Segundo Curso. Geometría/ Arturo Miyares, José M. Escalona. - - Cuarta edición. - - La Habana : Editora Ministerio de Educación, 1964. - -208p.
108. MÜLLER, HORST. Conceptos básicos de la Geometría Plana I / Horst Müller. – Primera edición. - - La Habana : Ed. Pueblo y Educación, 1975. - - 102 p.
109. \_\_\_\_\_ Conceptos básicos de la Geometría Plana II / Horst Müller. – Primera edición. - - La Habana : Ed. Pueblo y Educación, 1977. - - 140 p.
110. \_\_\_\_\_ Conceptos básicos de la Geometría Plana III / Horst Müller. – Primera edición. - - La Habana : Ed. Pueblo y Educación, 1980. - - 103 p.
111. NOCEDO LEÓN, IRMA. Metodología de la investigación pedagógica y psicológica. / Irma Nocedo León, Eddy Abreu Guerra. - - La Habana : Ed. Pueblo y Educación, 1984. - - t.2.
112. Nuevas transformaciones a los programas de Matemática de la escuela primaria. - - Cienfuegos: Instituto Superior Técnico de Cienfuegos. Facultad de Educación Primaria. - - 20p
113. PAZ SORDÍA, ANTONIO. Geometría. Matemática Tercer curso. - - La Habana : Ed. Pedagógica, 1966. - - 166p
114. PÉREZ MARTÍNEZ, ISIDRO. Dibujo Lineal y de Adorno/ Isidro Pérez Martínez. - - La Habana : Imprenta y Librería La Moderna Poesía, 1926. - -191p.
115. PÉREZ, EMMA. Historia de la Pedagogía en Cuba. Desde los orígenes hasta la Guerra de Independencia / Emma Pérez. - - La Habana : Ed. Cultural S.A, 1945. - - 390p.
116. PÉREZ RODRÍGUEZ, GASTÓN. Metodología de la investigación pedagógica y psicológica. Tomo 1 / Gastón Pérez Rodríguez, Irma Nocedo León. - - La Habana : Ed. Pueblo y Educación, 1983. - - 116p.
117. PETROVSKY, A. Psicología General / A. Petrovsky. - - Moscú : Ed. Progreso, 1980. - - 422p.
118. POGORÉLOV, A.V. Geometría Elemental / A.V. Pogorélov. - - Moscú : Ed. Mir, 1974 . - - 224p.
119. PRIATOSTE, FELIPE. Elementos de Matemática. Geometría/ Felipe Priatoste. - - 9.ed.. - - Madrid : Librería e imprenta de los sucesoes de Hernando, 1917. - - 324p
120. Programa / Enrique Álvarez... [ et. al.]. - - La Habana : MINED, 1991. - - 21p  
Carrera Educación Primaria. Curso regular diurno. Plan C. Disciplina Matemática

121. Real decreto. Estableciendo un nuevo plan de estudios para la Isla de Cuba. - - La Habana : Imprenta del Gobierno y Capitanía General por S. M, 1863. - - p.37 – 50
122. Reglamento para las Escuelas Normales de la República. Publicado en la Gaceta Oficial el 25/11/1927
123. REY PASTOR, J. Geometría racional/ J. Rey Pastor. - - Buenos Aires, 1933. - - 190 p.
124. RIBNIKOV, K. Historia de las Matemáticas/ K. Ribnikov. - - Moscú : Ed. MIR, 1987. - - 487p.
125. RICO, LUIS. Consideraciones sobre el currículo escolar de matemáticas/ Luis Rico. - - p.4 –24. - - En Revista EMA (Colombia). - - vol 1, No.1, noviembre 1995.
126. RIZO CABRERA, CELIA. Estructuración del curso de Geometría de cuarto a sexto grados basados en las transformaciones y la congruencia. / Celia Rizo Cabrera. - - 384h. - - Tesis de grado ( C. DR en Ciencias Pedagógicas ). - - Instituto Central de Ciencias Pedagógicas; La Habana, 1987.
127. \_\_\_\_\_ Sobre la historia de la enseñanza de la Geometría en los niveles medio y elemental en Cuba. En Varona . ( La Habana). - - año IX , no. 18, enero- junio 1987.
128. ROSENTAL, M. Diccionario Filosófico / M. Rosental, P. Ludin. - - La Habana : Instituto Cubano del Libro, 1981. - - 498 p.
129. RUIZ DE UGARRIO, GLORIA. Como enseñar la Aritmética en la escuela primaria / Gloria Ruiz de Ugarrío . - - La Habana: Editora Pedagógica, 1965.- - p255-280.
130. SABINA FUENTE, MAYRA. Necesidades de Superación de los Maestros en el Tratamiento de la Geometría en el Primer ciclo / Mayra Sabina Fuentes, Carmen M. Varela Avila; Robert Barcia Martínez. - - 74h. - - Trabajo de Diploma (F.MP). - - Universidad, Cienfuegos, 1996.
131. SAVIN, N.V. Pedagogía / N. V. Savin. - - La Habana : Ed. Pueblo y Educación, 1972. - - 317p.
132. Secretaría de instrucción pública y bellas artes. Ley de 16 de marzo de 1915, creando las Escuelas Normales/ Secretaría de instrucción pública y bellas artes. - - La Habana : Imprenta y Papelería de Rambla, Bouza y Co., 1915. - - 58p.
133. Secretaría de instrucción pública y bellas artes. Decreto Num.1, 153. Plan y cursos de estudios para las Escuelas Normales/ Secretaría de instrucción pública y bellas artes. - - La Habana : Imprenta y Papelería de Rambla, Bouza y Co., 1929. - - p.37-50.
134. SOTO DEL CAMINO, Pedro. Organización del Estado Actual de la Escuela Normal para Maestros de Cienfuegos/ Pedro Soto del Camino. - - Tesis de Grado. - - Universidad de La Habana, 1958.
135. STARKE, HORT. Fundamentos teóricos de la enseñanza de la Geometría y orientaciones metódicas sobre la estructuración de la enseñanza / Hort Starke, Wolfram Türke. - - La Habana : Ed. Pueblo y Educación, 1974. - - 220p.
136. TALIZINA, NINA F. La formación de la actividad cognoscitiva de los escolares/ Nina F. Talizina.- - La Habana, 1987. - - 100p.
137. TANEGUCHI, PABLO. Cómo superar las matemáticas de 3<sup>o</sup> de B.U.P/ Pablo Taneguchi. - - Barcelona : Ed. EDUNSA, 1980. - -

- 
138. Tendencias de los educadores matemáticos iberoamericanos / Paúl Torres...[ et. al.].- - La Habana : Instituto Superior Pedagógico Enrique José Varona, 1998. - - 41p.
139. Tendencias pedagógicas contemporáneas. Corporación Universitaria de Ibagué. - - Colombia : El Poira Editores e Impresores S.A., 1996. - - 175p.
140. THOMPSON, J.E. Geometría / J.E. Thompson. - - México : Ed. UTEHA, 1961. - - 345 p
141. TORRES SANTOMÉ, JURJO. Libros de texto y control del currículum/ Jurjo Torres Santomé. - - p.50-55. - - En Cuadernos Pedagógicos. ( Barcelona) no. 168, marzo 1989
142. VALLE LIMA, ALBERTO D. Elementos de la Didáctica General / Alberto D. Valle Lima. 1999.  
Material mimeografiado
143. \_\_\_\_\_ La preparación Matemática de los estudiantes de la Formación de Maestros primarios y su relación con las exigencias sociales actuales./ Alberto D. Valle Lima.- - 143h. - - Tesis de grado (Candidato a doctor en Ciencias Pedagógicas). - - Instituto Central de Ciencias Pedagógicas; La Habana, 1988.
144. VIGOTSKY, LEV S. Pensamiento y Lenguaje / Lev S. Vigotsky. - - La Habana: Ed. Pueblo y Educación, 1982. - - 150p.
145. WUSSING, H. Conferencias sobre Historia de la Matemática/ H. Wussing. - - La Habana : Ed. Pueblo y Educación, 1989.- - 282p.
146. ZILLMER, WOLFGANG. Complementos de Metodología de la enseñanza de la Matemática / Wolfgang Zillmer - - La Habana : Ed. Libros para la Educación, 1981. - - 230p.
147. \_\_\_\_\_ Matemática. Tercer año. Curso básico/ Wolfgang Zillmer, Alberto Valle Lima. - - La Habana : Ed. Libros para la Educación, 1981. - - 55p.
148. \_\_\_\_\_ Orientaciones Metodológicas Matemática. Tercer año. Curso especialización/ Wolfgang Zillmer, Alberto Valle Lima. - - La Habana : Ed. Libros para la Educación, 1981. - - 94p.

## ANEXOS

### ANEXO 1 Niveles de razonamiento para la comprensión de la Geometría planteados en el modelo de Van Hiele

Nivel 1(Reconocimiento).

- a) Percepción global de las figuras.
- b) Percepción individual de las figuras.
- c) Uso de propiedades imprecisas para identificar, comparar, ordenar, o caracterizar figuras.
- d) Aprendizaje de un vocabulario matemático básico para hablar de las figuras, describirlas, etc., acompañado de otros términos de uso común que sustituyen a los matemáticos.
- e) No se suelen reconocer explícitamente las partes que componen las figuras ni sus propiedades matemáticas.

Nivel 2(Análisis).

- a) Reconocimiento de que las figuras geométricas están formadas por partes o elementos y están dotadas de propiedades matemáticas. Se describen las partes que integran una figura y se enuncian sus propiedades. Se es capaz de analizar las propiedades matemáticas de las figuras.
- b) La definición de un concepto consiste en el recitado de una lista de propiedades, lo más exhaustiva posible, pero en la que puede haber omisiones de características necesarias.
- c) No se relacionan diferentes propiedades de una figura entre sí o con las de otras figuras. No se establecen clasificaciones a partir de relaciones entre propiedades.
- d) La deducción de propiedades se hace mediante experimentación. Se generalizan dichas propiedades a todas las figuras de la misma familia.
- e) La demostración de una propiedad se realiza mediante su comprobación en uno o pocos casos.

Nivel 3 (Clasificación)

- a) Capacidad para relacionar propiedades de una figura entre sí o con las de otras figuras.
- b) Comprensión de lo que es una definición matemática y sus requisitos. Se definen correctamente conceptos y familias de figuras.
- c) La demostración de una propiedad se basa en la justificación general de su veracidad, para lo cual se usan razonamientos deductivos formales.
- d) Comprensión realización de implicaciones simples en un razonamiento formal. Comprensión de los pasos de una demostración explicada por el profesor. Capacidad para repetir tal demostración y adaptarla a otra situación análoga.
- e) Incapacidad para realizar demostraciones formales completas. No se logra una visión global de las demostraciones y no se comprende su estructura.

Nivel 4 (Deducción formal)

- a) Realización de las demostraciones mediante razonamientos deductivos formales.
- b) Capacidad para comprender y desarrollar demostraciones formales. Capacidad para adquirir una visión global de las demostraciones y para comprender la misión de cada implicación simple en el conjunto.

- c) Aceptación de la posibilidad de demostrar un resultado mediante diferentes formas de demostración o a partir de distintas premisas.
- d) Aceptación de la existencia de definiciones equivalentes de un concepto y uso indistinto de ellas.
- e) Capacidad para comprender la estructuración axiomática de las matemáticas: Significado y uso de axiomas, definiciones, teoremas, términos no definidos, etc.

Nivel 5(Rigor)

- a) Posibilidad de trabajar en sistemas axiomáticos distintos del usual de la geometría euclídea.
- b) Capacidad para realizar deducciones abstractas basándose en un sistema de axiomas determinado.
- c) Capacidad para establecer la consistencia de un sistema de axiomas.
- d) Comprensión de la importancia de la precisión al tratar los fundamentos y las relaciones entre estructuras matemáticas.

## ANEXO 2 Habilidades básicas en Geometría según Hoffer

		Nivel				
		I	II	III	IV	V
H A B I L I D A D E S	<b>V I S U A L</b>	Reconocer diferentes figuras en un dibujo  Reconocer información contenida en una figura.	Notar propiedades de una figura.  Identificar una figura como parte de una mayor.	Reconocer interrelaciones entre diferentes tipos de figuras. Reconocer las propiedades comunes de diferentes tipos de figuras.	Utilizar información de otra figura para deducir más información.	Reconocer supuestos injustificados hechos al usar figuras. Concebir figuras relacionadas en varios sistemas deductivos.
	<b>V E R B A L</b>	Asociar el nombre correcto con una figura dada. Interpretar frases que describen figuras.	Describir adecuadamente varias propiedades de una figura.	Definir palabras adecuadas y concisamente. Formular frases que muestren relaciones entre figuras.	Comprender las distinciones entre definiciones, postulados y teoremas. Reconocer qué información da un problema y qué información hay que hallar.	Formular extensiones de resultados conocidos.  Describir varios sistemas deductivos.
	<b>P D A I R B U J A R</b>	Hacer dibujos de figuras, nombrando adecuadamente las partes.	Traducir información verbal dada en un dibujo.  Utilizar las propiedades dadas de una figura para dibujarla o construirla.	Dada cierta figura construir otras relacionadas con la primera.	Reconocer cómo y cuándo usar elementos auxiliares en una figura. Deducir de información dada cómo dibujar una figura específica.	Comprender las limitaciones y capacidades de varios elementos de dibujo. Representar gráficamente conceptos no estándar en varios sistemas deductivos.
	<b>L Ó G I C A</b>	Darse cuenta de que hay diferencias y similitudes entre figuras. Comprender la conservación de las figuras en distintas posiciones.	Comprender que las figuras pueden clasificarse en diferentes tipos. Notar que las propiedades sirven para distinguir las figuras.	Comprender las cualidades de una buena definición. Usar las propiedades para determinar si una clase de figuras está contenida en otra.	Utilizar las reglas de la lógica para desarrollar demostraciones. Poder deducir consecuencias de la información dada.	Comprender las capacidades y limitaciones de supuestos y postulados. Saber cuándo un sistema de postulados es independiente, consistente y categórico.
	<b>P M A O R D E L A R</b>	Identificar formas geométricas en objetos físicos.	Reconocer propiedades geométricas de objetos físicos. Representar fenómenos en un modelo.	Comprender el concepto de un modelo matemático que representa relaciones entre objetos.	Poder deducir propiedades de objetos de información dada. Poder resolver problemas relacionados con objetos.	Usar modelos matemáticos para representar sistemas abstractos. Desarrollar modelos matemáticos para describir fenómenos físicos, sociales y naturales.

### ANEXO 3 Resultados de investigaciones que revelan la insuficiente preparación geométrica que poseen los maestros primarios

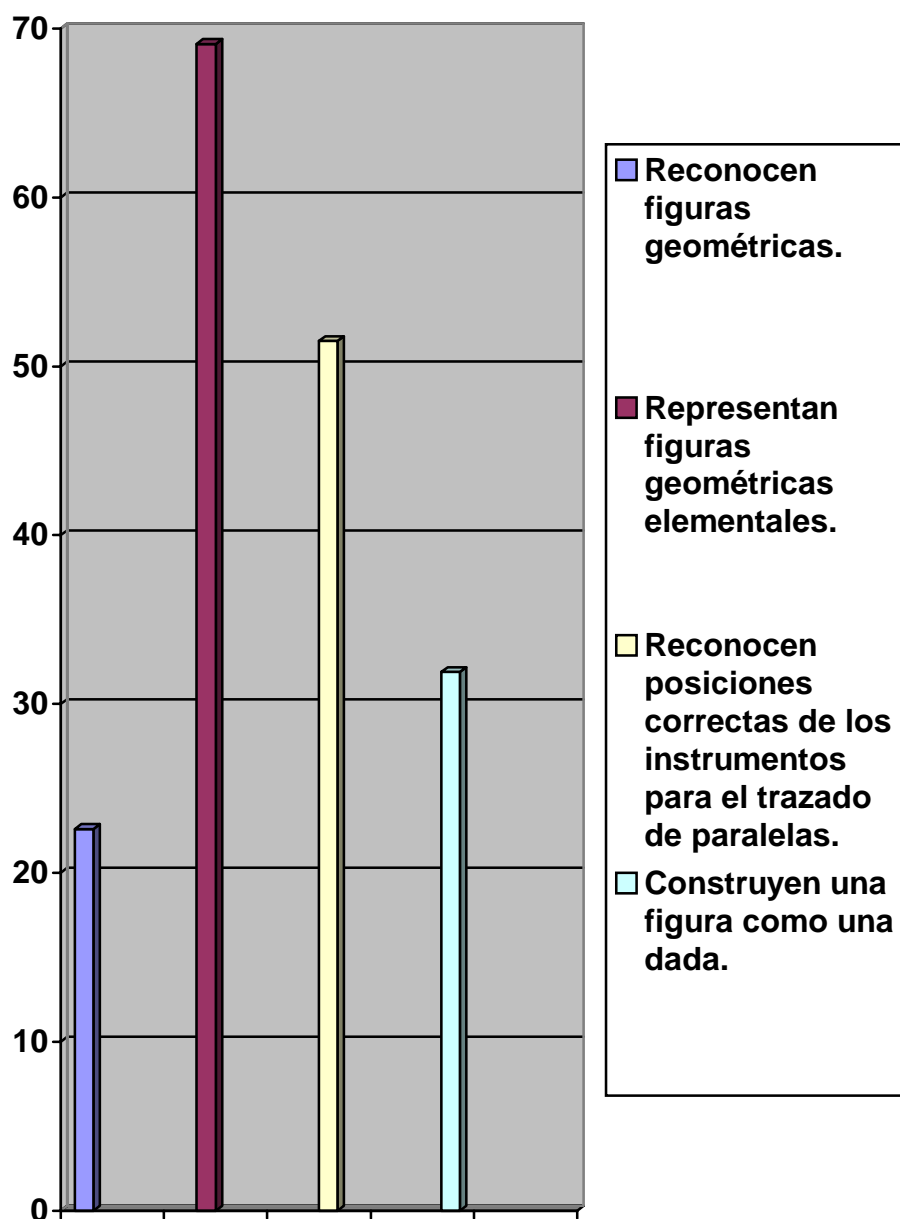


Gráfico 1 Muestra las insuficiencias de los maestros licenciados en las habilidades geométricas básicas que se obtuvieron como resultado del trabajo de diploma asesorado en el curso 1995- 1996 (130 ).

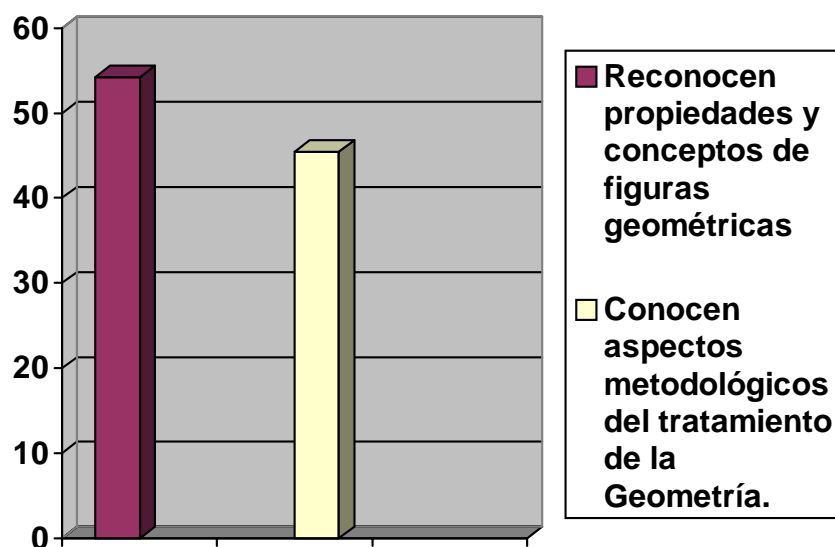


Gráfico 2 Presenta el porcentaje de los licenciados muestreados que tienen dominio de conceptos y propiedades geométricos y de aspectos metodológicos de la enseñanza de la Geometría en la escuela primaria que se obtuvo como resultado del trabajo de diploma asesorado en el curso 1995-1996. (130 )

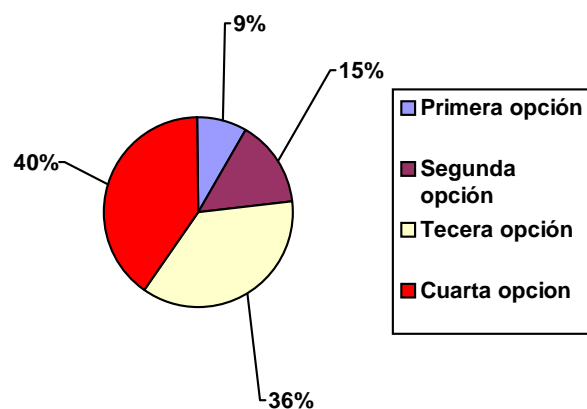


Gráfico 3 Presenta la distribución de los licenciados muestreados con respecto a la preferencia por impartir clases de Geometría según los resultados obtenidos en el trabajo de diploma asesorado en el curso 1995 - 1996. (130)

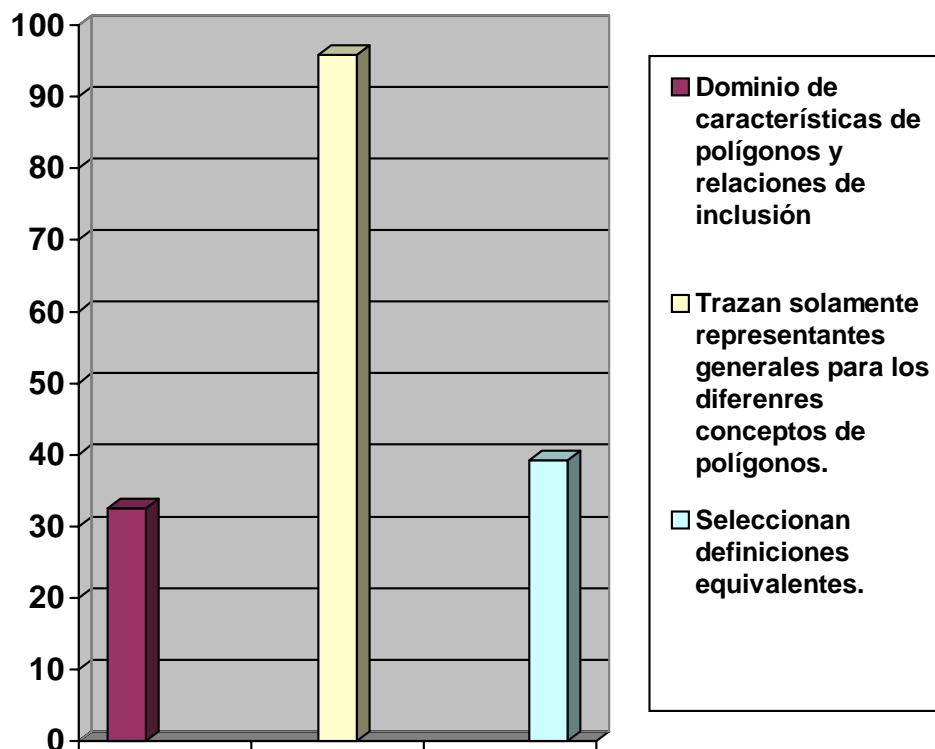
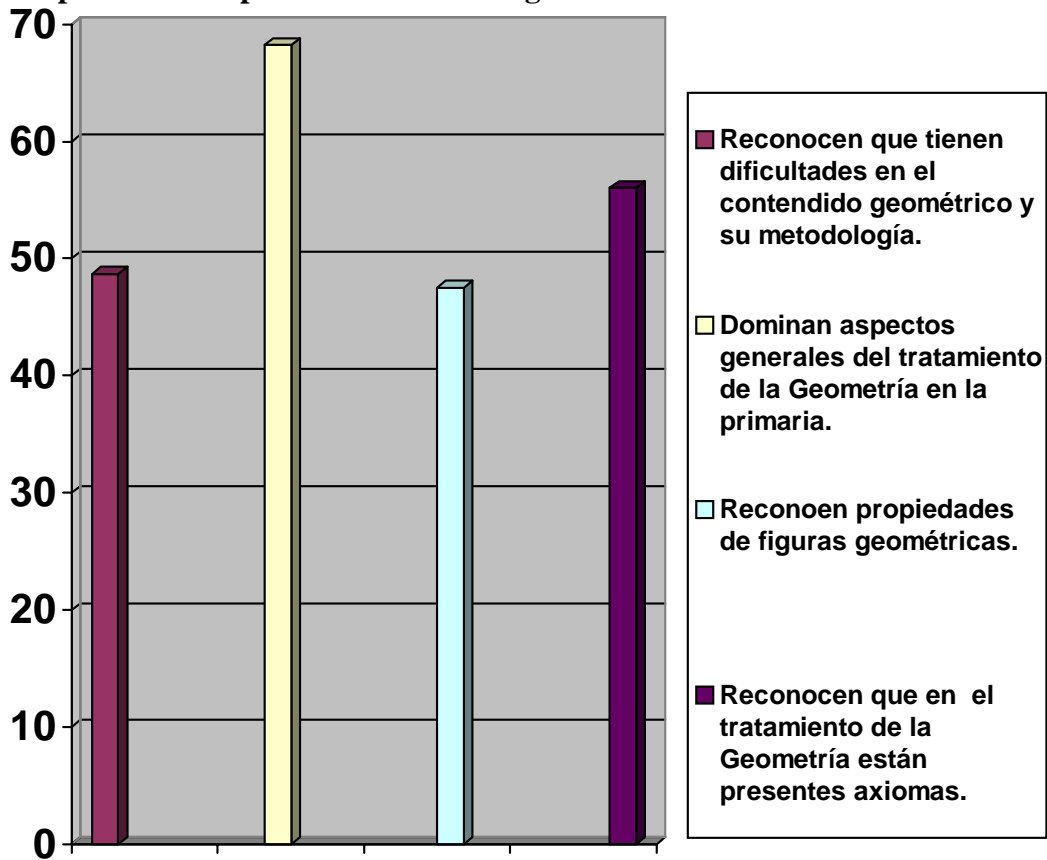


Gráfico 4 Muestra los porcentajes que se obtuvieron en los cuestionarios aplicados a los maestros en el desarrollo del trabajo de diploma asesorado en el curso 1997-1998.  
( 82)

**ANEXO 4 Resultados del cuestionario aplicado en el curso de superación de Geometría impartido en la provincia de Cienfuegos en el curso 1995 -1996**



Gráfica 1

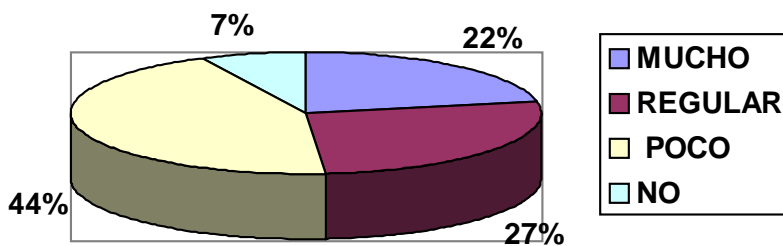


Gráfico 2 Muestra la distribución en porciento de la preferencia de los maestros licenciados por la Geometría.

## ANEXO 5 Sistema de axiomas propuesto por Celia Rizo que fundamenta la estructuración del curso de Geometría de la Escuela Primaria

### 1. Axiomas de incidencia.

- a) Por dos puntos puede trazarse una sola recta.
- b) La recta tiene infinitos puntos y hay infinitos puntos que no pertenecen.
- c) Tres puntos no alineados determinan un único plano.

### 2. Axiomas de orden.

- a) Existen dos órdenes totales opuestos en cada recta.
- b) La recta no tiene primero ni último elemento.
- c) Cada recta divide al plano en dos semiplanos tales que el segmento que une dos puntos de un semiplano (ninguno de los dos está en la recta) no intersecta a la recta y el segmento que une dos puntos de distintos semiplanos intersecta a la recta.

### 3. Axiomas de congruencia.

- a) Todo segmento tiene una longitud determinada (positiva).  
Si  $C$  es un punto del segmento  $AB$  entonces la longitud de  $AB$  es la suma de las longitudes de  $AC$  y  $BC$ .
- b) Cada ángulo tiene una amplitud positiva determinada.  
El ángulo llano tiene una amplitud de  $180^\circ$  y si el rayo  $c$  está entre los lados del  $\angle(a,b)$  entonces la amplitud del  $\angle(a,b)$  es la suma de las amplitudes de  $\angle(a,c)$  y  $\angle(c,b)$ .
- c) Todo segmento se puede transportar de manera unívoca sobre una semirrecta a partir de su origen.
- d) Todo ángulo se puede transportar de manera unívoca sobre un semiplano dado a partir de una semirrecta dada.
- e) Existe la mediatriz de todo segmento y la bisectriz de cada ángulo.
- f) Los segmentos y ángulos simétricos son congruentes.

### 4. Paralelismo.

Por un punto exterior a una recta puede trazarse una única paralela a esa recta.

### 5. Continuidad.

Para todo número positivo existe un segmento de esa longitud y viceversa. (1)

- (1) Obsérvese que con este enunciado se deja abierto el problema de la continuidad; en este momento sólo puede garantizarse el cumplimiento del axioma de Arquímedes (números fraccionarios), pero no el de Cantor. Más adelante, cuando se introduzcan los números reales, la misma propiedad garantiza la continuidad sin necesidad de discusiones que en este momento resultan difíciles.

**ANEXO 6 Conceptos geométricos que se trabajan en la escuela primaria**

CONCEPTOS DE OBJETOS	CONCEPTOS DE RELACIONES	CONCEPTOS DE OPERACIONES
<ul style="list-style-type: none"> <li>- Punto</li> <li>- Recta</li> <li>- Segmento</li> <li>- Semirrecta</li> <li>- Plano</li> <li>- Semiplano</li> <li>- Ángulo               <ul style="list-style-type: none"> <li>. ángulo agudo</li> <li>. ángulo obtuso</li> <li>. ángulo llano</li> <li>. ángulo sobreobtusos</li> <li>. ángulo completo</li> </ul> </li> <li>- Polígono: vértices, lados.               <ul style="list-style-type: none"> <li>. Triángulo                   <ul style="list-style-type: none"> <li>Triángulo escaleno</li> <li>Triángulo isósceles</li> <li>Triángulo equilátero</li> <li>Triángulo acutángulo</li> <li>Triángulo obtusángulo</li> </ul> </li> <li>. Cuadrilátero                   <ul style="list-style-type: none"> <li>Cuadrado</li> <li>Rectángulo</li> <li>Paralelogramo</li> <li>Trapezio</li> <li>Rombo</li> </ul> </li> </ul> </li> <li>- Figuras simétricas.</li> <li>- Mediatriz de un segmento.</li> <li>- Bisectriz de un ángulo.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Relaciones de posición entre puntos y rectas.               <ul style="list-style-type: none"> <li>. El punto ... está situado en la recta ...</li> <li>. La recta ... pasa por el punto ...</li> <li>. El punto ... está situado entre los puntos ... y ...</li> <li>. Por dos puntos pasa una y solo una recta.</li> <li>. Por un punto pasan infinitas rectas.</li> <li>. Entre dos puntos de una recta hay infinitos puntos. La recta tiene infinitos puntos. La recta no tiene ni primer punto ni último punto. La recta es una figura ilimitada.</li> </ul> </li> <li>- Relaciones de posición entre rectas.               <ul style="list-style-type: none"> <li>. Rectas que se cortan.</li> <li>. Rectas paralelas.</li> <li>. Rectas perpendiculares.</li> <li>. Axioma de paralela.</li> </ul> </li> <li>- Relaciones de posición entre puntos, rectas y plano.               <ul style="list-style-type: none"> <li>. Tres puntos no alineados determinan un único plano.</li> <li>. En un plano se pueden trazar tantos puntos y tantas rectas como uno desee.</li> </ul> </li> <li>- Relaciones de posición entre planos.               <ul style="list-style-type: none"> <li>. Los planos pueden cortarse o ser paralelos.</li> <li>. Dos planos se cortan en una recta.</li> </ul> </li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Trazado de rectas.</li> <li>- Trazado de figuras geométricas con el uso de plantillas.</li> <li>- Medición de la longitud de un segmento y trazado de un segmento según una longitud dada.</li> <li>- Comparación de segmentos.</li> <li>- Trazado de circunferencias y círculos con un radio dado.</li> <li>- Trazado de rectas paralelas y rectas perpendiculares.</li> <li>- Medición de la amplitud de un ángulo y trazado de un ángulo de amplitud dada.</li> <li>- Comparación de ángulos</li> <li>- Desarrollo de cuerpos.</li> <li>- Trazado de puntos y figuras simétricas con regla y compás.</li> <li>- trazado de la mediatriz con regla y compás.</li> <li>- Trazado de la bisectriz con regla y compás.</li> </ul>

ANEXOS

<ul style="list-style-type: none"> <li>- Figura original y figura imagen.</li> <li>- Eje de simetría.</li> <li>- Vector.</li> <li>- Centro de simetría.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Segmento... más corto que, más largo que, el mismo largo que el segmento...</li> <li>- Igualdad de segmentos.(por superposición)</li> <li>- Los ... que coinciden al superponerse son iguales.(igualdad de figuras geométricas)</li> <li>- Los lados opuestos de un rectángulo son iguales y paralelos y los consecutivos son perpendiculares.</li> <li>- Los lados opuestos de un paralelogramo son iguales y paralelos.</li> <li>- Todos los puntos de una circunferencia están a la misma distancia de su centro.</li> <li>- El diámetro es dos veces el radio.</li> <li>- Dos circunferencias de igual radio son iguales.</li> <li>- La base superior y la inferior de un ortoedro son iguales. Sus caras opuestas son iguales.</li> <li>- Todas las caras de un cubo son iguales.</li> <li>- Las dos bases de un cilindro son círculos iguales.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Trazado de ejes de reflexión.</li> <li>- Trazado vectores iguales.</li> <li>- Determinación del centro de simetría.</li> <li>- Construcción de imágenes por reflexión con respecto a un eje, traslación y reflexión con respecto a un punto.</li> </ul>
--	--	--

---

**ANEXO 7 Distribución de las asignaturas correspondientes a la formación matemática recibida en las escuelas normales según la ley del 16 de marzo de 1915**

Año	Asignaturas	Frecuencia
Primero	Aritmética	3
Segundo	Nociones de Algebra y Geometría	3
Tercero	Geometría y nociones de Algebra	3
Cuarto	Lógica y metodología de la Enseñanza de la Matemática.	3

---

**ANEXO 8 Distribución de las asignaturas de la formación matemática que se recibía en las Escuelas Normales según el reglamento de 1927**

Año	Asignaturas	Frecuencia
Primero	Aritmética	3
	Ampliación de la aritmética.	3
Segundo	Nociones de Algebra. Elementos de Lógica	
Tercero	Geometría elemental. Metodología de la enseñanza de la Aritmética y Práctica.	3
Cuarto	Metodología de la enseñanza de la Aritmética y Práctica.	3

**ANEXO 9 Distribución de las asignaturas correspondientes a la formación matemática recibida de acuerdo con el Decreto Número 1,153 de 1929**

Año	Grupo	Asignaturas	Frecuencia
P R	II	Aritmética. Nociones de Algebra. Geometría	3
I M E R O	VIII	Dibujo lineal y sus aplicaciones al industrial. Dibujo natural y sus aplicaciones al decorativo.	1 2
S E G U N D O	II	Ampliación de la Aritmética. Nociones de Algebra. Geometría (Segundo curso).	3
	VIII	Dibujo lineal y proyecciones. Dibujo natural y sus aplicaciones al decorativo.	1 2
T E R C E R O	II	Aritmética. Nociones de Algebra. Geometría (Tercer curso). Dibujo lineal y proyecciones.	3 1
	VIII	Dibujo natural y sus aplicaciones al decorativo. Elementos de Modelado.	1 1
U A R T O	II	Metodología para la enseñanza de la Aritmética y Geometría. Práctica escolar.	3

**ANEXO 10 Sistema de contenidos de la asignatura Geometría del plan de estudios de las Escuelas Normales establecido por el Decreto numero 1,153 de 1929****PRIMER AÑO:**

Definiciones de líneas: recta quebrada y curva. Trazado generalizado lo más posible. Definir las posiciones de las líneas en el espacio y entre sí. Trazado generalizando lo más posible. Pie de una perpendicular. Maneras de determinar un plano. Posiciones de los planos en el espacio y de los planos entre sí. Definir y trazar ángulos. Definir sus lados y vértices. Modos de leer un ángulo. Clasificación de los ángulos en rectos y oblicuos según estén formados por líneas perpendiculares o por oblicuas. Trazado generalizando lo más posible. Generación de ángulos. Ángulos de un cuarto, un medio, tres cuartos y una vuelta. Circunferencia considerada como el camino recorrido por un punto de una recta móvil que gira alrededor de una fija. Valor de la circunferencia. Valor de cada uno de los ángulos anteriores. Modos de medir los ángulos. Descripción y modo de usar el transportador. Ángulos rectos, agudos y obtusos. Ángulos suplementarios y complementarios: trazado. Bisectriz. Ángulo diedro, triedro y poliedro. Ángulos adyacentes. Propiedades de los ángulos suplementarios. Ángulos opuestos por el vértice: propiedad. Trazado en cada caso. Definición de triángulo y modo de leerlo. Trazado generalizando lo más posible. Clasificación de los triángulos atendiendo a la clase de sus líneas, atendiendo a la longitud relativa de sus lados y a sus ángulos. Trazado generalizando lo más posible. Perímetro de un triángulo. Valor de los tres ángulos de un triángulo. Comprobación con el transportador. Trazar y definir el ángulo exterior de un triángulo y demostrar su propiedad. Decir y demostrar objetivamente la condición que ha de tener cada lado de un triángulo con relación a los otros dos. Trazar las alturas de los triángulos, generalizando lo más posible. Definición de altura de un triángulo. Demostrar, sólo objetivamente, la propiedad de las alturas de un triángulo. Trazar con la mayor generalización posible las medianas de un triángulo. Definición de mediana de un triángulo. Demostrar, sólo objetivamente, la propiedad de las medianas de un triángulo. Propiedades de las alturas y medianas de un triángulo equilátero; trazado. Base de un triángulo. Base de un triángulo isósceles. Trazar y definir un cuadrilátero; generalización de su trazado. Modo de leer un cuadrilátero en general. Clasificación de los rectilíneos. Definición de paralelogramo, trapecio y trapecoide; trazado generalizando lo más posible. Clasificación de los paralelogramos; trazarlos, definirlos y compararlos. Clasificación de los trapecios; trazado y definición de cada uno. Base de un paralelogramo y base de un trapecio. Altura de los

paralelogramos y de los trapecios; trazado. Diagonal. Trazar diagonales a todos los cuadriláteros conocidos y analizar los triángulos en que quedan descompuestos. Propiedad de las diagonales de un paralelogramo.( Demostración objetiva). Definición y objetivación de figuras iguales. Perímetro de los cuadriláteros. Ejercicios de aplicación. Definición de área y unidad de área. Área de un paralelogramo rectángulo. El porqué multiplicar la base por altura. Área de los paralelogramos: fórmula. Área de un triángulo; fórmula. Definición general de un polígono, trazando el mayor número posible de polígonos de todas clases. Ángulos entrantes y salientes de un polígono. Ángulos convexos y polígonos cóncavos. División de los polígonos en regulares e irregulares. Polígono inscripto y polígono circunscripto; trazado. Trazar y definir el radio y la apotema de un polígono. Ángulo exterior de un polígono. Trazar todos los ángulos exteriores de un polígono. Observando el trazado último decir el valor de la suma de cada ángulo interior con su exterior correspondiente. Trazar con instrumentos los polígonos regulares siguientes: pentágono, decágono, eptágono, eneágono, endecágono y dodecágono. Descomponer un polígono regular en triángulos iguales. Inferir la fórmula para hallar el área de un polígono irregular; aplicaciones. Observar en diversos polígonos el número de diagonales que se les puede trazar desde un vértice; teorema. Observar en diversos polígonos el número de triángulos en que quedan descompuesto cuando se les trazan todas las diagonales posibles desde un vértice; teorema. Figuras equivalentes y su demostración objetiva. Figuras semejantes.

**NOTA:** No se exigirá demostración geométrica alguna, sino en aquellos casos en que el maestro la considere indispensable, por entenderse este programa preparatorio de un curso de Geometría en que reinarán las demostraciones. El maestro deberá hacer uso de los modelos de superficies y sólidos geométricos.

El programa tiene por finalidad única el dominio del lenguaje geométrico, tan escaso en la generalidad de los alumnos y cuyo desconocimiento es el principal escollo para la enseñanza de la Geometría.

También se ejercitará a los alumnos en los llamados problemas de construcción, como asuntos de lo más interesantes de los cursos de geometría y que preparan a los alumnos para comprender después la relación estrechísima del Álgebra y de la Geometría.

**SEGUNDO AÑO:**

Definición de la circunferencia; su trazado. Líneas que se consideran en la circunferencia. Posiciones de dos circunferencias entre sí y el valor de la línea de los centros. Círculo y figuras circulares. Rectificar una curva. Relación de la circunferencia al diámetro; demostración objetiva. Valor de la longitud de la circunferencia. Ejercicios de aplicación. Inferir el área del círculo del área de un polígono regular: Fórmula. Ejercicio de aplicación. Figuras circulares. Área de la corona o anillo. Área de un trapecio circular. Área de un sector. Área de un segmento. Área de un semicírculo. Aplicación de cada fórmula anterior. Definición de un cuerpo geométrico. Grandes divisiones de los cuerpos geométricos. Describir superficies desarrollables. Desarrollo de la superficie de los poliedros regulares. Definición de prismas. Clasificación de ellos. Trazado de uno regular recto y otro regular oblicuo; de uno irregular recto y otro oblicuo. Desarrollo de varios prismas en que entren paralelepípedos. Área lateral y área total de los prismas. Fórmula y su aplicación. Definición de pirámides; clasificación de ellos. Trazado de una pirámide regular recta y otra oblicua; de una irregular recta y otra oblicua. Desarrollo de varias pirámides. Área lateral y área total de las pirámides. Fórmula y su aplicación. Superficie de un tronco de pirámide. Definición de volumen y unidad volumétrica. Hallar el volumen de un paralelepípedo recto rectangular. Fórmula y su aplicación. Fórmula para hallar el volumen de un cubo. Cuerpos equivalentes. Teorema relativo a la descomposición de  $n$  paralelepípedo recto en dos prismas triangulares equivalentes. Descomposición de un prisma no paralelepípedo regular recto en prismas triangulares equivalentes. Objetivación y definición de sección recta. Teorema relativo a la equivalencia entre un prisma recto y otro oblicuo que tenga por base la sección recta del oblicuo y por altura la arista lateral del mismo. Demostración de este teorema en paralelepípedo y prismas en general. Teorema relativo al volumen de un paralelepípedo recto romboidal; demostración objetiva y geométrica. Teorema relativo (caso general) al volumen de un paralelepípedo romboidal oblicuo. Teorema relativo al volumen de un prisma oblicuo. Trazado en varios prismas de secciones hechas por planos oblicuos a las bases. Trozo de prisma o prisma truncado. Volumen de un trozo de prisma. Teorema relativo a la descomposición de un prisma triangular en tres pirámides triangulares equivalentes; demostración objetiva y geométrica. Volumen de una pirámide. Volumen de una pirámide poligonal cualquiera.

**NOTA:** Diariamente se harán ejercicios de evocación con todos los conocimientos dados en el presente curso y en el anterior. Se procurará hacer objetivas las demostraciones antes que geométricas.

**TERCER AÑO:**

Demostración objetiva de la descomposición de un poliedro regular en tantas pirámides como lados tenga el poliedro. Volumen de los poliedros regulares. Cuerpos redondos; definición de cilindro de revolución y de cilindro en general. Cilindro recto y cilindro oblicuo. Desarrollo de un cilindro de revolución. Área de un cilindro de revolución. Fórmula y su aplicación. Definición de cilindro como límite del prisma. Volumen de un cilindro recto y de un oblicuo. Definición de un cono recto y de un cono oblicuo. Desarrollo de un cono de revolución. Área de un cono de revolución. Fórmula y su aplicación.

Definición de tronco de cono. Superficie lateral y superficie total de un tronco de cono. Fórmula y su aplicación. Esfera. Al definir la esfera se darán la definición corriente y la que considera a la esfera como límite de un poliedro regular. El semicírculo como engendrador de la esfera. Radio y diámetro de la esfera. Círculos máximos y menores. Polos, zona y casquete esférico. Segmento esférico. Sector esférico. Lúnula. Cuña esférica. Demostración que toda sección plana de la esfera es un círculo. Corolarios. Demostrar que el polo de un círculo de la esfera está igualmente distante de todos los puntos de la circunferencia de dicho círculo. Compás esférico. Distancia polar y cuerda de un cuadrante. Medida de las superficies engendrada por una línea quebrada regular que gire alrededor de un eje trazado en su plano y por su centro. Área de una zona. Fórmula y su aplicación. Área de la esfera. Fórmula y su aplicación. Corolarios. Volumen de la esfera deducida del volumen de los poliedros regulares. Fórmula y su aplicación. Volumen de un sector esférico. Fórmula y su aplicación. Volumen de un segmento esférico. Fórmula y su aplicación. Volumen de la cuna esférica. Secciones cónicas. Elipse, parábola, hipérbola; definición de cada una. Definición de la elipse. Parábola; propiedades y trazado. Hipérbola; propiedades y trazado.

**NOTA:** Hágase objetivación siempre antes de demostraciones geométricas. Muchos ejercicios de generalización de evocación. No den fórmulas sin aplicarlas.

---

**ANEXO 11 Cuestionario aplicado a maestros que impartieron clases de Matemática en diferentes planes de formación y/o superación de maestros primarios**

## I.- Datos generales.

- Títulos: \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_
- Años de experiencia como docente \_\_\_\_\_
- Años de experiencia como docente en la formación y/o superación de maestros primarios. \_\_\_\_\_  
. Relacione los planes de estudio en que trabajó.  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

## II.-

- 1.-Recibió Geometría en su formación como maestro primario. En caso afirmativo responda:
  - a) ¿En qué años de la carrera y con qué frecuencia?
  - b) ¿Qué contenidos recibió?
  - c) ¿Qué bibliografía empleaba?
- 2.-Impartió Geometría en los planes de formación y/o superación de maestros primarios. En caso afirmativo responda:
  - a) ¿En qué años de la carrera y con qué frecuencia?
  - b) ¿Qué contenidos impartió?
  - c) ¿Qué bibliografía tenía el alumno y cuál usted como maestro?
- 3.-Valore los contenidos geométricos que se impartían en la formación de los maestros primarios, tenga en cuenta entre otros aspectos los siguientes:
  - Rigurosidad y nivel científico
  - Utilidad para el ejercicio de la profesión
  - a) Diga cuáles son los contenidos geométricos que a su juicio son imprescindibles que sean dominados por un maestro primario.
- 4.-Valore la bibliografía empleada en la formación y/o superación de maestros primarios, tenga en cuenta entre otros aspectos los siguientes:
  - La información que presenta.
  - La ejercitación, ejercicios resueltos, sugerencias de procedimientos para resolver algunos ejercicios propuestos.
  - Vinculación de los contenidos con la vida.
  - La dirección de la actividad intelectual de los alumnos.
  - Ilustraciones y ejemplificación.
  - a) ¿Qué requisitos tendría en cuenta al elaborar un libro de Geometría para la formación de maestros primarios?

**ANEXO 12 Distribución de las temáticas de Geometría que se impartieron en las Escuelas Formadoras de Maestros, según el programa puesto en práctica en el curso 1972 – 1973**

AÑO	TEMÁTICAS	HORAS
Primero II Semestre	Puntos y rectas	12
	Traslaciones	7
	Rotaciones. Ángulos.	10
	Simetría axial o reflexión	8
	Medición y unidades	10
	TOTAL	47
Segundo I Semestre	Repaso del capítulo 4	7
	Movimiento y congruencia	4
	Relaciones entre ángulos	7
	Triángulos	8
	Congruencia de triángulo	17
	Cuadriláteros y polígonos	14
	Área y perímetro de polígonos	8
	TOTAL	65
Tercero	Semejanza	25
	Geometría del espacio	18
	Cálculo de áreas y volúmenes	35
	TOTAL	78

**ANEXO 13 Distribución de las temáticas de Geometría correspondientes al programa de Matemática puesto en práctica en el curso 1977-1978 (Plan de ingreso con noveno grado)**

Año	Temáticas	Horas	
		Curso Básico	Especialidad
	Geometría Plana I	24	24
Tercero	Geometría Plana II	39	39
	SUBTOTAL	63	63
Cuarto	Movimientos del Plano	-	37
	Cálculo Vectorial y Geometría analítica I	11	37
	Cálculo Vectorial y Geometría analítica I	25	22
	Secciones cónicas	13	13
	SUBTOTAL	59	109
	TOTAL	122	172

## ANEXO 14 Sistema de conocimientos y de habilidades de cada uno de los temas de Geometría del programa de Matemática puesto en práctica a partir del curso 1991-1992 (Plan C)

### Tema 8: Introducción a la Geometría Plana I

#### Sistema de conocimientos.

- Conceptos fundamentales. Relaciones de posición entre rectas. Dirección de una recta. Sentido de una recta. Semirecta. Segmentos. Semiplanos. Distintos tipos de figuras. Figuras simétricas. Mediatriz de un segmento. Definición y propiedad.
- Definición de movimiento. Propiedades. Figuras congruentes. Segmentos congruentes. Longitud de un segmento. Comparación y adición de longitudes. Ángulo. Congruencia de ángulos. Amplitud de un ángulo. Comparación y adición de amplitudes. Bisectriz de un ángulo. Propiedad.
- Clasificación de los ángulos de acuerdo con su amplitud, Ángulos opuestos por el vértice, adyacentes, correspondientes, alternos y conjugados. Teoremas relativos a estos ángulos y sus recíprocos. Ejercicios de cálculo y de demostración.
- Poligonal. Polígono. Elementos de un polígono, Clasificaciones de los polígonos.

#### Sistema de habilidades.

- Resolver ejercicios de cálculo de amplitudes de ángulos.
- Resolver ejercicios de demostración de congruencia de ángulos.
- Resolver ejercicios de demostración de paralelismo de rectas.

### Tema 9: Introducción a la Geometría II

#### Sistema de conocimientos.

- Triángulo. Elementos de un triángulo. Clasificaciones de los triángulos. Teoremas relativos a los triángulos. Ejercicios y problemas de cálculo y de demostración.
- Congruencia de triángulos. Teoremas de congruencia de triángulos. Rectas notables y puntos notables de un triángulo. Ejercicios de cálculo y de demostración.
- Cuadriláteros. Elementos de un cuadrilátero. Clasificación de los cuadriláteros. Propiedades. Sistematización de los cuadriláteros estudiados. Ejercicios de cálculo y de demostración.
- Área y perímetro de un polígono. Ejercicios y problemas.
- Circunferencia. Elementos de una circunferencia. Relaciones de posición entre: punto y circunferencia, recta y circunferencia (primer axioma de la circunferencia) circunferencia y circunferencia (segundo axioma de la circunferencia. Circunferencia inscrita y circunscrita en un triángulo y en un cuadrilátero. Longitud de la circunferencia. Círculo. Área del círculo. Ejercicios y problemas.
- Figuras espaciales. Definición de prisma, ortoedro, cubo y pirámide. Cilindro, cono, esfera, como cuerpos en revolución. Fórmulas del volumen de esos cuerpos. Problemas.

#### Sistema de habilidades

- Resolver ejercicios de cálculo de amplitudes de ángulos.
- Resolver ejercicios de demostración de congruencias de ángulos, segmentos, triángulos y de paralelismos de rectas.
- Fundamentar proposiciones.

## Tema 10 Construcciones geométricas y movimientos del plano.


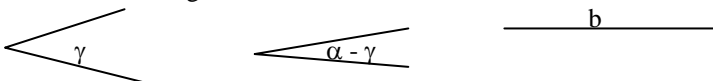
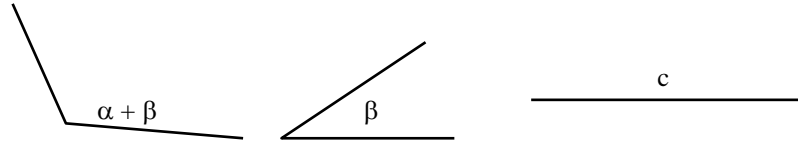
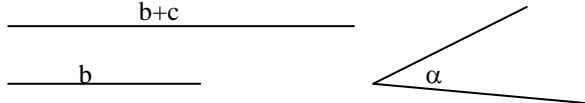
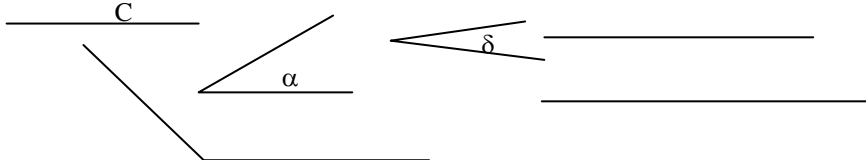
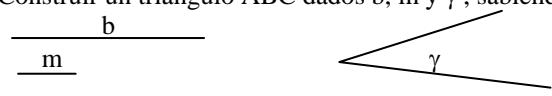
### Sistema de conocimientos.

- Algunas consideraciones sobre las construcciones geométricas. Teoremas sobre la posibilidad y unicidad del transporte de segmentos a semirrectas. Concepto de bandera. Teorema sobre la posibilidad y unicidad del transporte de ángulos sobre bandera. Construcciones geométricas fundamentales con regla y compás. Justificación de estas construcciones. Ejercicios y problemas.
- Algunas consideraciones sobre las construcciones de triángulos. Construcciones básicas y no básicas de triángulos.
- Algunas consideraciones sobre movimiento. Punto fijo, recta fija, recta de puntos fijos. Definición de simetría axial de eje  $r$ . Propiedades. Definición de traslación de dirección  $r$ . Propiedades. Definición de rotación de centro  $O$ . Propiedades. Definición de simetría central de centro  $C$ . Propiedades. Composición de movimientos. Ejercicios.

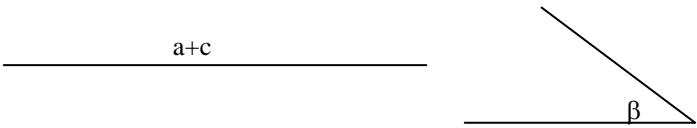
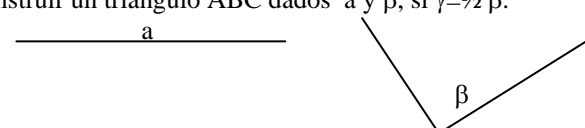
### Sistema de habilidades.

- Construir triángulos.
- Construir imágenes de puntos y figuras por movimientos del plano.

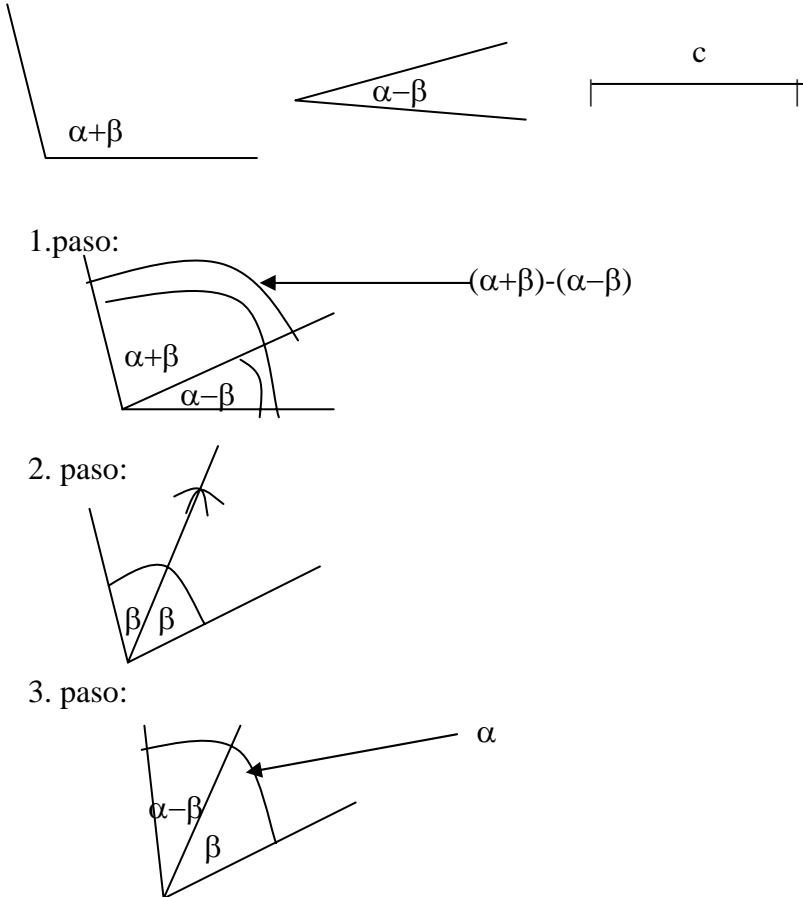
**ANEXO 15 Problemas de construcción de triángulos en los que se aplican los significados prácticos de las operaciones**

OPERACIÓN	SIGNIFICADO PRÁCTICO	PROBLEMA
ADICIÓN	Dada una parte y el exceso de otra sobre ella, hallar la otra parte.	<p>1.- Construir un triángulo ABC conociendo:</p>  <p>2.- Construir un triángulo ABC conociendo</p> 
SUSTRACCIÓN	Dado el todo y una parte hallar la otra parte.	<p>1.-Construir un triángulo ABC conociendo:</p>  <p>2.-Construir un triángulo ABC conociendo:</p> 
MULTIPLICACIÓN	Reunión de partes iguales para hallar el todo. suma de sumando iguales. Hallar múltiplos.	<p>1.-Construir un triángulo ABC dados <math>a, \alpha</math> y <math>\delta</math>, si se sabe que <math>\beta=3\delta</math>.</p>  <p>2.-Construir un triángulo ABC dados <math>b, m</math> y <math>\gamma</math>, sabiendo que <math>a=5m</math>.</p> 

ANEXOS

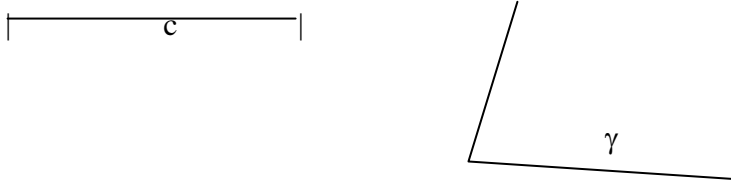
<p>DIVISIÓN</p>	<p>Repartir en partes iguales el todo. ( Hallar el contenido de cada parte) Hallar una parte alícuota. ( una unidad fraccionaria: mitad, tercera parte, etc.)</p>	<p>1.- Construir un triángulo ABC isósceles de base AC si se conoce:</p>  <p>2.-Construir un triángulo ABC dados a y β, si <math>\gamma = \frac{1}{2} \beta</math>.</p> 
-----------------	---	--

### ANEXO 16 Comparación de la vía de solución empleada en la resolución de un problema aritmético y la empleada en uno de construcción de triángulo

Problema aritmético de la matemática escolar.	Problema de construcción de triángulo.
<p>Se colocan 31 libros sobre una mesa. Se hacen con ellos dos paquetes y uno tiene 7 libros más que el otro. ¿Cuántos libros tiene cada paquete? (Matemática cuarto, página 155, ejercicio 155)</p> <p>1. paso: <math>31 - 7 = 24</math></p> <p>2. paso: <math>24 : 2 = 12</math></p> <p>3. paso: <math>12 + 7 = 19</math></p>	<p>Construir un triángulo ABC conociendo:</p>  <p>1.paso: <math>(\alpha + \beta) - (\alpha - \beta)</math></p> <p>2. paso:</p> <p>3. paso: <math>\alpha</math></p>

**ANEXO 17 Ejemplos de problemas de construcción de triángulos compuestos con respecto a la aplicación de los significados prácticos de las operaciones**

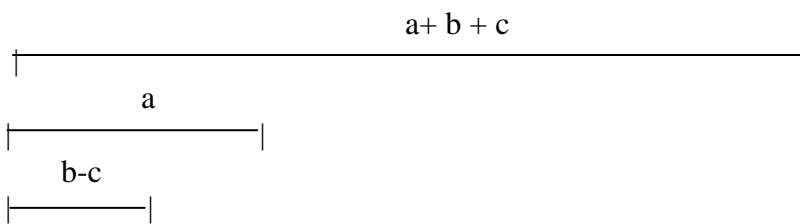
1.-Construya un triángulo ABC isósceles de base AB, si se conoce:



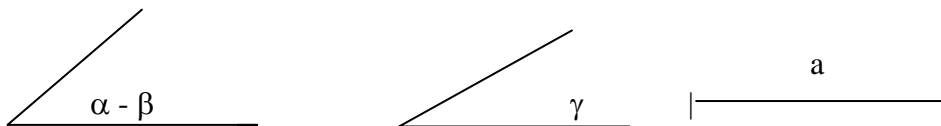
2.-Construya un triángulo ABC rectángulo en C, si se conoce que:



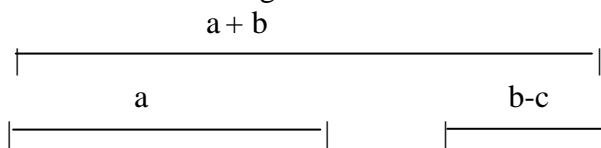
3.-Construya un triángulo ABC conociendo que:



4.-Construir un triángulo ABC conociendo:



5.- Construir un triángulo ABC conociendo:



**ANEXO 18 Cuestionario de entrada aplicado a los alumnos que ingresan en la Licenciatura de Educación Primaria**

1.-Coloque en cada raya un número del 1 al 4, de modo que indique el orden de preferencia de las temáticas de Matemática que estudió en la enseñanza general.

\_\_\_\_\_ Cálculo aritmético

\_\_\_\_\_ Cálculo algebraico

\_\_\_\_\_ Resolución de ecuaciones, inecuaciones y sistemas de ecuaciones.

\_\_\_\_\_ Cálculo y demostraciones geométricas.

2.-

a) Diga cuáles son los conceptos básicos de la Geometría.

b) Escriba dos axiomas de la Geometría Plana.

3.-Responda verdadero o falso.

a)\_\_\_ Pitágoras de Samos descubrió la existencia del triángulo rectángulo.

b)\_\_\_ Thales de Mileto dio inicio al procedimiento axiomático en el estudio de la Geometría.

c)\_\_\_ Euclides de Alejandría formuló seis postulados para la Geometría.

d)\_\_\_ Demócrito de Abdera indicó por primera vez los volúmenes de la pirámide y el cono.

e)\_\_\_ Hipócrates de Quíos hizo una exposición de Geometría bajo el título de “Elementos” antes que Euclides.

i) Mencione otros hechos históricos relacionados con el desarrollo de la Geometría.

---

**ANEXO 19 Escala valorativa para tabular los resultados de los cuestionarios de entrada y salida aplicados a los alumnos en la Licenciatura de Educación Primaria**

## Motivación

ESCALA VALORATIVA	ESCALA ORDINAL
Alta: selección la Geometría en primera opción	5
Promedio: segunda opción	4
Bajo: tercera opción	3
Muy bajo: cuarta opción	2

## Conocimientos básicos:

ESCALA VALORATIVA	ESCALA ORDINAL
Alta: de 8 a 10 aciertos	5
Promedio: de 6 a 7 aciertos	4
Bajo: de 3 a 5 aciertos	3
Muy bajo: de 0 a 2 aciertos	2

## ANEXO 20 Resultados del cuestionario del cuestionario de entrada aplicado a los alumnos en la Licenciatura de Educación Primaria

GRUPO: 1

CON1 Diagnóstico inicial de conocimientos básicos

Value Label	Value	Valid		Cum	
		Frequency	Percent	Percent	Percent
	2	17	68,0	68,0	68,0
	3	6	24,0	24,0	92,0
	4	2	8,0	8,0	100,0
		-----	-----	-----	
	Total	25	100,0	100,0	
Mean	2,400	Median	2,000	Std dev	,645
Variance	,417				
Valid cases	25	Missing cases	0		

GRUPO: 1

MOT1 Diagnóstico inicial de la motivación

Value Label	Value	Valid		Cum	
		Frequency	Percent	Percent	Percent
	2	12	48,0	48,0	48,0
	3	8	32,0	32,0	80,0
	4	2	8,0	8,0	88,0
	5	3	12,0	12,0	100,0
		-----	-----	-----	
	Total	25	100,0	100,0	
Mean	2,840	Median	3,000	Std dev	1,028
Variance	1,057				
Valid cases	25	Missing cases	0		

GRUPO: 2

CON1 Diagnóstico inicial de conocimientos básicos

Value Label	Value	Valid		Cum	
		Frequency	Percent	Percent	Percent
	2	8	80,0	80,0	80,0
	3	1	10,0	10,0	90,0
	4	1	10,0	10,0	100,0
		-----	-----	-----	
	Total	10	100,0	100,0	
Mean	2,300	Median	2,000	Std dev	,675
Variance	,456				
Valid cases	10	Missing cases	0		

GRUPO: 2

MOT1 Diagnóstico inicial de la motivación

Value Label	Value	Valid		Cum	
		Frequency	Percent	Percent	Percent
	2	3	30,0	30,0	30,0
	3	4	40,0	40,0	70,0
	4	2	20,0	20,0	90,0
	5	1	10,0	10,0	100,0
		-----	-----	-----	
	Total	10	100,0	100,0	
Mean	3,100	Median	3,000	Std dev	,994
Variance	,989				
Valid cases	10	Missing cases	0		

**ANEXO 21 Cuestionario aplicado a los alumnos de la Licenciatura de Educación Primaria cuando terminan de recibir la Disciplina Matemática**

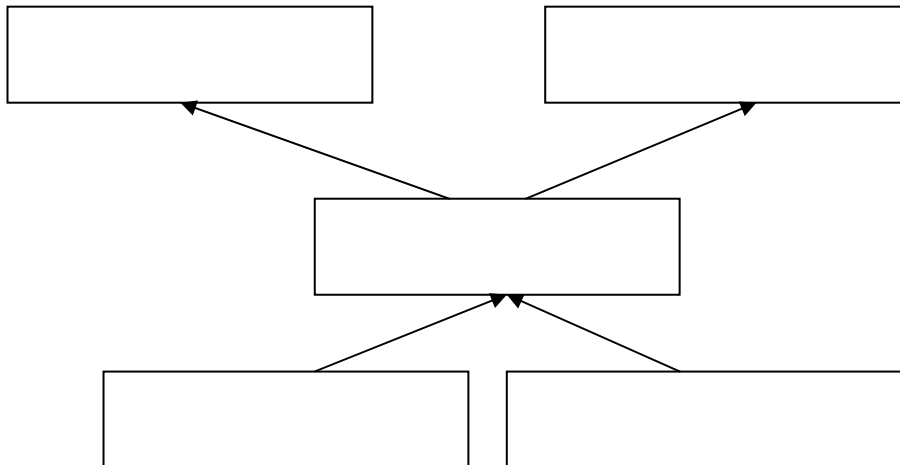
1.-Coloque en cada raya un número del 1 al 8 de modo que indique el orden de preferencia de las temáticas de Matemática que se abordaron en la Disciplina.

- |                           |   |
|---------------------------|---|
| ___ Divisibilidad         | ___ Construcción de N.                        |
| ___ Construcción de $Q +$ | ___ Correspondencias, relaciones y funciones. |
| ___ Geometría             | ___ Introducción ala Lógica y Conjuntos.      |
| ___ Ecuaciones            | ___ Combinatoria                              |

2.-Mencione las actividades docentes realizadas que más le agradaron y motivaron cuando recibió las temáticas de Geometría.

3.-Coloque en las casillas los términos que se relacionan a continuación de manera que se muestre esquemáticamente la construcción de la Geometría que estudió en la carrera.

Términos: definiciones, axiomas, conceptos básicos, teoremas, relaciones básicas



## ANEXO 22 Resultados del cuestionario de entrada aplicado a los alumnos en la Licenciatura de Educación Primaria

GRUPO: 1

CON2 Diagnóstico final de conocimientos básicos

		Valid		Cum	
Value Label	Value	Frequency	Percent	Percent	Percent
	2	2	8,0	8,0	8,0
	4	9	36,0	36,0	44,0
	5	14	56,0	56,0	100,0
		-----	-----	-----	
	Total	25	100,0	100,0	
Mean	4,400	Median	5,000	Std dev	,866
Variance	,750				
Valid cases	25	Missing cases	0		

GRUPO: 1

MOT2 Diagnóstico final de la motivación

		Valid		Cum	
Value Label	Value	Frequency	Percent	Percent	Percent
	2	8	32,0	32,0	32,0
	3	8	32,0	32,0	64,0
	4	5	20,0	20,0	84,0
	5	4	16,0	16,0	100,0
		-----	-----	-----	
	Total	25	100,0	100,0	
Mean	3,200	Median	3,000	Std dev	1,080
Variance	1,167				
Valid cases	25	Missing cases	0		

GRUPO: 2

CON2 Diagnóstico final de conocimientos básicos

		Valid		Cum	
Value Label	Value	Frequency	Percent	Percent	Percent
	2	2	20,0	20,0	20,0
	4	4	40,0	40,0	60,0
	5	4	40,0	40,0	100,0
		-----	-----	-----	
	Total	10	100,0	100,0	
Mean	4,000	Median	4,000	Std dev	1,155
Variance	1,333				
Valid cases	10	Missing cases	0		

GRUPO: 2

MOT2 Diagnóstico final de la motivación

		Valid		Cum	
Value Label	Value	Frequency	Percent	Percent	Percent
	2	2	20,0	20,0	20,0
	3	2	20,0	20,0	40,0
	4	3	30,0	30,0	70,0
	5	3	30,0	30,0	100,0
		-----	-----	-----	
	Total	10	100,0	100,0	
Mean	3,700	Median	4,000	Std dev	1,160
Variance	1,344				
Valid cases	10	Missing cases	0		

**ANEXO 23 Guía de entrevista aplicada a los profesores de la Facultad de Educación Primaria de Cienfuegos para recoger información acerca de la aplicación de los principios metodológicos**

- 1.- ¿Cuántos años de experiencia tiene como profesor de Matemática en la formación de maestros primarios?
- 2.- ¿Considera que los principios planteados para la enseñanza de la Geometría en la formación de un Licenciado en Educación Primaria responden a las exigencias del tratamiento de la Geometría en la escuela primaria y a su vez contribuyen a elevar la preparación geométrica de los futuros maestros? ¿ Por qué?
- 3.- ¿Considera que la aplicación de estos principios elevó la preparación geométrica de sus estudiantes con respecto a los resultados obtenidos en otros cursos? Ejemplifique su respuesta.
- 4.- ¿Piensa que exista alguna otra idea rectora o principio que debiera regir la enseñanza de la Geometría en la formación de un Licenciado en Educación Primaria? ¿Cuál?
- 5.- ¿Formularía alguno de los principios de otra forma? ¿ Cómo?

## ANEXO 24 Cuestionario aplicado a profesores de Matemática de las facultades de Educación Primaria

*Este cuestionario tiene como objetivo conocer algunos criterios acerca del curso de Geometría en la formación de un Licenciado en Educación Primaria. Le rogamos que sea lo más explícito posible.*

*Gracias.*

Años de experiencia en Educación

.En Educación Superior \_\_\_\_\_

.En la Licenciatura en Educación Primaria \_\_\_\_\_

1.- Marque con una cruz los contenidos geométricos que considere imprescindibles en la formación de un Licenciado en Educación Primaria. Escriba otros si lo estima necesario.

### Conceptos elementales.

\_\_\_ Segmento

\_\_\_ Semiplano

\_\_\_ Bandera

\_\_\_ Semirrecta

\_\_\_ Ángulo

\_\_\_ Superficie angular

### Polígonos

.Triángulos:    \_\_\_ Clasificación y propiedades.  
                   \_\_\_ Congruencia de triángulos.  
                   \_\_\_ Semejanza de triángulos.  
                   \_\_\_ Relaciones métricas en el triángulo.

.Cuadriláteros:    \_\_\_ Clasificación y propiedades.

.Polígonos:        \_\_\_ Clasificación y propiedades generales.

### .Construcciones geométricas.

\_\_\_ Fundamentales.    \_\_\_ Triángulos.  
 \_\_\_ Cuadriláteros.    \_\_\_ Polígonos regulares.

. Nociones trigonométricas. \_\_\_

. Movimientos del plano:    \_\_\_ Reflexión.    \_\_\_ Rotación.  
                                       \_\_\_ Traslación.    \_\_\_ Simetría central.

. Homotecia: \_\_\_

. Cálculo de áreas y volúmenes de cuerpos geométricos. \_\_\_

. Otros: \_\_\_\_\_

2.- Considera que un maestro primario debe conocer alguna teoría sobre la construcción axiomática de la Geometría.    \_\_\_ Sí    \_\_\_ No.

Argumente su respuesta brevemente.

---



---



---

3.- Considera que el curso de Geometría para la formación de un Licenciado en Educación Primaria debe seguir una construcción axiomática.

- Sí  No.  
 Rigurosa.  
 Simplificada.

- a) De considerar que debe ser una axiomática rigurosa haga referencia al sistema de axiomas que adoptaría.  
b) De considerar que debe ser simplificada, explique en qué consistiría dicha simplificación.  
c) De considerar que no se debe seguir una construcción axiomática, diga cómo estructuraría el curso de Geometría.
- 

4.- Marque con una cruz la vía que emplearía para establecer la relación entre congruencia y movimiento.

- Movimiento-congruencia.  Congruencia-movimiento.

Argumente su respuesta y explique brevemente cómo introduciría el concepto primario seleccionado.

5.- Considera que exista un libro de texto adecuado para desarrollar el curso de Geometría en la Licenciatura en Educación Primaria.  Sí  No

- a) En caso afirmativo diga cuál. \_\_\_\_\_  
b) En caso negativo, mencione de los libros conocidos por usted, el que considere el más adecuado.  
c) Escriba los requerimientos que considere debe tener un libro de Geometría para la formación de un maestro primario.

**ANEXO 25 Cuestionario aplicado a alumnos que no utilizaron para su preparación el libro propuesto**

*Este cuestionario tiene como objetivo conocer algunos criterios acerca de la literatura docente de Geometría que se ha utilizado en la Licenciatura en Educación Primaria. Le rogamos que sea lo más explícito posible.*

*Gracias.*

1.-Marque con una cruz los libros que se relacionan que más empleó para estudiar Geometría durante la carrera.

- Conceptos Básicos de la Geometría Plana I (Horst Müller) \_\_\_\_\_
- Conceptos Básicos de la Geometría Plana II (Horst Müller)\_\_\_\_\_
- Geometría (Miyares-Escalona) \_\_\_\_\_
- Fundamentos teóricos de la Enseñanza de la Geometría (Starke-Türke)\_\_\_\_\_
- Geometría (Escuelas Pedagógicas)\_\_\_\_\_
- Matemática (Séptimo grado) \_\_\_\_\_
- Matemática (Octavo grado)\_\_\_\_\_

2.-¿Cuál le resultó más provechoso para el estudio? Argumente su respuesta brevemente.

3.-¿Considera que es necesario la existencia de un libro de Geometría elaborado específicamente para la Licenciatura en Educación Primaria?

Sí\_\_\_\_\_ No\_\_\_\_\_ ¿Por qué?

4.-¿Qué requisitos considera que debe reunir un libro de Geometría para la formación de licenciados en Educación Primaria?

## ANEXO 26 Sistema de axiomas que se proponen para estructurar la Geometría Plana

### 1.-Axiomas de incidencia.

A<sub>1</sub>: Por dos puntos diferentes pasa una y sólo una recta.

A<sub>2</sub>: Cada recta tiene infinitos puntos y hay infinitos puntos no pertenecientes a ella.

### 2.-Axioma de paralelas.

A<sub>p</sub>: Por un punto exterior a una recta se puede trazar una y solo una paralela a dicha recta.

### 3.-Axiomas de orden.

O<sub>1</sub>: De tres puntos diferentes A, B y C de una recta, uno y sólo uno de ellos está situado, siempre, entre los otros dos.

O<sub>2</sub>: Para dos puntos cualesquiera A y B de una recta siempre existen infinitos puntos que están entre A y B y también existen infinitos puntos tales que B está entre A y cada uno de esos puntos.

O<sub>3</sub>: Cualquier punto O de una recta r determina en ella dos subconjuntos p<sub>1</sub> y p<sub>2</sub> tales que el punto O está situado entre dos puntos cualesquiera de diferentes subconjuntos, pero nunca entre dos puntos de un mismo subconjunto.

O<sub>4</sub>: Cualquier recta r del plano determina en él dos subconjuntos S<sub>1</sub> y S<sub>2</sub> tales que cualquier segmento cuyos extremos están en diferentes subconjuntos corta a la recta r y cualquier otro cuyos extremos están en un mismo subconjunto no corta a la recta r.

### 4.-Axiomas de congruencia.

C<sub>1</sub>: Para todo segmento AB de una recta r y cualquier semirrecta de origen A' existe un único punto B' tal que AB es congruente con A'B'; en símbolos  $AB \cong A'B'$ .

C<sub>2</sub>: La relación de congruencia en el conjunto de los segmentos es una relación de equivalencia.

C<sub>3</sub>: Sean AB y BC segmentos consecutivos sobre una misma recta r y A'B' y B'C' también consecutivos sobre una recta cualquiera, si  $AB \cong A'B'$  y  $BC \cong B'C'$  entonces  $AC \cong A'C'$ .

C<sub>4</sub>: Para todo  $\angle(p,q)$  de vértice O y para cualquier semirrecta p' de origen O' existe una única semirrecta q', también de origen O' en cualquier semiplano cuyo borde contiene a la semirrecta p' tal que  $\angle(p,q)$  es congruente con  $\angle(p',q')$ , en símbolos  $\angle(p,q) \cong \angle(p',q')$ .

C<sub>5</sub>: La relación "... es congruente con..." en el conjunto de los ángulos es una relación de equivalencia.

C<sub>6</sub>: Sean  $\angle(p,q)$  y  $\angle(q,r)$  ángulos consecutivos, así como  $\angle(p',q')$  y  $\angle(q',r')$ . Si  $\angle(p,q) \cong \angle(p',q')$  y  $\angle(q,r) \cong \angle(q',r')$  entonces  $\angle(p,r) \cong \angle(p',r')$ .

C<sub>7</sub>: Sean A, B y C tres puntos no colineales y A', B' y C' otros tres puntos no colineales. Si  $AB \cong A'B'$ ,  $AC \cong A'C'$  y  $\angle BAC \cong \angle B'A'C'$  entonces  $\angle ABC \cong \angle A'B'C'$  y  $\angle ACB \cong \angle A'C'B'$ .

### 5.-Axiomas de medición.

#### M<sub>1</sub>: Medición de longitudes.

a) Para dos longitudes cualesquiera a y b existe un único número real positivo m tal que  $a = m.b$

b) Para todo número real positivo  $m$  y toda longitud  $b$  existe una única longitud  $a$  tal que  $a = m.b$ .

M<sub>2</sub>: Medición de amplitudes.

a) Para la amplitud  $L$  de un ángulo llano existe una única amplitud  $u$  tal que:  $L=180u$ .

b) Para la amplitud  $u$  existen amplitudes  $u'$  y  $u''$  tales que:

$$u=60u' \quad , \quad u'=60u''$$

c) Para toda amplitud  $\alpha$  existe un único número real  $m$  con  $0 \leq m \leq 360$  tal que  $\alpha = m u$ .

d) Para todo número real  $m$  con  $0 \leq m \leq 360$  existe una amplitud  $\alpha$  tal que  $\alpha = m.u$ .

**ANEXO 27 Guía de entrevista aplicada a profesores de la Facultad de Educación Primaria de Cienfuegos para recoger información acerca de la utilización del libro propuesta**

Sobre el libro de Geometría Plana propuesto responda:

- 1.- ¿Se abordan contenidos que no son necesarios para la formación de un Licenciado?  
¿Cuáles?
- 2.-¿Se debe profundizar más desde el punto de vista teórico en algunos contenidos? ¿Cuáles?
- 3.-¿El sistema de axiomas adoptado es asequible a los alumnos?
- 4.-¿El enfoque metodológico del contenido contribuye a que los alumnos se apropien de manera consciente de aspectos teóricos del tratamiento metodológico de la Geometría?
- 5.-¿La presentación de los ejercicios resueltos es adecuada?
- 6.-¿La diferenciación de los ejercicios propuestos en fijación, búsqueda de suposiciones y elaboración de medios de enseñanza está bien concebida?
- 7.-¿La estructuración metodológica del libro facilita que los alumnos se apropien de lo esencial de la construcción axiomática que se desarrolla?
- 8.-¿La estructuración de los capítulos, epígrafes y secciones facilita la orientación en la búsqueda de información?
- 9.-¿Los símbolos y signos que se emplean para indicar ejercicios, definiciones, teoremas y para aclaraciones, así como para informaciones históricas son apropiadas?
- 10.-¿Se observa la aplicación de los principios en el desarrollo de la literatura?
- 11.-Diga los principales logros y dificultades de la literatura. Plantee algunas sugerencias.

**ANEXO 28 Cuestionario aplicado a los estudiantes para recoger opiniones acerca de la literatura propuesta**

- 1.-¿Tuvo la posibilidad de consultar la literatura de Geometría que se está elaborando en su Facultad? Siempre\_\_\_\_\_ Algunas veces\_\_\_\_\_ Nunca\_\_\_\_\_
- 2.-¿Le resultó fácil la búsqueda de información? Sí\_\_\_\_\_ No\_\_\_\_\_
- 3.-¿Presenta ejemplos de ejercicios resueltos que le sirven de guía para resolver otros ejercicios? Sí\_\_\_\_\_ No\_\_\_\_\_
- 4.-¿La exposición de los contenidos es clara y asequible? Sí\_\_\_\_\_ No\_\_\_\_\_
- 5.-Marque con una cruz las distintas formas en que lo utilizó y con dos cruces la forma más usada.  
Para estudiar definiciones y teoremas\_\_\_\_\_
- Para analizar ejercicios resueltos y para resolver ejercicios propuestos en él. \_\_\_\_\_
- Para leer curiosidades históricas \_\_\_\_\_

**ANEXO 29 Libro de Geometría Plana para la Licenciatura en Educación Primaria**